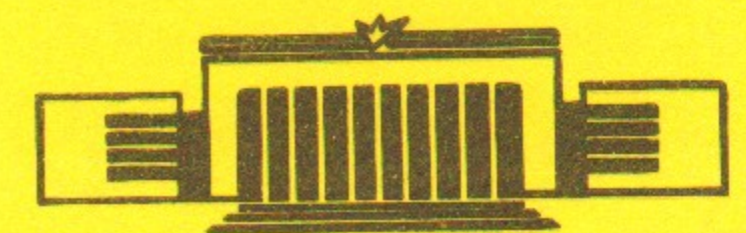


ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ  
СО АН СССР

В.Н.Байер, А.Г.Грозин

ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ МЕЗОНОВ С  
УЧЕТОМ ДВУХГЛЮОННЫХ СОСТОЯНИЙ

ПРЕПРИНТ 81 - II



Новосибирск

В.Н.Байер, А.Г.Грозин

А Н Н О Т А Ц И Я

Получено уравнение эволюции для синглетных по аромату псевдоскалярных мезонов. Это уравнение является матричным, поскольку наряду с кварк-антикварковой компонентой волновой функции существенна также и двухглюонная компонента. Найдены собственные функции и собственные значения уравнения. Дан анализ некоторых применений.

MESON WAVE FUNCTIONS  
WITH TWO - GLUON STATES.  
V.N.Baier, A.G.Grozin.

ABSTRACT.

An evolution equation for the flavour singlet pseudoscalar mesons (12) is obtained. This equation appears to be a matrix one, because both quark-antiquark and two-gluon components of the meson wave function are essential. Matrix kernel (13) of the evolution equation is symmetric (15). Due to this symmetry property and the fact, that V-operators don't increase a polynomial degree, eigenfunctions of  $V_q^q, V_g^g$  are given by the formulae (23) and  $V_q^g, V_g^q$  transform these functions to each other. Eigenfunctions and eigenvalues (25) of the evolution equation are found. At an asymptotically high momentum transfer the wave function is purely quark one  $f^q(x_1)=x_1x_2$ , this fact is connected with the conservation of the quantity (17). Two equivalent ways of the evolution description are considered - from the wave function side and from the hard amplitude side. The last one is suitable for the comparison with the operator technique. Some applications are analysed:  $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \eta' \gamma$  and qualitative consideration of heavy quarkonium decay  $V \rightarrow \eta' \gamma$ .

В последнее время большой интерес вызывает рассмотрение в рамках квантовой хромодинамики эксклюзивных процессов с большой передачей импульса  $Q$  [1-5]. В наивной партонной модели поведение амплитуд с ростом  $Q$  описывается правилами кваркового счета [6,7], которые соответствуют скейлингу в инклюзивных процессах. В квантовой хромодинамике возникают логарифмические отклонения от этих правил (и, аналогично, от скейлинга). Для учета этого отклонения в главном логарифмическом приближении (в котором суммируются члены типа  $(\alpha_s \ln Q^2)^n$ ) можно воспользоваться уравнением эволюции для волновых функций мезонов в случае эксклюзивных процессов и для структурных функций в случае инклюзивных процессов. Для волновых функций векторных мезонов и несинглетных по аромату псевдоскалярных мезонов это уравнение было получено Бродским и Лепажем [1]. В настоящей работе рассмотрено уравнение эволюции для синглетных по аромату псевдоскалярных мезонов. В этом случае наряду с кварк-антикварковой необходимо учитывать и двухглюонную компоненту полной фоковской волновой функции мезона, так что уравнение эволюции становится матричным, подобно уравнению эволюции для синглетных структурных функций в инклюзивных процессах (см., например, [8]).

Рассмотрим процесс с большой характерной передачей импульса  $Q$  с участием мезона  $M$ . Пусть  $p_+$  - импульс этого мезона. Мы ограничимся старшим членом в разложении по  $1/Q^2$ , в силу этого можно отбросить все массовые члены, в частности,  $p_+^2 = 0$ . Введем импульс  $p_-$ , такой, что  $p_-^2 = 0, 2p_+p_- = Q^2$ . Импульс произвольного партона в мезоне может быть разложен по этим векторам:  $k = x_1 p_+ + \alpha p_- + k_\perp$ , где  $k_\perp p_+ = k_\perp p_- = 0$ . Удобно использовать аксиальную калибровку  $p_- A = 0$ . В ней в рассматриваемом приближении вклад дают состояния с наименьшим числом партонов в мезоне [1-5], поскольку при изменении импульса лишних партонов от  $p_+$  к  $p_-$  возникают лишние жесткие пропагаторы.

Амплитуду процесса можно записать как (см. рис. I).

$$T = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Sp} \psi(k) T_H(k) \quad (I)$$

где  $\Psi(k)$  - бете-салпетеровская волновая функция мезона,

$T_N$  - жесткая партонная амплитуда,  $S_p$  берется по цветовым и спиновым индексам (далее мы обозначим  $N=3$  - число цветов). Амплитуда  $T_N$  существенно меняется при изменении импульсов на величину порядка  $Q$ , поэтому при  $k_1^2 \ll Q^2$  и  $\alpha \ll 1$  можно положить  $T_N = T_N(\alpha=0, k_1=0)$ . В силу этого амплитуда процесса (I) определяется не всей функцией  $\Psi(k)$ , а интегралом

$$\int dk_1^2 \int d\alpha \Psi(k) \quad (2)$$

Этот интеграл может быть разложен по различным спиновым структурам  $\Gamma_i$ , после чего (I) записывается в виде:

$$T = \int dx_1 \frac{1}{4N} \sum_i f_i(x_1) Sp \Gamma_i T_N \quad (3)$$

Функции  $f_i$  принято называть волновыми функциями мезона. Они представляют собой амплитуду вероятности найти в мезоне партон с долями продольного импульса  $x_1$  и  $1-x_1$  и поперечными импульсами  $k_{1\perp}$  вплоть до  $Q$ .

В принятом приближении возможные спиновые структуры кварковой диаграммы рис. I(a) отвечают 4 вариантам сложения спинов кварка и антикварка:

$$P: \Gamma = \gamma^5 \hat{p}_+, \quad V_L: \Gamma = \hat{p}_+, \quad V_T: \Gamma = \hat{p}_+ \hat{e}_{1,2} \quad (4)$$

где P соответствует мезонам  $0^-, 1^+, 2^- \dots$  со спиральностью  $\lambda = 0$ ,  $V_L$  - мезонам  $0^+, 1^-, 2^+ \dots$  с  $\lambda = 0$ ,  $V_T$  - мезонам  $1^\pm, 2^\pm \dots$  с  $\lambda = \pm 1$ ,  $e_{1,2}$  - вектора поляризации этих мезонов,  $\hat{p}_+ e_{1,2} = \hat{p}_- e_{1,2} = 0$ .

Для глюонной диаграммы рис. I(b) также имеется 4 варианта сложения спинов глюонов:

$$S: \Gamma = \delta_{\mu\nu}, \quad P: \Gamma = i \varepsilon_{\mu\nu}, \quad T: \Gamma = \sqrt{2} e_{1,2}^\mu e_{1,2}^\nu \quad (5)$$

где  $\delta_{\mu\nu} = g^\mu g^\nu - l^\mu l^\nu - g^{\mu\nu}$ ,  $\varepsilon_{\mu\nu} = \varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu} q_\alpha l_\beta$ ,  $q = \frac{P_+ + P_-}{Q}$ ,  $l = \frac{P_+ - P_-}{Q}$  (6)

здесь S соответствует мезонам  $0^+, 2^+, 4^+ \dots$  с  $\lambda = 0$ , P - мезонам  $0^-, 2^-, 4^- \dots$  с  $\lambda = 0$ , T - мезонам  $2^+, 3^+, 4^+ \dots$  с  $\lambda = \pm 2$ .

\* При этом предполагается, что спиральность, связанная с орбитальным моментом,  $\lambda_{orb} = 0$ ; в противном случае T содержит подавление  $(k_1/Q)^{2\lambda_{orb}}$

Смешивание кварк-антикварковой и глюонной компонент волновой функции возможно для мезонов  $0^-, 2^-, 4^- \dots$ , а также  $0^+, 2^+, 4^+ \dots$ . В настоящей работе рассмотрен первый случай на примере наиболее актуальной физической ситуации - смешивания для псевдоскалярных мезонов. Второй случай, включающий в себя, в частности, смешивание для скалярных мезонов, будет рассмотрен в другом месте.

Из общих свойств симметрии волновых функций двухчастичных систем следует, что в случае истинно-нейтрального псевдоскалярного мезона для кварковой волновой функции (рис. I(a)) имеет место  $f^q(x_1) = f^q(1-x_1)$ , а для глюонной волновой функции (рис. I(b))  $f^g(x_1) = -f^g(1-x_1)$ .

Волновые функции логарифмически зависят от точки нормировки. Если для процесса с передачей импульса  $Q^2$  выбрать точку нормировки в этой же точке, то амплитуда процесса будет представляться диаграммами рис. I. Если же точка нормировки будет  $Q_0^2 \ll Q^2$ , то возникнут логарифмические поправки вида  $(\alpha_s \ln Q^2/Q_0^2)^\beta$ . Возможность суммирования этих поправок в амплитудах эксклюзивных процессов является отнюдь не очевидной и обсуждалась в ряде работ. Последовательное доказательство для мезонов получено недавно в [9]. Принято вводить [8] переменную  $\Delta \xi = \frac{1}{\beta} \ln \frac{\alpha_s(Q_0^2)}{\alpha_s(Q^2)}$ , где  $\beta = (11N - 2n_f)/3$ ,  $n_f$  - число активных ароматов. Если  $\Delta \xi \ll 1$ , то существенны только однопетлевые поправки (рис. 2). На рисунке использованы обозначения

$$k_{1,2} = y_{1,2} P_+, \quad y_2 \equiv 1 - y_1 \quad (7)$$

$$k'_{1,2} = x_{1,2} P_+ \pm \alpha p_- \pm k_{1\perp}, \quad x_2 \equiv 1 - x_1$$

При вычислении интеграла по петле на рис. 2 запишем элемент интегрирования  $d^4 k'_1 = Q^2 \frac{\pi}{2} d\alpha dx_1 d\vec{k}_1^2$ . Интеграл по  $\alpha$  берется по вычетам знаменателей пропагаторов, а направление обхода удобно выбрать так, чтобы обходить только один полюс (расположение полюсов зависит от соотношения между  $x_1$  и  $y_1$ ). В интервале  $Q_0^2 \ll k_1^2 \ll Q^2$  интеграл по  $\vec{k}_1^2$  дает логарифм.

В итоге учет однопетлевых поправок на рис.2 дает

$$f^a(x_1, Q^2) = Z_a^2 f^a(x_1, Q_0^2) + \Delta \xi \int_0^1 dy_1 \tilde{V}_b^a(x_1, y_1) f^b(y_1, Q_0^2) \quad (8)$$

где  $a, b = q, g$ . Фактор  $Z_a$  появился при учете собственно энергетических и вершинных поправок к  $T_n$ :

$$Z_q = 1 - \frac{\Delta \xi}{2} \int_0^1 P_q^g(z) dz \quad (9)$$

$$Z_g = 1 - \frac{\Delta \xi}{2} \int_0^1 \left[ \frac{1}{2} P_g^g(z) + n_f P_g^q(z) \right] dz$$

где  $P_a^b(z)$  - вероятность распада партона  $a$  в партон  $b$  в единичном интервале  $\Delta \xi$  [8]. Величины  $Z_a$  имеют наглядный физический смысл и представляют собой амплитуды вероятности того, что партон не распадается при смещении на  $\Delta \xi$  (в терминах работы [8] - при изменении разрешения на  $\Delta \xi$ ).

В дальнейшем удобно ввести вместо функций  $f^a(x_1, Q^2)$  функции

$$F^a(x_1, Q^2) = \frac{1}{x_1 x_2} f^a(x_1, Q^2) \quad (10)$$

Ниже мы будем различать верхние и нижние индексы, связь между которыми осуществляется "метрическим тензором"

$$H_{ab} = \begin{pmatrix} x_1 x_2 & 0 \\ 0 & \frac{C_F}{n_f} (x_1 x_2)^2 \end{pmatrix} \quad (11)$$

Подставляя (10), (9) в (8) получаем окончательный вид уравнения эволюции

$$\left( \delta_{ab}^a \frac{\partial}{\partial \xi} + C_b^a \right) F^b(x_1, \xi) = \int dy_1 V_b^a(x_1, y_1) F^b(y_1, \xi) \quad (12)$$

где

$$C_b^a = \begin{pmatrix} C_F & 0 \\ 0 & \frac{N+2n_f}{3} \end{pmatrix}, \quad C_F = \frac{N^2-1}{2N}$$

$$V_q^q = 2 C_F \left[ \frac{y_1}{x_1} \left( 1 + \frac{\Delta}{x_1 - y_1} \right) \mathcal{V}(x_1 - y_1) + \frac{y_2}{x_2} \left( 1 - \frac{\Delta}{x_1 - y_1} \right) \mathcal{V}(y_1 - x_1) \right]$$

$$V_g^q = 2 C_F \left[ \frac{y_1^2}{x_1} \mathcal{V}(x_1 - y_1) - \frac{y_2^2}{x_2} \mathcal{V}(y_1 - x_1) \right] \quad (13)$$

$$V_q^g = -2 n_f \left[ \frac{y_1}{x_1^2} \mathcal{V}(x_1 - y_1) - \frac{y_2}{x_2^2} \mathcal{V}(y_1 - x_1) \right]$$

$$V_g^g = 2 N \left[ \frac{y_1}{x_1} \left( \frac{2y_1-1}{x_1} + \frac{\Delta}{x_1 - y_1} \right) \mathcal{V}(x_1 - y_1) + \frac{y_2}{x_2} \left( \frac{2y_2-1}{x_2} - \frac{\Delta}{x_1 - y_1} \right) \mathcal{V}(y_1 - x_1) \right]$$

Символ  $\Delta$  в (13) означает операцию  $\Delta F^a(y_1) = F^a(y_1) - F^a(x_1)$ . Инфракрасные расходимости, содержащиеся в  $Z_a$  (9) и в диагональных элементах  $\tilde{V}_a^a$  в (8), взаимно сокращаются. Заметим, что диаграмма рис.2(г) с четырехглюонной вершиной вклад не дает. Уравнение эволюции (12) можно записать в символической форме

$$\left( \delta_{ab}^a \frac{\partial}{\partial \xi} + C_b^a \right) F^b = V_b^a F^b \quad (14)$$

Входящее в (12)-(14) ядро интегрального оператора является симметричным:

$$V_{ab}(x_1, y_1) = V_{ba}(y_1, x_1) \quad (15)$$

напомним, что  $V_{ab} = H_{ac} V_b^c$ .

Для несинглетных по аромату мезонов остается только кварковая диаграмма рис.2(а). Уравнение эволюции для этого случая (член с  $V_q^q$  в (12)) было получено Бродским и Лепажем [1].

Общее решение уравнения (12) будем искать в форме

$$F^a(x_1, \xi) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n E_n^a e^{-\gamma_n \xi} \quad (16)$$

Существует единственная собственная функция, имеющая  $\gamma_0 = 0$ , а именно  $f^q(x_1) = x_1 x_2$  ( $F^q = 1$ ),  $f^g = 0$ . Для всех остальных собственных функций  $\gamma_n > 0$  и, следовательно, они вымирают в асимптотике при  $\xi \gg 1$ . Наличие такой функции связано с сохранением при изменении  $\xi$  интеграла

$$\int f^q(x_1) dx_1 = const \quad (17)$$

что отражает тот факт, что anomalous размерность аксиального тока равна 0 (ср. с /3/). В интеграл (17) вклад дает только мода с  $\gamma_0 = 0$ .

Перейдем к переменным  $x, y$  :

$$x_{1,2} = (1 \pm x)/2, \quad y_{1,2} = (1 \pm y)/2 \quad (18)$$

Для нахождения остальных собственных значений и собственных функций запишем интегральный оператор  $V$  (12) в виде матрицы в базисе

$${}_q e_n = \begin{pmatrix} x^n \\ 0 \end{pmatrix}, \quad {}_g e_n = \begin{pmatrix} 0 \\ x^{n-1} \end{pmatrix} \quad (19)$$

где  $n$  - четное число. Тогда не содержащие производной члены в уравнении (12) можно записать в матричной форме

$$(C-V) {}_a e_n = \sum (\gamma_a^b)_n^k {}_a e_k \quad (20)$$

матрицы  $\gamma_a^b$  оказываются треугольными, т.е. их элементы отличны от нуля только при  $k \leq n$ . Прямое вычисление дает:

$$\begin{aligned} (\gamma_q^q)_n &= C_F \left[ 1 - \frac{2}{(n+1)(n+2)} + 4 \sum_{j=2}^{n+1} \frac{1}{j} \right], \\ (\gamma_g^q)_n &= -C_F \frac{n+3}{(n+1)(n+2)}, \quad (\gamma_q^g)_n = -4n_f \frac{n}{(n+1)(n+2)}, \\ (\gamma_g^g)_n &= N \left[ \frac{1}{3} + \frac{2n_f}{3N} - \frac{8}{(n+1)(n+2)} + 4 \sum_{j=2}^{n+1} \frac{1}{j} \right] \quad (21) \\ \text{и } (k < n) \\ (\gamma_q^q)_n^k &= 2C_F \left[ \frac{1}{(n+1)(n+2)} + \frac{2}{n-k} - \frac{2}{n+1} \right], \\ (\gamma_g^q)_n^k &= 2C_F \frac{1}{n(n+1)(n+2)}, \quad (\gamma_q^g)_n^k = -4n_f \frac{k}{(n+1)(n+2)}, \\ (\gamma_g^g)_n^k &= 4N \left[ -\frac{k}{(n+1)(n+2)} + \frac{1}{n-k} - \frac{1}{n} \right] \end{aligned} \quad (22)$$

Найдем сначала собственные функции операторов  $(C-V)_q$  и  $(C-V)_g$ . Эти операторы не могут повышать степень  $x$ , т.е. их собственные функции являются полиномами. Из свойства симметрии (15) следует, что собственные функции оператора  $(C-V)_q$  являются ортогональными с весом  $H_{qq} = x_1 x_2$ , т.е. представляют собой полиномы Гегенбауэра  $C^{3/2}(x)$  (см. [3]). Аналогично, собственные функции оператора  $(C-V)_g$ , ортогональные с весом  $H_{gg} = \frac{C_F}{n_f} (x_1 x_2)^2$ , представляют собой по-

линомы Гегенбауэра  $C_{n-1}^{5/2}(x)$ .

Перейдем к новому базису

$${}_q E_n = \begin{pmatrix} C_n^{3/2}(x) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad {}_g E_n = \begin{pmatrix} 0 \\ C_{n-1}^{5/2}(x) \end{pmatrix} \quad (23)$$

При действии недиагональных операторов  $(C-V)_g$  номер  $n$  не может повышаться, т.е. матрицы этих операторов в новом базисе являются треугольными. Наряду с этим из (15) следует, что они симметричны друг другу (в нормированном базисе (23)), и, значит, являются диагональными. Иными словами, недиагональные операторы  $(C-V)_g$  переводят вектора базиса (23) с данным  $n$  друг в друга.

В результате можно искать собственные функции для каждого  $n$  отдельно. Для этого необходимо диагонализировать матрицу  $(\gamma_n)_g$ , элементы которой следуют из (21):

$$\begin{aligned} (\gamma_n)_q &= (\gamma_q^q)_n, \quad (\gamma_n)_g = (\gamma_g^g)_n, \\ (\gamma_n)_g &= \frac{n}{3} (\gamma_q^g)_n, \quad (\gamma_n)_q = \frac{3}{n} (\gamma_g^q)_n. \end{aligned} \quad (24)$$

где множитель  $n/3$ , представляющий собой отношение коэффициентов при старших степенях полиномов  $C_{n-1}^{5/2}(x)$  и  $C_n^{3/2}(x)$ , связан с нормировкой в базисе (23).

Окончательно имеем для собственных значений и собственных функций уравнения эволюции:

$$\pm \delta_n = \frac{1}{2} \left[ (\gamma_n)_q + (\gamma_n)_g \pm \sqrt{((\gamma_n)_q - (\gamma_n)_g)^2 + 4(\gamma_n)_g^2} \right] \quad (25)$$

$$\pm E_n = \frac{1}{\pm N_n} \begin{pmatrix} C_n^{3/2}(x) \\ \pm a_n C_{n-1}^{5/2}(x) \end{pmatrix}$$

где

$$\pm a_n = \frac{\pm \delta_n - (\gamma_n)_q}{(\gamma_n)_g}, \quad \pm N_n^2 = \frac{(n+1)(n+2)}{8(n+3/2)} \left[ 1 + \frac{C_F}{n_f} \frac{n+3}{36} \pm a_n^2 \right]$$

Собственные функции (25) удовлетворяют условию ортонормировки

$$\int dx_1 {}_c E_n H {}_{c'} E_{n'} = \delta_{cc'} \delta_{nn'} \quad (26)$$

Следует иметь в виду, что эволюцию можно описывать как со стороны жесткой амплитуды  $T_H$ , так и стороны волновой функции  $f^a(x)$ . Определим функцию (см. (3))

$$S_a = x_1 x_2 \frac{1}{4N} \text{Sp} [\Gamma T_H]_a \quad (27)$$

тогда выражение (3) можно символически записать в следующих формах

$$T = F^b(Q_0) G_b^a(\Delta \xi) S_a(Q) = F^a(Q) S_a(Q) = F^b(Q_0) S_b(Q, \Delta \xi) \quad (28)$$

где

$$F^a(Q) = F^b(Q_0) G_b^a(\Delta \xi) \quad (29)$$

$$S_b(Q, \Delta \xi) = G_b^a(\Delta \xi) S_a(Q)$$

а  $G_b^a(\Delta \xi)$  есть функция Грина уравнения эволюции. В аксиальной калибровке функция  $G$  представляет собой сумму лестничных диаграмм, и уравнение Бете-Салпетера для нее можно записать в следующих двух эквивалентных формах (см. рис. 3, ср. с [8])

$$\begin{aligned} (\delta_c^b \frac{\partial}{\partial \xi} + C_c^b) G_a^c &= V_c^b G_a^c \\ (\delta_a^c \frac{\partial}{\partial \xi} + C_a^c) G_c^b &= G_c^b V_a^c \end{aligned} \quad (30)$$

Уравнения (30) с учетом соотношений (28) можно записать либо в форме уравнения эволюции для волновой функции (см. (I4)), либо в форме уравнения эволюции для жесткой амплитуды  $S_a$  (29):

$$(\delta_a^c \frac{\partial}{\partial \xi} + C_a^c) S_c = S_c V_a^c \quad (31)$$

Собственные функции и собственные значения для этого уравнения совпадают с найденными выше для уравнения (I4).

Проблема смешивания кварк-антикварковой и двухглюонной компонент фоковской волновой функции псевдоскалярного мезона обсуждалась совсем недавно с использованием вильсоновского разложения на световом конусе и операторной техники Шифманом и Висоцким [10]. Они рассматривали операторы вида

$$\begin{aligned} q O_{n(n_0)} &= S \frac{i \partial_{M_{n+1}}}{2} \dots \frac{i \partial_{M_{n_0}}}{2} \sum_q \bar{q} \gamma^\nu \gamma^5 i \overleftrightarrow{\mathcal{D}}_{M_1} \dots i \overleftrightarrow{\mathcal{D}}_{M_{n_0}} q \\ g O_{n(n_0)} &= S \frac{i \partial_{M_{n+1}}}{2} \dots \frac{i \partial_{M_{n_0}}}{2} \frac{i}{4} \tilde{G}_{\alpha\nu}^a i \overleftrightarrow{\mathcal{D}}_{M_1} \dots i \overleftrightarrow{\mathcal{D}}_{M_{n_0}} G_{M_{n_0}\alpha}^a \end{aligned} \quad (32)$$

где  $q$  — операторы кваркового поля,  $G_{\mu\nu}^a$  — напряженность глюонного поля,  $\tilde{G}_{\mu\nu}^a = \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} G_{\alpha\beta}^a$ ,  $\mathcal{D}_\mu$  — ковариантная производная, значок  $\overleftrightarrow{\mathcal{D}}_\mu = (\overrightarrow{\mathcal{D}}_\mu - \overleftarrow{\mathcal{D}}_\mu)/2$ ,  $S$  — оператор симметризации.

Для сопоставления операторной техники с результатами настоящей работы выразим матричные элементы этих операторов между вакуумом и однорезонным состоянием  $|M\rangle$  через волновую функцию мезона. Для этого на рис. I следует заменить жесткую амплитуду на соответствующий оператор (ср. с формулой (3)). В итоге имеем

$$\langle 0 | {}_a O_{n(n_0)} | M \rangle = \left(\frac{P_+}{2}\right)_\nu \left(\frac{P_+}{2}\right)_{\mu_1} \dots \left(\frac{P_+}{2}\right)_{\mu_{n_0}} n_f \int_{-1}^{+1} dx_a e_n^b F_b^a(x) \quad (33)$$

где  $e_n^b$  даются формулой (I9).

При эволюции в соответствии с уравнениями ренормгруппы [10] оператор  ${}_a O_{n(n_0)}$  смешивается с операторами  ${}_b O_{k(n)}$  при  $k \leq n$ . Из формулы (33) следует, что это смешивание такое же, как для функций  $S^a$  в базисе (I9), и поэтому описывается матрицей аномальных размерностей (21), (22).

Смешивание операторов (32) впервые рассматривалось в [11] в задаче глубоко неупругого рассеяния поляризованных электронов. В этой задаче встречаются только операторы с  $n = n_0$ , так что проявляются только диагональные по  $n$  элементы матрицы аномальных размерностей (21). В случае эксклюзивных процессов необходимо рассматривать общий вид [10] операторов (32), так что возникают и недиагональные элементы (22). Наши результаты полностью согласуются с [11] и с точностью до нормировочного множителя с [10]. Отметим, что формула (33) позволяет производить перевод с операторного языка на язык волновых функ-

\* В главном логарифмическом приближении мультипликативно перенормируемые операторы получают удлинением производных из конформных операторов, которые содержат  $S_{n+2}^{3/2}$  для кварзов и  $S_{n+1}^{5/2}$  для глюонов (см., напр., [12]).

ций и обратно на любой стадии вычислений.

Проведенный выше анализ необходимо использовать при рассмотрении процессов, в которых участвуют мезоны, имеющие синглетную по аромату компоненту волновой функции. Эта компонента преобладает в  $\eta'$ -мезоне, составляет заметную примесь в  $\eta$ -мезоне и примесь порядка единицы в  $\eta_c, (\eta_c, \dots)$ -мезонах.

Примером такого процесса является  $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \eta' \gamma$

который представляется двумя диаграммами (см. рис. 4) с противоположным направлением обхода в фермионной петле. Матричный элемент процесса принято записывать в форме

$$i e^2 \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu} q_\alpha p_\beta F_{\eta'}(q^2) \quad (34)$$

где  $F_{\eta'}(q^2)$  - переходной форм фактор.

Сечение процесса имеет вид

$$\frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \eta' \gamma)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-)} = \frac{\pi \alpha}{2} q^2 |F_{\eta'}(q^2)|^2 \quad (35)$$

При больших передачах импульса переходной форм фактор есть

$$F_{\eta'}(q^2) = 2 \frac{\sum_q Q_q^2 I_{\eta'}^q}{q^2} \quad (36)$$

где  $Q_q$  - заряд кварка,

$$I_{\eta'}^q = \int_0^1 \frac{f_{\eta'}^q(x_1, q^2) dx_1}{1-x_1} \quad (37)$$

Волновая функция  $f_{\eta'}^q$  может быть разбита на синглетную (S) и несинглетную (NS) по аромату части

$$f_{\eta'}^q = f_{\eta'}^q(NS) + f_{\eta'}^q(S) \quad (38)$$

Эти части эволюционируют (по  $\xi$ ) по-разному:  $f_{\eta'}^q(NS)$  в соответствии с уравнением Бродского-Лепажэ [1], а  $f_{\eta'}^q(S)$  - в соответствии с уравнением (12). Подставляя разложение по собственным функциям (16), (25) и взяв интеграл по  $x_1$  в (37) имеем

$$I_{\eta'}^q = \frac{1}{2} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} a_n^q e^{-\delta_n \xi} + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{c=\pm} \frac{1}{c N_n} a_{n(c)}^q e^{-c \delta_n \xi} \right] \quad (39)$$

где  $\delta_n$  совпадает с  $(\gamma_n)_q$  (24) (см. [1-3, 5]), а  $c \delta_n$  даются (25). Коэффициенты  $a_n$  определяются начальными условиями. Приведенные результаты применимы для всех истинно нейтральных псевдоскалярных мезонов.

Еще одним приложением является распад тяжелого векторного кваркония  $V \rightarrow \eta' \gamma$ . Простейшая диаграмма рис. 5а в главном порядке по  $1/m_c^2$  обращается в 0 в силу спиновой структуры её амплитуды. Действительно, матричный элемент эффективного лагранжиана, описывающего распад  $V \rightarrow \gamma q \bar{q}$ , между псевдоскалярным двухглюонным состоянием и вакуумом пропорционален квадрату инвариантной массы этого состояния. Отличный от нуля вклад даёт диаграммы рис. 5(б, в). В них петля относится не к волновой функции, а к жесткой амплитуде, т.е. интеграл по ней определяется областью, где все виртуальности  $\sim m_c$ , и не содержит логарифма. Поэтому размерной оценкой ширины будет

$$\frac{\Gamma(V \rightarrow \eta' \gamma)}{\Gamma(V \rightarrow \gamma + \text{had})} \sim \alpha_s^2 \frac{(f^q, f^g)^2}{m_c^2} \quad (40)$$

Заметим, что это ширина этого процесса одинаково сильно зависит от кварковой и глюонной компонент волновой функции  $\eta'$ .

Если же масса кваркония недостаточно велика (случай шармония), то главным становится другой механизм, а именно степенная поправка к диаграмме рис. 5(а). Он даёт

$$\frac{\Gamma(V \rightarrow \eta' \gamma)}{\Gamma(V \rightarrow \gamma + \text{had})} \sim \left( \frac{m_{\eta'}^2}{m_c^2} \right)^2 \frac{(f^g)^2}{m_c^2} \quad (41)$$

Попытка рассмотрения этого механизма проведена в [13].



Л и т е р а т у р а

1. G.P.Lepage, S.J.Brodsky. Phys.Lett. 87B, 359 (1979)
2. S.J.Brodsky. Proceedings of 1979 Summer Institute on Particle Physics at SLAC, p.133. Edited by A.Mosher, Stanford, California (1980)
3. G.P.Lepage, S.J.Brodsky. Phys.Rev. D22, 2157 (1980)
4. A.V.Efremov, A.V.Radyushkin. Phys.Lett. 94B, 245 (1980)
5. В.Л.Черняк. Материалы 15 зимней школы ЛЯФ (1980)
6. S.J.Brodsky, G.R.Farrar. Phys.Rev.Lett. 31, 1153 (1973)
7. V.A.Matveev, R.M.Muradyan, A.V.Tavkhelidze. Lett.Nuovo Cimento 7, 719 (1973)
8. Yu.L.Dokshitzer, D.I.Dyakonov, S.I.Troyan. Phys.Rep. 58, 269 (1980)
9. A.Duncan, A.H.Mueller. Phys.Rev. D21, 1636 (1980)
10. M.A.Shifman, M.I.Vysotsky. Preprint ITEP-147 (1980)
11. M.A.Ahmed, G.G.Ross. Nucl.Phys. B111, 441 (1976)
12. Ю.М.Макеенко. Препринт ИТЭФ-124 (1980)
13. V.A.Novikov, M.A.Shifman, A.I.Vainshtein, V.I.Zakharov. Nucl.Phys. B165, 55 (1980)

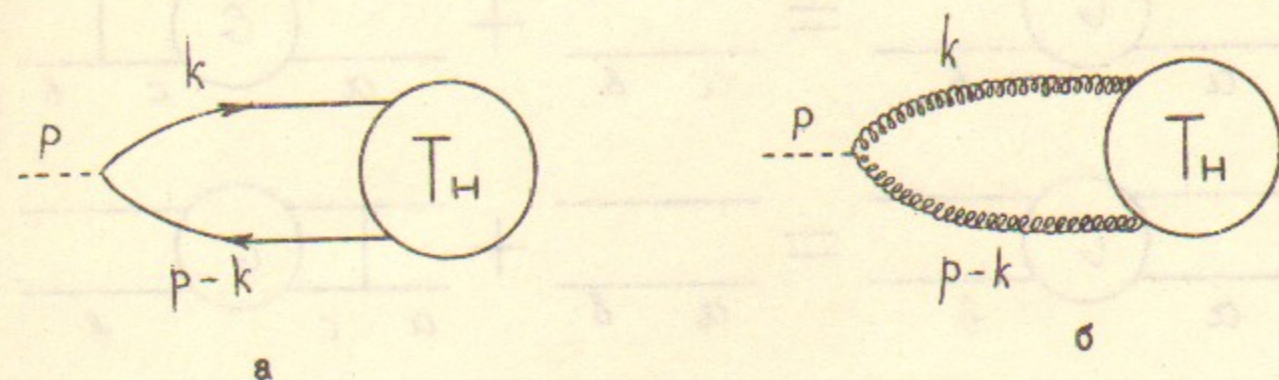


Рис.1.

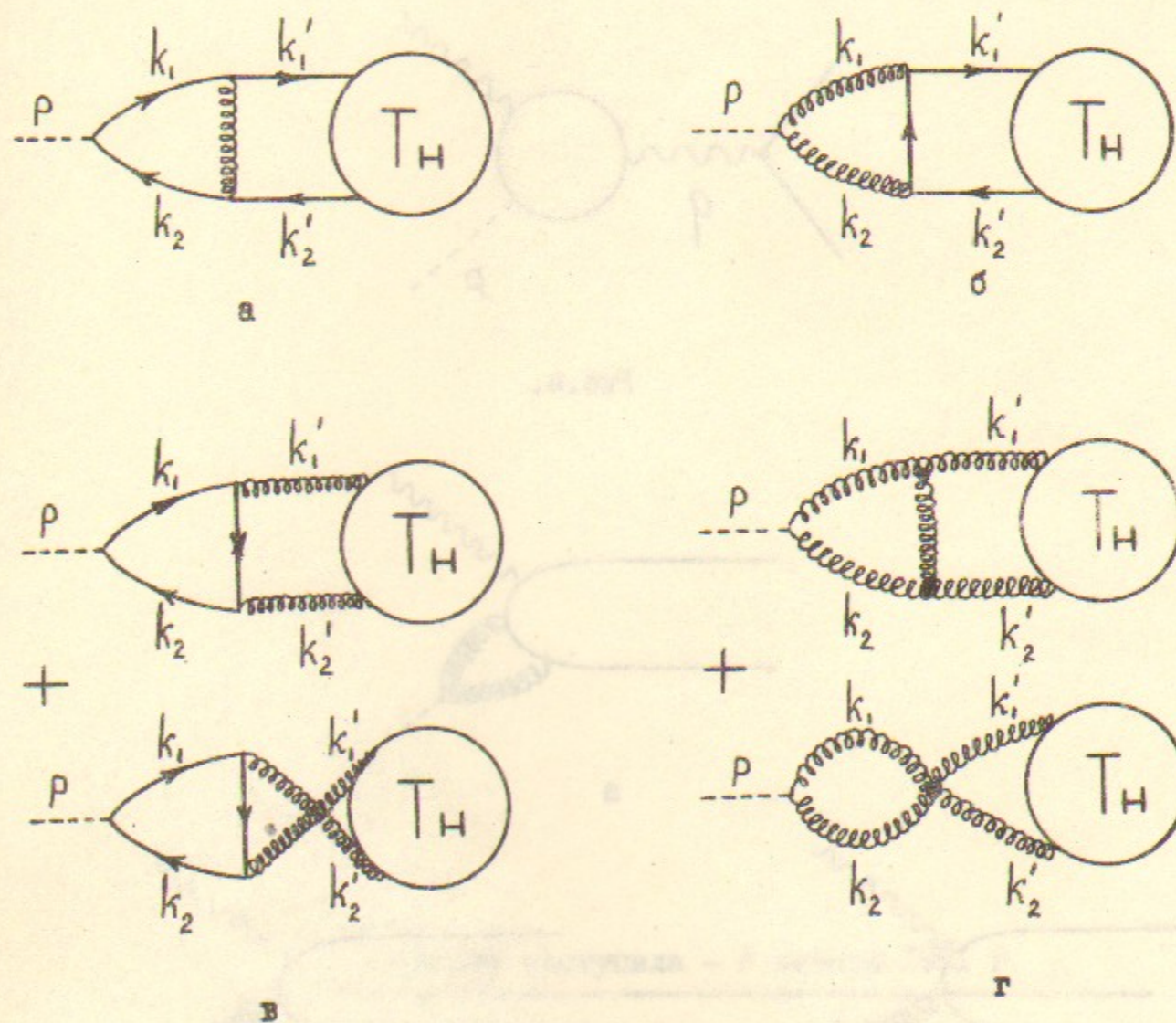


Рис.2.

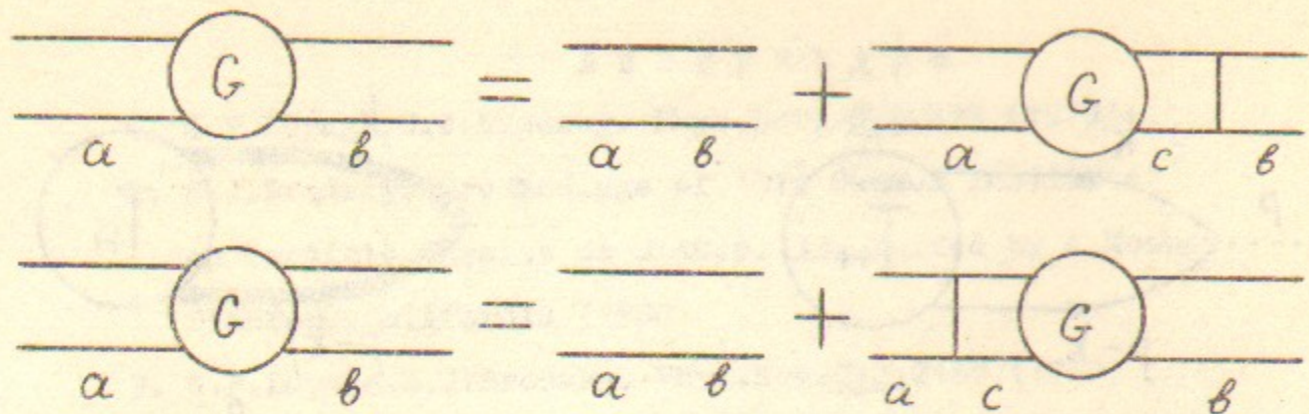


Рис.3.

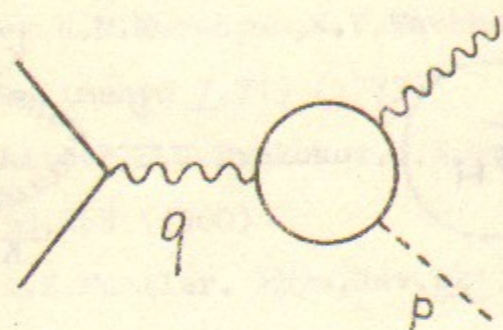


Рис.4.

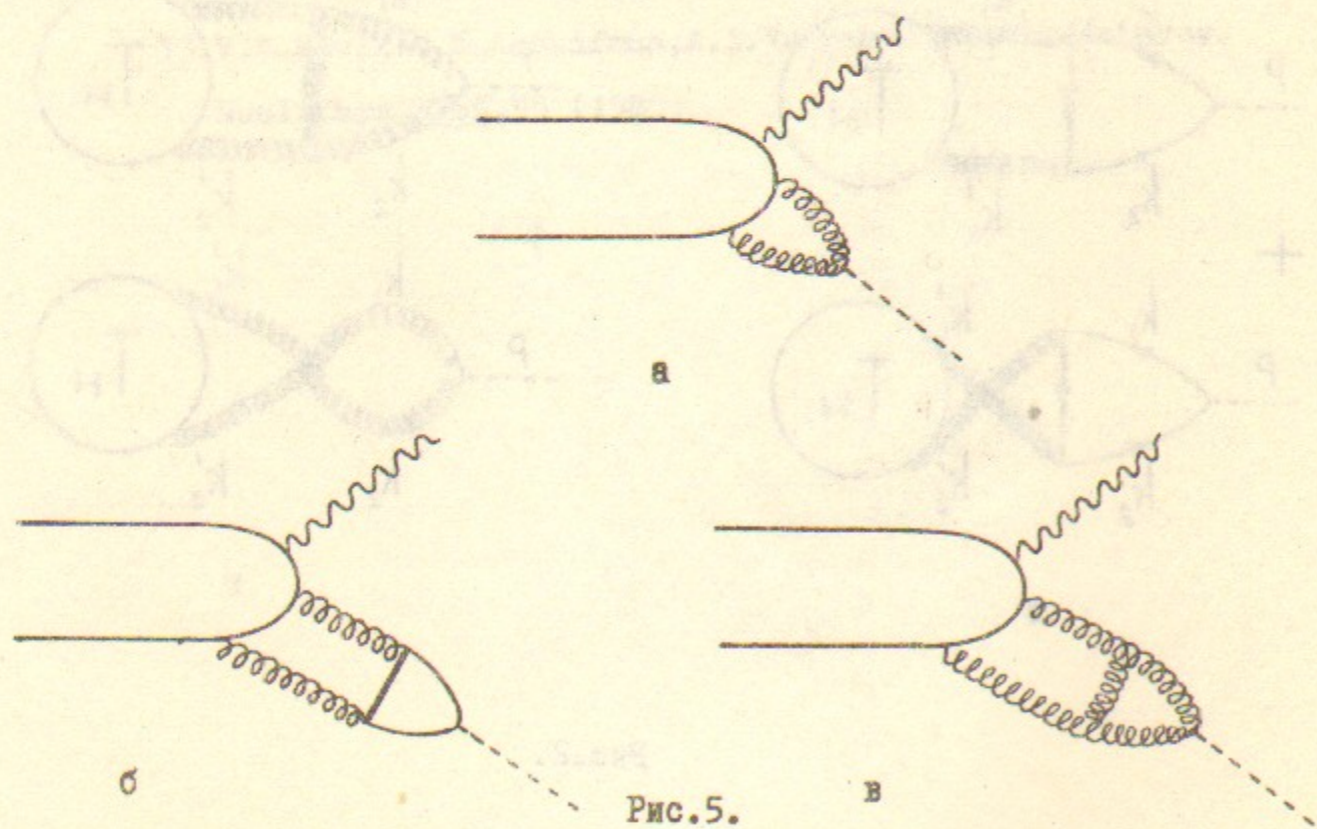


Рис.5.

Работа поступила - 8 января 1981 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов  
 Подписано к печати 26.I-1981 г. МН 13695  
 Усл.0,9 печ.л., 0,6 учетно-изд.л.  
 Тираж 250 экз. Бесплатно  
 Заказ № II.

Отпечатано на ротапинтере ИЯФ СО АН СССР