

1

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

В.Н.Байер, А.Г.Грозин

РОЖДЕНИЕ АДРОННЫХ КЛАСТЕРОВ
В ЖЕСТКИХ ПРОЦЕССАХ

ПРЕПРИНТ 81 - 72



Новосибирск

РОЖДЕНИЕ АДРОННЫХ КЛАСТЕРОВ В ЖЕСТКИХ
ПРОЦЕССАХ

В.Н.Байер, А.Т.Грозин

А Н Н О Т А Ц И Я

Обсуждается рождение изолированных групп адронов (кластеров) при больших энергиях. С использованием соотношений полноты для волновых функций, выражающих партон-адронную дуальность, получены сечения образования кластеров в электрон-позитронной аннигиляции и распадах кваркония.

HADRON CLUSTER PRODUCTION IN HARD
PROCESS

V.N.Baier, A.G.Grozin

Institute of Nuclear Physics,
630090, Novosibirsk 90, USSR

A b s t r a c t

The production of isolated groups of hadrons (clusters) is discussed. The production cross section of any hadron system with $m \ll Q$ can be expressed via its wave function (see eq. (5)). On the other hand, the production cross section of a parton pair is given by formulae (6,7), which are obtained using spin and colour completeness relations (Fig. 1) and identity (2). At $m \gg \mu$ the sum of hadron cross sections is equal to the parton cross section (parton-hadron duality), which implies completeness relations for the wave functions (see Fig. 2 and eqs. (8,9)). Using these relations and the cross sections of exclusive meson production processes, one can easily obtain the corresponding cross sections of cluster production. Some applications are discussed: vector quarkonium decay into a photon and a cluster (see eq. (11)); the processes $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \gamma + \text{cluster}$ (13), $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \text{cluster}$ (with the gluonic corrections in the leading logarithmic approximation) (see Fig. 3 and eq. (16)); e^+e^- annihilation into a meson and a cluster (22-26) and into two clusters (27-29); pseudoscalar quarkonium decay into two clusters (30). At a reasonable choice of parameters the part of two-cluster events is usually of the order of 10^{-4} .

Процессы формирования мезонов на малых расстояниях могут быть рассмотрены в рамках теории возмущений в квантовой хромодинамике [1-7]. Пусть некоторый мезон M образуется в жестком процессе с полной энергией $Q \gg \mu$ (μ - характерный импульс удержания). Если этот мезон достаточно хорошо изолирован в фазовом пространстве от других адронов в конечном и в начальном состоянии, то он определенно сформировался на малых расстояниях. Тогда мезон образуется из бесцветной пары партонов и характеризуется волновой функцией $f_M^p(x)$ (партон p есть кварк q или глюон g). Каждый мезон, сформировавшийся на малых расстояниях, дает в сечении малый множитель f_M^2/Q^2 , где $f_M \sim (100+200) \text{ МэВ}$ - масштаб волновых функций мезонов. К обсуждаемым процессам относятся, например, мезонные формфакторы $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \gamma M$, $M_1 M_2$ [1-4,7], эксклюзивные распады кваркония [7], эксклюзивное рассеяние на большие углы [2,4], изолированное инклюзивное рождение [5]. Здесь и ниже используется терминология и обозначения работ [5-7].

Этот подход очевидным образом обобщается на случай, когда вместо мезона образуется система из нескольких адронов, инвариантная масса которой $m \ll Q$. Тогда вместо волновой функции f_M дискретного уровня - мезона надо подставить волновую функцию непрерывного спектра f_S , описывающую эту систему. Однако волновые функции мезонов только начинают изучаться (на феноменологическом уровне) и мы совсем не располагаем информацией о волновых функциях многоадронных систем с учетом взаимодействия адронов между собой.

Задача существенно упрощается, если инвариантная масса рассматриваемой системы $m \gg \mu$ и мы суммируем сечение по всем многоадронным системам с данной инвариантной массой. Такую многоадронную систему мы будем называть кластером (и обозначать C). Мы ограничимся рассмотрением кластеров с такими квантовыми числами, которые могут быть у одной кварк-антикварковой или глюонной пары, в противном случае сечение подавлено по кварковому счету (т.е. по $1/Q^2$). Кластер, как и отдельный мезон, должен быть достаточно хорошо изолирован в фазовом пространстве, тогда он определенно происходит из бесцветной пары партонов. При этом во всех оценках сечений место f_M^2 займет Δm^2 - отбираемый интервал значений m^2 кластера. При достаточно больших Q^2 всегда

можно выбрать $\Delta m^2 \gg f_M^2$, т.к. величина m^2 ограничена только условием $\mu^2 \ll m^2 \ll Q^2$, а $f_M^2 \ll \mu^2$. В этом случае сечения образования кластеров существенно превышают сечения образования мезонов. При достаточно больших m^2 кластер расщепляется на две струи.

Если известен полный набор сечений образования мезонов со всеми спиновыми структурами волновых функций, то соответствующее сечение образования кластера может быть легко получено из них с помощью соотношений полноты. Действительно, в жесткой амплитуде партоны, образующие кластер, можно по-прежнему считать коллинеарными, т.к. $m^2 \ll Q^2$. Поэтому при переходе от диаграммы рождения мезона к диаграмме рождения кластера импульсы не меняются, так что задача сводится к учету изменений, связанных со спином, цветом и фазовым объемом.

Суммирование по спинам партонов в кластере удобно проводить с помощью спиновых соотношений полноты. Для кварков и глюонов они изображены соответственно на рис. 1а и 1б. Спиновые структуры Γ волновых функций приведены в таблице I в [7]. Партоны в кластере примерно коллинеарны и несут доли импульса кластера, равные α и $\alpha' \equiv 1 - \alpha$. Отсюда видно, что для получения сечения рождения кластера нужен полный набор сечений для всех спиновых структур мезона.

Цветовые соотношения полноты для кварков и глюонов изображены на рис. 1 в, г. При этом использованы стандартные обозначения: t^a - цветовые генераторы, $N=3$ - число цветов, $C_F = \frac{N^2-1}{2N}$. В случае двухглюонных состояний явно выписан только интересующий нас синглетный член.

Интеграл по фазовому объему кластера удобно записывать при помощи общего тождества для фазовых объемов. Мы используем определение матричных элементов и фазовых объемов, как в книге [8]:

$$d\phi = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(\sum_f p_f - p_i) \prod_f \frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3 2E_f} \quad (1)$$

Тогда имеет место тождество

$$d\phi_{A \rightarrow BCD} = \frac{dm_{(BC)}^2}{2\pi} d\phi_{A \rightarrow (BC)D} d\phi_{(BC) \rightarrow BC} \quad (2)$$

где A, B, C, D - любые совокупности частиц, (BC) - объединение совокупностей B и C, рассматриваемое как одна частица массы $m_{(BC)}$.

В частности, фазовый объем для конечного состояния с двумя партонами, образующими кластер, можно записать как фазовый объем, в котором кластер считается одной частицей, умноженный на $d\phi_{C \rightarrow PP} \frac{dm_{(BC)}^2}{2\pi}$. Фазовый объем кластера, проинтегрированный по азимутальному углу, равен:

$$d\phi_{C \rightarrow PP} = \frac{d\alpha}{8\pi} \quad (3)$$

Таким образом, дополнительный множитель в фазовом объеме есть $d\alpha \frac{dm_{(BC)}^2}{(4\pi)^2}$. Переменная α связана с углом вылета α первого партона в системе покоя кластера:

$$2\alpha - 1 = \cos \alpha, \quad \alpha = \cos^2 \frac{\alpha'}{2}, \quad \alpha' \equiv 1 - \alpha = \sin^2 \frac{\alpha'}{2} \quad (4)$$

Поэтому для достаточно больших m , когда кластер расщепляется на 2 струи, распределение по α имеет прямой физический смысл - это угловое распределение струй.

Сечение рождения адронной системы S выражается через ее волновые функции:

$$d\sigma(S+X) = \frac{1}{4\mathcal{J}} \sum \int d\alpha_1 d\alpha_2 \text{Sp} \left[M_H^{P_1 P_2'}(\alpha_1) \frac{\Gamma}{4N} \right] \cdot \text{Sp} \left[M_H^{P_2 P_2'}(\alpha_2) \frac{\Gamma}{4N} \right] f_S(\alpha_1) f_S^*(\alpha_2) d\phi_S X \quad (5)$$

где $M_H^{pp'}$ - жесткая амплитуда, суммирование ведется по сортам партонов и спиновым структурам, а \mathcal{J} есть инвариантный поток начальных частиц. В силу предположения партон-адронной дуальности, сумма сечений рождения любых адронных систем с заданной инвариантной массой равна сечению рождения партонов. Используя все выведенные тождества, мы легко можем написать сечение рождения бесцветной $q\bar{q}'$ - пары (\bar{q}' может иметь аромат иной чем q):

$$d\sigma(C_{q\bar{q}'}+X) = \frac{1}{4\mathcal{J}} \text{Sp} \left[M_H^{q\bar{q}'}(\alpha'p) M_H^{q\bar{q}'}(\alpha p) \right] d\phi_{q\bar{q}'} X = \quad (6)$$

$$= \frac{dm^2}{(4\pi)^2} \frac{16N}{4J} \sum_{\Gamma} \int \frac{dx}{2} xx' \text{Sp} \left[M_H^{q\bar{q}'} \frac{\Gamma}{4N} \right] \text{Sp} \left[M_H^{q\bar{q}'} \frac{\Gamma}{4N} \right] d\phi_{CX}$$

где $\xi(xp)$, $\xi(x'p)$ - матрицы плотности, индекс s означает, что берется бесцветное состояние пары партон. Аналогично, сечение рождения бесцветной gg -пары равно

$$d\sigma(C_{gg}^{gg} + X) = \frac{1}{4J} \frac{1}{2} \text{Sp} \left[M_H^{gg} + M_H^{gg'} \right] \xi(x'p) (M_H^{gg} + M_H^{gg'}) \xi(xp) d\phi_{ggX}$$

$$= \frac{dm^2}{(4\pi)^2} \frac{8N}{C_F} \sum_{\Gamma} \int \frac{dx}{2} \frac{1}{4J} \frac{1}{2} \text{Sp} \left[(M_H^{gg} + M_H^{gg'}) \frac{\Gamma}{4N} \right] \text{Sp} \left[(M_H^{gg} + M_H^{gg'}) \frac{\Gamma}{4N} \right] d\phi_{CX} \quad (7)$$

где $M_H^{gg'}$ есть матричный элемент M_H^{gg} с переставленными глюонами, а множитель $1/2$ отражает тождественность глюонов. Сравнивая (5) с (6-7), мы видим, что свойство партон-адронной дуальности записывается в виде соотношений полноты для кварковых и глюонных волновых функций (рис.2 а,б):

$$\sum_S f_S^{q\bar{q}'}(x_1) f_S^{*q\bar{q}'}(x_2) = \frac{dm^2}{(4\pi)^2} \frac{16N}{2} \int \frac{dx}{2} xx' \delta(x_2-x) \delta(x_2-x) \delta^{q_1 q_2} \delta^{q_1' q_2'} \quad (8)$$

$$\sum_S f_S^{gg}(x_1) f_S^{*gg}(x_2) = \frac{dm^2}{(4\pi)^2} \frac{8N}{C_F} \int \frac{dx}{2} \frac{1}{2} \left[\delta(x_2-x) + P \delta(x_1-x) \right] \left[\delta(x_2-x) + P \delta(x_2-x) \right] \quad (9)$$

Эти соотношения выполняются для каждой спиновой структуры отдельно. Сумма по S берется при $m^2 \leq m_S^2 \leq m^2 + dm^2$. В глюонном случае $P = \pm I$ есть четность рассматриваемой структуры Γ при перестановке тензорных индексов: $P_S = P_T = 1$, $P_P = -1$.

Кластер характеризуется набором аддитивных квантовых чисел: электрический заряд, странность и т.д. Эти квантовые числа (заряды) экспериментально определяемы как суммы по адронам,

входящим в кластер. Поэтому имеет смысл интересоваться сечением образования кластеров с каждым набором зарядов отдельно. Если набор зарядов кластера не нулевой, то он однозначно фиксирует кварк-антикварковую пару, из которой произошел этот кластер. Если же он нулевой, то кластер мог произойти из любой пары одинаковых кварка и антикварка или пары глюонов, и необходимо суммирование сечений. Можно, конечно, интересоваться и сечением образования кластера с любыми зарядами, но при этом теряется часть информации.

Рассматриваемый подход неприменим при $x \lesssim \mu^2/Q^2$ или $x' \lesssim \mu^2/Q^2$. Жесткая амплитуда M_H обычно имеет полюса при $x \rightarrow 0$ и $x \rightarrow 1$, когда один из партон становится мягким. В случае образования мезонов сходимость интегралов по x обеспечивается линейным обращением в 0 волновой функции на краях. В случае кластеров имеется только один множитель xx' на обе жестких амплитуды, и интеграл по x логарифмически расходится (если только нет специальных причин для отсутствия полюсов M_H). Мы должны поэтому уточнить способ выделения кластера с учетом того, что при $x \rightarrow 0$ или 1 теряется его изоляция в фазовом пространстве. Эта проблема не возникает в дифференциальном сечении по x , т.е. когда рассматривается угловое распределение струй. Для полного сечения задача состоит в том, чтобы найти экспериментально осуществимый способ отбора событий, который бы ограничил область интегрирования по x . Соответственно положим $a/(1+a) < x < 1/(1+a)$, где $0 < a < 1$.

Одно из возможных решений [5] состоит в том, чтобы потребовать, чтобы все частицы кластера летели в конус с углом $\sqrt{1-a}$. Это требование приводит к обрезанию при $a = z' \epsilon g^2 (\frac{1}{2})$, где $z' = m^2/Q^2$ и рассматривается предельный случай $z' \rightarrow 0$, $a = \text{const}$ (при этом обязательно $\vartheta \rightarrow \pi$). Другое решение [9], которое представляется более трудоемким, требует нахождения поперечного импульса K_{\perp} струй, из которых состоит кластер, и отбора событий с $K_{\perp} > K_0$. Это эквивалентно требованию $\alpha > \alpha_0$, где $K_0 = \frac{m}{2} \sin \alpha_0$, и приводит к $a = \epsilon g^2 (\frac{\alpha_0}{2})$. В любом случае, чтобы эффекты удержания не влияли существенно на обрезание, должно быть $a \gg \mu^2/Q^2$. Заметим, что ширина кластера по шкале быстрой $\Delta y \simeq \ln(1/a)$ ограничена, и он отделен большой щелью от мягких частиц, имеющих $y \sim \ln(Q^2/\mu^2)$ (поскольку $a \gg \mu^2/Q^2$).

В качестве простейшего примера рассмотрим распад векторного кваркония $\psi_q \rightarrow \gamma M$. В главном порядке по α_s дает вклад только глюонная пара со спиновой структурой S' , причем угловое распределение чисто поперечное: $W = \frac{3}{2} [1 - (\vec{e}\vec{l})^2]$, где \vec{e} - вектор поляризации ψ_q , \vec{l} - единичный вектор в направлении движения мезона. Вероятность распада равна [7]

$$B_\gamma(\psi_q \rightarrow \gamma M) = \frac{\Gamma(\psi_q \rightarrow \gamma M)}{\Gamma(\psi_q \rightarrow \gamma X)} = \frac{4\pi^2 c_F}{g^2 N} \left(\frac{f_M^g}{m_{\psi_q}} \right)^2 \quad (10)$$

где $f_M^g = \int f_M^g(x) dx$. Применяя к этой формуле соотношение полноты (9), получим

$$\frac{d}{dz'} B_\gamma(\psi_q \rightarrow \gamma C) = \frac{2}{g^2 N} \frac{1-a}{1+a} \quad (11)$$

Жесткая амплитуда в этом процессе не имеет полюсов на кинематических границах вследствие взаимной компенсации вкладов мягких глюонов из-за бесцветности ψ_q , так что ответ конечен при $a \rightarrow 0$. Распределение по $x = \frac{1}{2}(1 + \cos \alpha)$ постоянно. Эту формулу можно, конечно, получить и как предельный случай формулы Ора-Пауэлла [10]. Этот предельный случай справедлив, однако, только при численно очень малых $z' \lesssim 0,01$, т.к. спектр и особенно угловое распределение фотонов очень резко меняется при малых z' (см. рис. в [11]). Такие z' соответствуют массам кластера $m \lesssim 0,1 m_{\psi_q}$. Поэтому формула (11) может быть применена только к распаду резонансов более тяжелых, чем семейство Υ .

В процессе $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \gamma M$ дают вклад только кварк-антикварковые пары со спиновыми структурами P и S , причем угловое распределение также является чисто поперечным. Сечения для спиновых структур P и S равны соответственно [7]:

$$R(\gamma M) = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma M)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \frac{4\pi\alpha}{2} \left| \frac{1}{Q_q} \sum_q Q_q^2 \int \left(\frac{1}{x'} + \frac{1}{x} \right) f_M^q(x) dx \right|^2 \quad (12)$$

здесь и ниже Q_q - заряд кварка.

Применяя к этой формуле соотношение полноты (8), получим

$$dR(\gamma C) = \frac{dz'}{(4\pi)^2} 16N \frac{4\pi\alpha}{2} \sum_q Q_q^4 \left[\left(\frac{1}{x'} + \frac{1}{x} \right)^2 + \left(\frac{1}{x'} - \frac{1}{x} \right)^2 \right] \frac{1}{2} x x' dx$$

или окончательно

$$\frac{dR(\gamma C)}{dz'} = \frac{2}{\pi} N \sum_q Q_q^4 \left(\ln \frac{1}{a} - \frac{1-a}{1+a} \right) \quad (13)$$

Эту формулу, конечно, можно (но сложнее) получить из общих результатов для процесса $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}\gamma$. Если $Q \simeq 30$ ГэВ, $a \sim (2 \text{ ГэВ}/Q)^2$, $\Delta z' \sim 0,1$, то вклад в R рассматриваемых событий порядка $2 \cdot 10^{-4}$.

Другим каналом этого же процесса является $\gamma^* \gamma \rightarrow M$. В более общем случае двухфотонного процесса, когда оба фотона являются сильно виртуальными (рис.3), матричные элементы для кварковых пар P и S типов равны соответственно

$$M_P = e^2 \frac{i\epsilon_L^{\mu\nu}}{2} \sum_q Q_q^2 \int \left(\frac{1}{x'-x_0} + \frac{1}{x-x_0} \right) f_M^q(x) dx$$

$$M_S = e^2 \frac{\delta_L^{\mu\nu}}{2} \sum_q Q_q^2 \int \left(\frac{1}{x'-x_0} - \frac{1}{x-x_0} \right) f_M^q(x) dx \quad (14)$$

Использованы обозначения работы [7]: $p_+^2 = 0, p_-^2 = 0, 2p_+p_- = Q^2$; $q = \frac{p_+ + p_-}{Q}, \ell = \frac{p_+ - p_-}{Q}, \delta_L^{\mu\nu} = q^\mu q^\nu - \ell^\mu \ell^\nu - g^{\mu\nu}, \epsilon_L^{\mu\nu} = \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu} q_\alpha \ell_\beta$. Кинематическая переменная $x_0 = Q_1^2 / (Q_1^2 - Q_2^2)$; в физической области двухфотонного процесса $x_0 > 1$ или $x_0 < 0$; при $x_0 = 0$ или 1 воспроизводятся результаты для реального фотона [7]. Используя соотношение полноты (8), нетрудно получить для рождения кластера $M_{++} M_{++}^* = M_{--} M_{--}^*$ и $M_{+-} M_{+-}^* = M_{-+} M_{-+}^*$ (внизу указаны спиральности фотонов; все другие структуры равны 0). Продемонстрируем на этом примере, как можно учесть глюонные радиационные поправки в процессах рождения кластеров в главном логарифмическом приближении. С учетом эволюции волновые функции в (14) следует брать в точке нормировки Q^2 ; они выражаются через волновые функции в точке Q_0^2 при помощи функций Грина уравнений эволюции:

$$f_M^q(x, Q^2) = \int_0^1 dy \frac{y y'}{x x'} G_b^q(x, y) f^b(y, Q_0^2) \quad (15)$$

где функции Грина $G_b^q(x, y)$ различны для разных спиновых структур (P, S) и синглетных и несинглетных по аромату волновых функций [6,7]. Поэтому в главном логарифмическом приближении

$$M_{++} M_{\pm\pm}^* d\phi = 8\pi\alpha^2 N dx \int dx_1 dx_2 \frac{x_1 x_1'}{x x'} \frac{x_2 x_2'}{x x'}$$

$$\cdot \left\{ \left(\frac{1}{x_1' - x_0} - \frac{1}{x_2 - x_0} \right) \left(\frac{1}{x_2' - x_0} - \frac{1}{x_1 - x_0} \right) \left[x x' \sum_g G_g^S(x_1, x) G_g^S(x_2, x) + \right. \right. \quad (16)$$

$$\left. + \frac{1}{4c_F} G_g^S(x_1, x) G_g^S(x_2, x) \right] + \left(\frac{1}{x_1' - x_0} + \frac{1}{x_1 - x_0} \right) \left(\frac{1}{x_2' - x_0} + \frac{1}{x_2 - x_0} \right) \cdot \left[x x' \sum_g G_g^P(x_1, x) G_g^P(x_2, x) + \frac{1}{4c_F} G_g^P(x_1, x) G_g^P(x_2, x) \right] \left. \right\}$$

где

$$G_g^S(x, y) = \bar{Q}_g^2 G_{(s)g}^{Sg}(x, y) + (Q_g^2 - \bar{Q}_g^2) G_{(ns)}^S(x, y),$$

$$G_g^P(x, y) = \bar{Q}_g^2 G_{(s)g}^{Pg}(x, y) + (Q_g^2 - \bar{Q}_g^2) G_{(ns)}^P(x, y), \quad (17)$$

$$G_g^S(x, y) = n_f \bar{Q}_g^2 \left[G_{(s)g}^{Sg}(x, y) + G_{(s)g}^{S'g}(x, y') \right],$$

$$G_g^P(x, y) = n_f \bar{Q}_g^2 \left[G_{(s)g}^{Pg}(x, y) - G_{(s)g}^{P'g}(x, y') \right],$$

$$\bar{Q}_g^2 \equiv \frac{1}{n_f} \sum_g Q_g^2$$

Здесь верхний индекс S или P относится к спиновой структуре, нижний (s) или (ns) - к синглетной и несинглетной по аромату части; в случае (s) функция Грина является матрицей 2×2 с индексами g, g ; n_f - число активных ароматов. Части формулы (16), содержащие $G_g G_g$, описывают рождение кварковых струй, а $G_g G_g$ - глюонных. Угловое распределение кварковых струй содержит множитель $x x'$, который обращается в 0, если линия разлета струй совпадает с линией столкновения фотонов. Это объясняется тем, что фотоны имеют одинаковую спиральность, и проекция момента на линию их столкновения равна 0; кварк и антикварк рож-

даются с противоположными спиральностями, и проекция момента на линию их разлета равна ± 1 . Для глюонных струй этого запрета нет, поэтому струи, летящие вдоль линии столкновения фотонов, обязательно являются глюонными.

Глюонные радиационные поправки к рождению струй в столкновении сильно виртуальных фотонов изучались Чейзом [12-13]. Однако, поскольку он ошибочно считал, что эволюция волновых функций со спиновыми структурами S и P одинакова, его результаты неправильны. Полученное им уравнение эволюции в действительности относится только к структуре S . Разумеется, радиационные поправки ко всем процессам образования кластеров легко учесть при помощи формулы (15), аналогично тому, что было продемонстрировано в случае $\gamma^* \gamma^* \rightarrow C$.

Перейдем к рассмотрению процессов типа $\gamma^* \rightarrow MC$, которые можно получить из формфакторов $\gamma^* \rightarrow M_1 M_2$. Разрешены комбинации спиновых структур PP и SS . Угловое распределение является чисто продольным $W = 3(\vec{e} \vec{e}')^2$. Если мезоны не являются абсолютно нейтральными, то сечение равно [7]:

$$R(M_1 M_2) = \frac{c_F^2}{N^2} \pi^2 \alpha_s^2 \left(Q_{q_1} I_{M_1}^{q_1} I_{M_2}^{\bar{q}_1} + Q_{q_2} I_{M_1}^{\bar{q}_2} I_{M_2}^{q_2} \right)^2 \quad (18)$$

где

$$I_M^P = \int_0^1 \frac{f_M^P(x) dx}{1-x} \quad (19)$$

Для абсолютно нейтральных мезонов со спиновыми структурами PP

$$R(M_1 M_2) = \frac{c_F^2}{N^2} \pi^2 \alpha_s^2 \left(2 \sum_g Q_g I_{M_1}^g I_{M_2}^{\bar{g}} \right)^2 \quad (20)$$

а со спиновыми структурами SS

$$R(M_1 M_2) = \frac{c_F^2}{N^2} \pi^2 \alpha_s^2 \left(2 \sum_g Q_g (I_{M_1}^g + f_{M_1}^g) I_{M_2}^{\bar{g}} \right)^2 \quad (21)$$

где мезон M_1 имеет положительную C -четность, величина f_M^g определена в (10). Применяя к формуле (18) соотношение полноты, можно получить сечение $e^+ e^-$ - аннигиляции в мезон (не являющийся абсолютно нейтральным) и кластер:

$$\frac{dR(MC)}{dz'} = \frac{c_F^2}{2N} \alpha_s^2 \left[(I^2 + \bar{I}^2) \ln \frac{1}{a} - (I - \bar{I})^2 \frac{(1-a)}{(1+a)} \right] \quad (22)$$

Где $I \equiv Q_q I_M^q$, $\bar{I} \equiv Q_{\bar{q}} I_M^{\bar{q}}$. В случае абсолютно нейтральных мезонов типа P нет примеси двухглюонных состояний в процессе $\gamma^* \rightarrow M_1 M_2$. Поэтому для абсолютно нейтрального мезона типа P_{\pm} ($0^-, 2^-, 4^- \dots$)

$$\frac{dR(MC)}{dz'} = \frac{c_F^2}{N} \alpha_s^2 \left(\sum_q I^2 \right) \left[\ln \frac{1}{a} - 2 \frac{(L-a)}{(L+a)} \right] \quad (23)$$

Аналогично для типа P_{\pm} ($1^+, 3^+, 5^+ \dots$)

$$\frac{dR(MC)}{dz'} = \frac{c_F^2}{N} \alpha_s^2 \left(\sum_q I^2 \right) \ln \frac{1}{a} \quad (24)$$

В случае абсолютно нейтрального мезона типа S_{\pm} ($1^-, 3^-, 5^- \dots$) глюонная пара дает вклад в кластер, поэтому к кварковому вкладу (совпадающему с (23)) добавится глюонный (он когерентен по сортам кварка):

$$\frac{dR(MC)}{dz'} = \frac{c_F^2}{N} \alpha_s^2 \left(\sum_q I^2 \right) \left[\ln \frac{1}{a} - 2 \frac{L-a}{L+a} \right] + \frac{2c_F}{N} \alpha_s^2 \left(\sum_q I \right) \frac{L-a}{L+a} \quad (25)$$

Глюонный вклад не расходится при $a \rightarrow 0$ из-за отсутствия полюсов в жесткой амплитуде. При образовании абсолютно нейтрального мезона типа S_{\pm} ($0^+, 2^+, 4^+ \dots$) двухглюонная амплитуда когерентно примешивается к каждой кварк-антикварковой амплитуде. В результате мы имеем

$$\frac{dR(MC)}{dz'} = \frac{c_F^2}{N} \alpha_s^2 \left(\sum_q Q_q^2 (I_M^q + f_M^g)^2 \right) \ln \frac{1}{a} \quad (26)$$

Процесс $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow MC$ является предельным случаем изолированного инклюзивного рождения мезонов [5] при $z' \rightarrow 0$, $a = \text{const}$; общий случай будет рассмотрен отдельно.

Рассмотрим теперь процесс $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow CC$. Если нас интересует кластер, не являющийся абсолютно нейтральным, то его заряды однозначно определяют, из какой кварк-антикварковой пары он произошел. Тогда, применяя соотношение полноты (8) к обоим волновым функциям в (18), получим

$$\frac{d^2R(CC)}{dz'_1 dz'_2} = c_F^2 \frac{\alpha_s^2}{2\pi^2} \left[(Q_q^2 + Q_{\bar{q}}^2) \left(\ln \frac{1}{a} - \frac{L-a}{L+a} \right)^2 + 2Q_q Q_{\bar{q}} \left(\frac{L-a}{L+a} \right)^2 \right] \quad (27)$$

В это сечение одинаковый вклад дают комбинации спиновых структур PP и SS . В формуле (27) предполагается, что параметр обрезания a одинаков для обоих кластеров; если это не так, то квадраты скобок надо заменить на произведения таких же скобок с a_1 и a_2 . Если же нас интересует пара абсолютно нейтральных кластеров, то дают вклад все пары из одинаковых кварка и антикварка и глюонные пары. В этом случае:

$$\frac{d^2R(CC)}{dz'_1 dz'_2} = c_F^2 \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} \left(\sum_q Q_q^2 \right) \left[\left(\ln \frac{1}{a} - \frac{L-a}{L+a} \right)^2 - \right. \quad (28)$$

$$\left. - \left(\frac{L-a}{L+a} \right)^2 \right] + c_F \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} \left(\sum_q Q_q^2 \right) \frac{L-a}{L+a} \ln \frac{1}{a}$$

Сечение рождения кластеров с любыми зарядами

$$\frac{d^2R(CC)}{dz'_1 dz'_2} = c_F^2 \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} \left\{ n_{\pm} \left(\sum_q Q_q^2 \right) \left(\ln \frac{1}{a} - \frac{L-a}{L+a} \right)^2 - \right. \quad (29)$$

$$\left. - \left(\sum_q Q_q \right)^2 \left(\frac{L-a}{L+a} \right)^2 + \frac{1}{c_F} \left(\sum_q Q_q^2 \right) \frac{L-a}{L+a} \ln \frac{1}{a} \right\}$$

В двух последних формулах, если параметры обрезания для кластеров различны, надо сделать замену $\frac{L-a}{L+a} \ln \frac{1}{a} \rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{L-a_1}{L+a_1} \ln \frac{1}{a_1} + \frac{L-a_2}{L+a_2} \ln \frac{1}{a_2} \right)$. Кластеры в этих формулах считаются различными, поэтому при интегрировании по $dz'_1 dz'_2$ нужно включить множитель $1/2$. При $Q \sim 30$ ГэВ, $a \sim (2 \text{ ГэВ}/Q)^2$, $\Delta z'_1 \sim \Delta z'_2 \sim 0,1$, вклад в R кластеров (с любыми зарядами) $\sim 2 \cdot 10^{-4}$.

Процесс $e^+e^- \rightarrow CC$, без разделения кластеров по зарядам, ранее рассматривался в [9] более сложным способом, без использования соотношений полноты. В этой работе, однако, допущена ошибка в учете тождественности частиц в конечном состоянии. Если устранить ее, то (29) согласуется с полученным в [9] результатом.

Точно таким же методом можно получить сечения образования кластеров в других процессах, например, распадах кваркония [7]. Вероятности распада кваркония на мезон и кластер содержат, однако, громоздкие двухкратные интегралы от волновой функции мезона, которые не факторизуются на произведения однократных интегралов. Вероятности распада на 2 кластера выглядят проще. Например, от-

носительная вероятность распада $\varrho_q \rightarrow M_1 M_2$ на 2 мезона, не являющихся абсолютно нейтральными, равна [7]:

$$B \equiv \frac{\Gamma(\varrho_q \rightarrow M_1 M_2)}{\Gamma(\varrho_q \rightarrow X)} = 2\pi^2 \frac{c_F}{N^3} \alpha_s^2 \left| \frac{1}{m_{\varrho_q}^2} \int_{x_+ x_+'}^{(1-x_+ - x_-) f_{M_1}^q(x_+) f_{M_2}^q(x_-)} dx_+ dx_- \right|^2 \quad (30)$$

Применяя к этой формуле соотношение полноты, получим вероятность распада ϱ_q на 2 кластера, не являющихся абсолютно нейтральными:

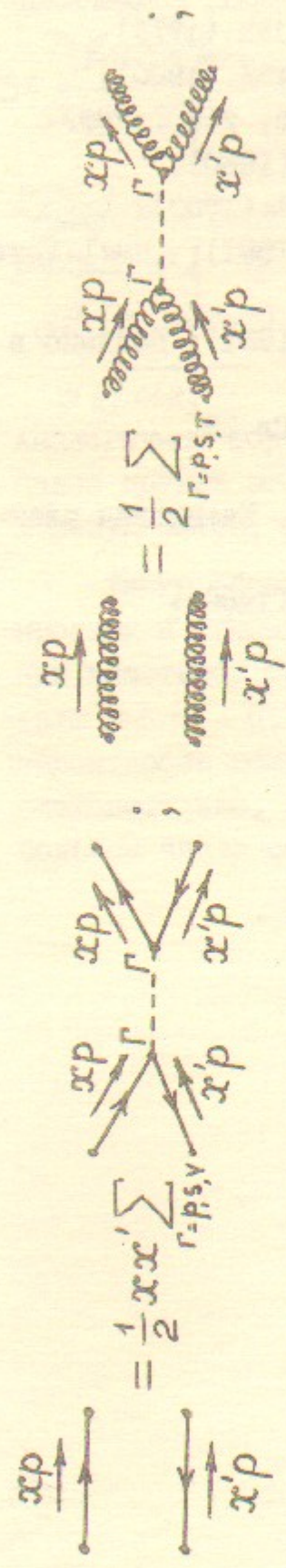
$$\frac{d\mathcal{B}(\varrho_q \rightarrow CC)}{dz_1' dz_2'} = \frac{c_F}{N} \frac{\alpha_s^2}{2\pi^2} \left[e_1^2 \frac{1}{a} - e_1 \left(\frac{1+a}{2a} \right) \right] \quad (31)$$

Аналогичным образом, можно получить вероятности кластерных распадов других состояний кваркония, применяя соотношения полноты к результатам, приведенным в [7].

Таким образом, использование соотношений полноты позволило простым и единым способом получить большое число сечений рождения кластеров при высоких энергиях. При разумном выборе интервала $\Delta z \sim 0,1$, $Q \gtrsim 10$ ГэВ и $\alpha \sim (2 \text{ ГэВ}/Q)^2$ относительная вероятность рождения двух кластеров оказывается порядка 10^{-4} и, следовательно, это рождение должно наблюдаться при достаточно большом числе событий.

Л и т е р а т у р а :

- I. G.P.Lepage, S.J.Brodsky. Phys. Lett. 87B, 359 (1979).
2. G.P.Lepage, S.J.Brodsky. Phys. Rev. D22, 2157 (1980).
3. A.V.Efremov, A.V.Radyushkin. Phys. Lett. 94B, 245 (1980).
4. В.Л.Черняк. Материалы 15 зимней школы ЛИЯФ (1980).
5. V.N.Baier, A.G.Grozin. Phys. Lett. 96B, 181 (1980).
6. В.Н.Байер, А.Г.Грозин. Препринт ИЯФ 81-II (1981); Nucl.Phys. B, в печати.
7. В.Н.Байер, А.Г.Грозин. Препринт ИЯФ 81-56 (1981); послано в ЯФ.
8. Л.Б.Окунь. Лептоны и кварки. Наука (1981), Гл.29.
9. J.Randa. Phys. Rev. D21, 1795 (1980).
10. В.Б.Берестецкий, Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский. Квантовая электродинамика. Наука (1980), § 89.
- II. V.N.Baier, A.G.Grozin. Preprint LAL/80-29 (1980).
12. M.K.Chase. Nucl. Phys. B167, 125 (1980).
13. M.K.Chase. Nucl. Phys. B174, 109 (1980).

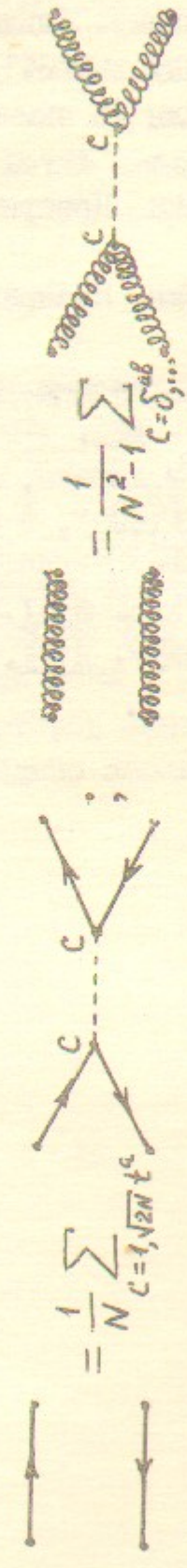


$$= \frac{1}{2} \sum_{\Gamma=p_s, \nu} x_p x'_p$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{\Gamma=p_s, \tau} x_p x'_p$$

a

б



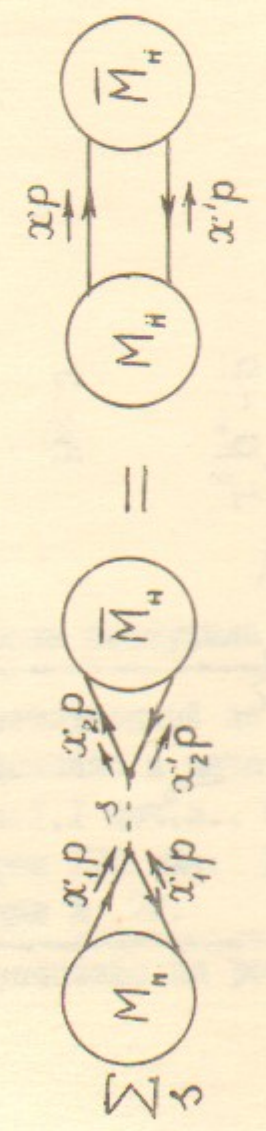
$$= \frac{1}{N} \sum_{C=1, \sqrt{2N}} \epsilon^c$$

$$= \frac{1}{N^2-1} \sum_{C=\delta_{ab}, \dots} \epsilon^c$$

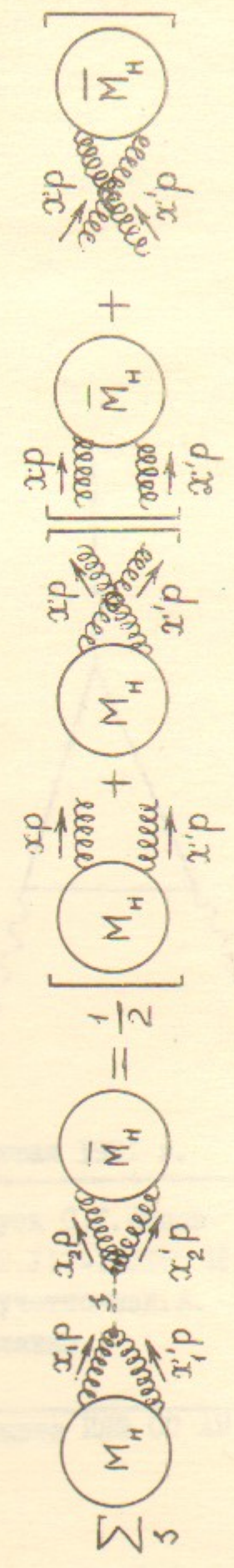
в

г

Рис. 1



a



б

Рис. 2

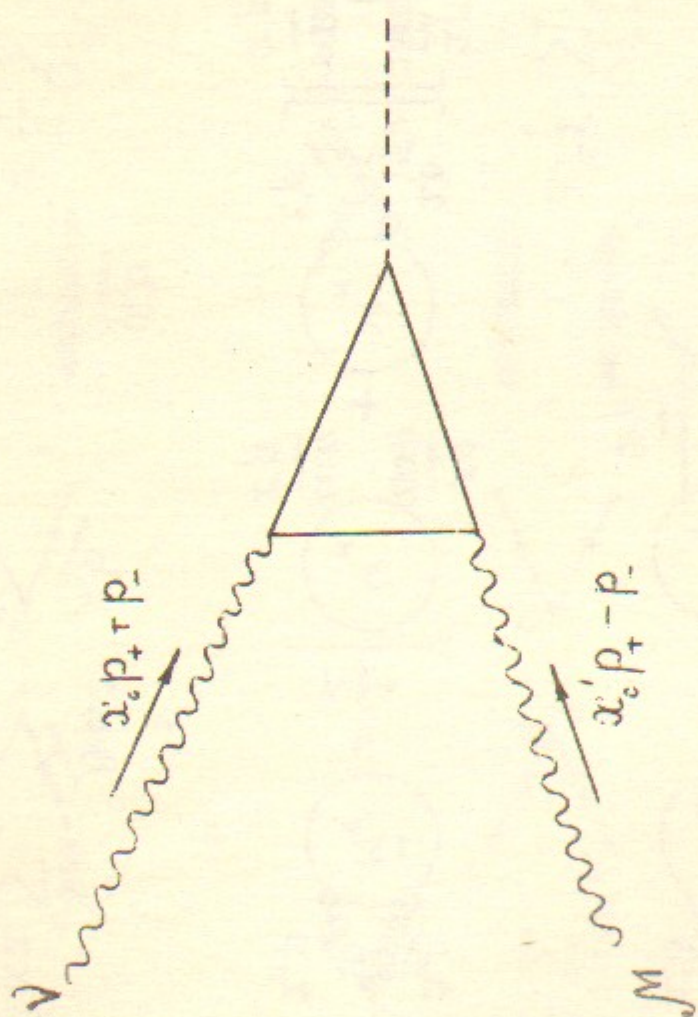


Рис. 3

Работа поступила 16 июня 1981 г.

Ответственный за выпуск С.Г. Попов

Подписано к печати 2.VII-1981г. МН 03211

Усл. I, I печ. л., 0,9 учетно-изд. л.

Тираж 170 экз. Бесплатно.

Заказ № 72.

Отпечатано на ротапринте ИЯФ СО АН СССР