

4  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ  
СО АН СССР

Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин

КОНВЕРСИЯ И МОДУЛЯЦИОННАЯ НЕУС-  
ТОЙЧИВОСТЬ ЛЕНГМЮРОВСКИХ ВОЛН

ПРЕПРИНТ 81 - 04



Новосибирск

КОНВЕРСИЯ И МОДУЛЯЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ  
ЛЕНГМЮРОВСКИХ ВОЛН

Н. С. Бучельникова, Е. П. Маточкин

А Н Н О Т А Ц И Я

Проведены численные эксперименты по исследованию конверсии ленгмюровских волн в неоднородной плазме с подвижными ионами. Показано, что основное отличие от случая с неподвижными ионами заключается в образовании мелкомасштабных возмущений плотности под действием пондеромоторной силы. Конверсия на этих возмущениях приводит к быстрому затуханию электрического поля.

Проведено сравнение конверсии и модуляционной неустойчивости. Показано, что обе приводят к образованию солитоноподобной структуры. Конверсия приводит к дроблению этой структуры на более мелкомасштабные, а модуляционная неустойчивость к её стягиванию.

THE CONVERSION AND MODULATIONAL INSTABILITY  
OF LANGMUIR WAVES

N.S.Buchelnikova, E.P.Matochkin

A b s t r a c t

The numerical experiments were made to investigate the conversion of Langmuir waves on the sinusoidal density perturbations in the plasma with mobile ions. It is shown that the main difference from the case of immobile ions is the formation of smalldimensional density perturbations due to the action of ponderomotive force. The conversion on these perturbations leads to the rapid damping of the electric field.

The comparison of the conversion and modulational instability shows that both of them lead to the formation of solitonlike structure. But in the first case this structure divides up to smalldimensional structures, in the latter - it contracts up to the beginning of the damping.

Ранее были проведены численные эксперименты по исследованию конверсии ленгмировских волн в неоднородной (синусоидальные возмущения плотности) плазме с неподвижными ионами /1/ (далее будем называть эту работу I). Было показано, что конверсия (каскадный процесс  $\ell_{k_e} + \ell_{k_i} = \ell_{k_e + \beta k_i} + \ell_{k_e - \beta k_i}$ ,  $\beta = 1, 2, 3, \dots$ ,  $k_e, k_i$  - волновой вектор ленгмировской волны и ионного возмущения /2-4/) не имеет порога и приводит к генерации гармоник с волновыми векторами  $k_N = k_e + \beta k_i$  (прямые волны) и  $k_N = k_e - \beta k_i$  (прямые или обратные волны). При длинноволновых возмущениях плотности  $\lambda_i > \lambda_e$ ,  $\lambda_i/\lambda_e = 1, 2, 3, \dots$  возбуждаются только прямые волны  $k = |k_e \pm \beta k_i|$ . Развитие гармоник во времени описывается модулем функций Бесселя порядка  $\beta$   $E_\beta^N = |\mathcal{J}_\beta(\frac{1}{2}\frac{\tilde{n}}{n_0} \omega_{et})|$ , где  $E_\beta^N$  - амплитуда гармоники с номером  $N = N_e \pm \beta N_i$ ,  $N_{e,i} = \mathcal{L}/\lambda_{e,i}$ ,  $\mathcal{L}$  - длина системы.

В динамическом описании конверсия проявляется в модуляции волны, локализации электрического поля во впадине плотности (в случаях  $\lambda_i < \lambda_e$  - вблизи дна впадины, в случаях  $\lambda_i > \lambda_e$  - в области спада плотности) и образовании солитоноподобной структуры. С течением времени эта структура дробится на более и более мелкомасштабные структуры до тех пор, пока не начнется затухание. Показано, что затухание связано с захватом и ускорением электронов плазмы достаточно коротковолновыми гармониками.

В настоящей работе исследуется конверсия ленгмировских волн в неоднородной плазме с подвижными ионами ( $\frac{M}{m} = 10^2$ ) в области параметров волн  $\frac{E_0^2}{8\pi n T} > \frac{m}{M} > (k_e r_d)^2$ . Ранее исследовалась неустойчивость ленгмировских волн в однородной плазме с подвижными ионами /5-7/. Было показано, что в области параметров  $\frac{E_0^2}{8\pi n T} > \frac{m}{M} > (k_e r_d)^2$  основную роль играет модуляционная неустойчивость, которая приводит к модуляции волны. В результате действия ponderomotorной силы плазма выталкивается из области повышенного поля. Это ведет к образованию впадин плотности, к локализации в них электрического поля, к росту плотности энергии и дальнейшему росту впадин. Конверсия также приводит к локализации электрического поля. Поэтому можно ожидать, что в неоднородной плазме с подвижными ионами ponderomotorная сила также может играть существенную роль.

### I. Конверсия в плазме с подвижными ионами.

Развитие конверсии исследовалось в случаях Ia, 2a, 3a с теми же параметрами волны и возмущения плотности, как в случаях I, 2, 3 из I (Таблица I).

Таблица I

Случай	$\frac{\lambda_e}{r_d}$	$\frac{V\phi}{V_T}$	$\frac{\tilde{n}}{n_0}$	$\frac{\lambda_i}{r_d}$	$N_e$	$N_i$	$N_e + N_i$	$N_e - N_i$
Ia	1000	160	0,2	200	1	5	6	4 ( $k < 0$ )
2a	1000	160	0,2	1000	1	1	2	-
3a	200	32	0,2	1000	5	1	6	4
4	1000	160	0	-	-	-	-	-

$$E_0^2/8\pi nT = 1,6; \mathcal{L}/r_d = 1000.$$

Ленгмюровская волна с такими же параметрами, как в этих случаях (например, случай 4) неустойчива. Но скорость роста модуляционной неустойчивости много меньше, чем скорость роста конверсии. Это видно из Рис. I, где показано изменение плотности энергии электрического поля при конверсии (кривая Ia) и при модуляционной неустойчивости (кривая 4). Таким образом, в этих случаях основную роль играет конверсия и можно выяснить к каким новым явлениям приводят подвижность ионов при развитии конверсии.

Случай Ia -  $\lambda_i < \lambda_e$ . В I было показано, что в аналогичном этому случае I довольно быстро начинается затухание. Модуляция волны становится существенной в  $t/T_{oe} \geq 7$  ( $T_{oe} = \frac{2\pi}{\omega_{oe}}$  - период электронных плазменных колебаний), а уже в  $t/T_{oe} \geq 10$  становится существенным затухание (Рис.2, кривая I). Явления, связанные с действием пондеромоторной силы, проявляются за время порядка периода ионных плазменных колебаний  $T_{oi}$ , при  $\frac{M}{m} = 10^2$ ,  $T_{oi} \sim 10 T_{oe}$ . Таким образом, можно ожидать, что явления, связанные с подвижностью ионов, в этом случае не окажут существенного влияния на развитие конверсии.

Действительно, развитие конверсии в этом случае практически не отличается от случая I (Рис.I,2). Практически совпадают спектры  $E''(N)$ , кривые  $E''_\beta(t)$ , распределение поля

$E(x)$  и плотности энергии  $E^2(x)$  в разные моменты времени. Небольшое отличие можно видеть на кривых плотности энергии  $E_{max}^2/E_0^2(t)$  (Рис.I): на кривой Ia максимум несколько больше. Анализ кривых  $E(x)$ ,  $E^2(x)$  (Рис.3а, б) показывает, что максимальная плотность энергии достигается в области  $x/\lambda_i \sim 1-2$ , где происходит локализация поля за счет модуляционной неустойчивости (см. ниже). Это различие, однако, не меняет ни начала, ни скорости развития затухания (Рис.2, I).

Основным отличием случая Ia от случая I является развитие новых возмущений плотности. Это видно из кривых распределения поля, плотности энергии поля и возмущенной плотности плазмы в одной впадине плотности (Рис.3а) и на длине системы (Рис.3б). К моменту  $t/T_{oe} \sim 7$  электрическое поле локализуется в области дна впадины плотности. Максимум поля перемещается из одной впадины в другую и в течение плазменного периода  $T_{oe}$  проходит все впадины, но в данной впадине максимальное поле всегда находится в области дна (см. I). Локализация поля приводит к тому, что пондеромоторная сила выталкивает плазму из области локализации. Действительно, из Рис.3 видно, что в  $t/T_{oe} \geq 13$  в области локализации поля появляются мелкомасштабные возмущения. Несмотря на то, что поле уже затухает, новые впадины продолжают нарастать из-за инерции ионов. Из Рис.3а, б видно, что максимальную амплитуду имеют возмущения в области дна впадин. Глубина новых впадин достигает максимума через  $\sim 1,5 T_{oi}$  в  $t/T_{oe} \sim 30$ . Поскольку поле к этому времени уже затухло, в дальнейшем впадины склоняются. Этот процесс был подробно исследован ранее [8].

Случай 2a -  $\lambda_i = \lambda_e$ . Начальная стадия развития конверсии до  $t/T_{oe} \sim 10-13$  в этом случае не отличается существенно от случая 2 (Рис.4-6). Небольшой новый максимум на Рис.4 обусловлен модуляционной неустойчивостью. Электрическое поле локализуется в области спада плотности  $x/\lambda_i \sim 0-0,5$  и образует солитоноподобную структуру (Рис.6б) подобно случаю 2 (Рис.6а). С течением времени эта структура дробится на более и более мелкомасштабные структуры. При  $t/T_{oe} > 10$  в области локализации электрического поля появляются мелкомасштабные возмущения плотности. Положение новых впадин совпадает с положением максимумов электри-

ческого поля. Это подтверждает, что впадины образовались в результате действия пондеромоторной силы. Глубина этих впадин нарастает и достигает максимума к  $t/T_{oe} \sim 40$  (Рис.6б).

Конверсия гармоник волны на новых возмущениях плотности должна приводить к возбуждению коротковолновых гармоник (прямых и обратных волн). В динамическом описании это эквивалентно концентрации поля в новых впадинах. В результате затухание должно начинаться раньше. Действительно, из Рис. 4,5 видно, что затухание начинается в  $t/T_{oe} \sim 14$  (на  $\sim 10 T_{oe}$  раньше, чем в случае 2) и развивается гораздо быстрее, чем в случае 2 (см. также Рис.6а,б).

Затухание электрического поля так же, как в плазме с не-подвижными ионами обусловлено захватом электронов плазмы. В случае 2 возбуждаются только прямые волны, которые захватывают электроны с положительными скоростями  $v > 0$ . Это видно по функции распределения электронов, которая имеет резко выраженный асимметричный характер (Рис.7а). Конверсия гармоник на мелкомасштабных возмущениях плотности, эквивалентная случаю  $\lambda_i < \lambda_e$ , должна приводить к возбуждению как прямых, так и обратных волн. Электроны в этом случае должны захватываться как в области положительных, так и в области отрицательных скоростей  $v < 0$ . Действительно, функция распределения по скоростям в случае 2а симметрична (Рис.7б).

Случай 3а -  $\lambda_i > \lambda_e$ . И в этом случае развитие конверсии до  $t/T_{oe} \sim 10$  практически не отличается от случая 3. (Рис.8-10). Электрическое поле локализуется в области спада плотности и образует структуру, подобную солитону огибающей, с течением времени она дробится на более мелкомасштабные. При  $t/T_{oe} > 10-15$  в области максимумов поля появляются мелкомасштабные возмущения плотности, которые нарастают до  $t/T_{oe} \sim 40$  (Рис.10б). Конверсия гармоник на этих возмущениях приводит к генерации еще более коротковолновых гармоник. Из спектров Рис.11 видно, что в случае 3а в  $t/T_{oe} \geq 13$  возбуждены коротковолновые гармоники  $N > 15$ ; остальная часть спектра практически не отличается от случая 3 и определяется конверсией на начальном возмущении. Возбуждение этих гармоник приводит к более раннему и более быстрому затуханию поля (Рис.8,9,10а,б).

Захват электронов, как и в случае 2а, происходит в областях  $v > 0$  и  $v < 0$ , так что функции распределения по скоростям в случаях 3 и 3а сильно различаются (Рис.12а,б).

Таким образом, конверсия волны в плазме с подвижными ионами сопровождается образованием мелкомасштабных впадин плотности в результате действия пондеромоторной силы. Конверсия на новых возмущениях приводит к генерации коротковолновых гармоник и быстрому затуханию электрического поля.

## 2. Модуляционная неустойчивость в неоднородной плазме

Ранее /5/ исследовалось развитие модуляционной неустойчивости в однородной плазме. Рассмотрим случай 4, в котором ленгмировская волна имеет те же параметры, что и в случаях 1а, 2а. Сравним развитие неустойчивости в однородной (случай 4) и в неоднородной (случай 1а, 2а) плазме. Распределение поля и плотности энергии в разные моменты времени для случая 4 показано на Рис.13. Сравнительные кривые для случаев 4-1а показаны на Рис.1,2, для случаев 4-2а - на Рис.4,5. Из рисунков видно, что задание возмущения плотности  $\tilde{n}/n_0 \sim 0,2$  кардинально меняет развитие событий. Определяющую роль при этом играет развитие конверсии, которая приводит к более быстрому нарастанию плотности энергии поля (сравни Рис.13 с Рис.3а, бб; см. Рис.1, Рис.4) и генерации коротковолновых гармоник. Это приводит к тому, что затухание в случаях 1а, 2а начинается в  $t/T_{oe} \sim 10$  - значительно раньше, чем в случае 4 ( $t/T_{oe} \sim 65$ ), так что в неоднородной плазме модуляционная неустойчивость практически не успевает развиться.

## 3. Сравнение конверсии и модуляционной неустойчивости

Сравним характерные черты развития конверсии и модуляционной неустойчивости. В качестве характерного примера конверсии рассмотрим случай 2, модуляционной неустойчивости - случай 4 (напомним, что параметры волны в этих случаях одинаковы).

Модуляционная неустойчивость приводит к модуляции волны с длиной модуляции  $\sim \lambda/2$  (Рис.13,  $t/T_{oe} \sim 22$ ) и к образованию впадины плотности в области большего поля. Электрическое поле локализуется во впадине плотности и образует солитоноподобную

структуре ( $t/T_{oe} \sim 30$ ). Действие пондеромоторной силы приводит к увеличению глубины впадины плотности, росту плотности энергии (Рис.4, кривая 4) и сжатию образовавшейся структуры ( $t/T_{oe} \sim 30-60$ ). С течением времени "солитон" сжимается все больше и больше, но не делится на мелкомасштабные структуры. Сжатие продолжается до  $t/T_{oe} \sim 65$ , когда начинается затухание (Рис.5, кривая 4).

В спектральном описании модуляционная неустойчивость и сжатие "солитона" проявляются в последовательном нарастании более и более коротковолновых гармоник (Рис.14а). Амплитуда гармоник нарастает до начала захвата электронов и затухания электрического поля. Спектр гармоник  $E^N(N)$  имеет экспоненциальный спад (Рис.15а).

Развитие конверсии в спектральном описании также проявляется в последовательном нарастании более и более коротковолновых гармоник. Однако, амплитуда гармоник не нарастает монотонно, но описывается модулем функций Бесселя  $J_l$  (Рис.14б). Это указывает на то, что происходит обмен и перераспределение энергии между гармониками. Спектр обычно резко обрывается в сторону коротковолновых гармоник (Рис.15б). В динамическом описании, как уже говорилось, конверсия проявляется в образовании солитоноподобной структуры, которая с течением времени дробится на более и более мелкомасштабные.

Таким образом, сравнение модуляционной неустойчивости (случай 4) и конверсии (случай 2) показывает, что в обоих случаях образуются солитоноподобные структуры. Однако развитие модуляционной неустойчивости приводит к её сжатию, а развитие конверсии к дроблению на мелкомасштабные структуры.

Модуляционная неустойчивость исследовалась ранее в широком диапазоне начальных параметров волны /5/. Было показано, что её развитие всегда приводит к образованию солитоноподобной структуры, которая с течением времени сжимается без дробления. В области начальных параметров  $E_0/8\pi l^2 < k_0 r_d$  сжатие приводит к образованию равновесного квазистационарного солитона. В области  $E_0/8\pi l^2 > k_0 r_d$  модуляционная неустойчивость приводит к коллапсу, когда, подобно случаю 4, сжатие продолжается

до тех пор пока не становится возможным затухание. В отличие от этого, конверсия, как было показано в /1/, приводит к об разованию структуры, подобной солитону огибающей, которая дробится на все более мелкомасштабные структуры до тех пор, пока не начнется затухание.

## Л и т е р а т у р а

1. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Конверсия ленгмюровских волн в неоднородной плазме". Препринт ИЯФ СО АН СССР № 80-192, Новосибирск, 1980.
2. A.S.Bakai Nucl. Fusion 10, 53, 1970.
3. P.K.Kaw, A.T.Lin, J.M.Dawson Phys. Fluids 16, 1967, 1973.
4. Б.Б.Кадомцев "Коллективные явления в плазме", стр.146, Москва, Наука, 1976.
5. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость одномерной ленгмюровской волны. Солитоны и коллапс". Препринт ИЯФ СО АН СССР № 78-76, Новосибирск, 1978.  
Физика Плазмы, в печати.
6. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость и затухание стоячих ленгмюровских волн с разными амплитудами". Препринт ИЯФ СО АН СССР, № 78-19, Новосибирск, 1978.  
Plasma Phys. в печати.
7. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость и затухание одномерных ленгмюровских волн". Препринт ИЯФ СО АН СССР, № 79-II5, Новосибирск, 1979.
8. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость нелинейной ленгмюровской волны". Препринт ИЯФ СО АН СССР, № 77-39, Новосибирск, 1977.

## Подписи к рисункам

- Рис.1. Зависимость от времени максимальной плотности энергии  $E_{max}^2/E_0^2(t)$ . Случай I, Ia, 4.  
 $E_{max}$  - максимальное значение  $E(x)$  за период.
- Рис.2. Зависимость от времени энергии поля  $W_e/W_e^o(t)$  и энергии электронов  $\Delta W_e/W_e^o(t)$ . Случай I, Ia, 4.  
 $\Delta W_e = W_e - W_e^o$
- Рис.3. Распределение поля  $E/E_0(x)$ , плотности энергии  $E^2/E_0^2(x)$  и возмущения плотности плазмы  $\tilde{n}/n_0$  в разные моменты времени. Случай Ia.  
 а. Распределение в одной впадине.  
 б. Распределение в системе.
- Рис.4. Зависимость от времени максимальной плотности энергии. Случай 2, 2a, 4.
- Рис.5. Зависимость от времени энергии поля и энергии электронов. Случай 2, 2a, 4.
- Рис.6. Распределение поля, плотности энергии и возмущения плотности плазмы в разные моменты времени.  
 а.  $E/E_0(x)$ ,  $E^2/E_0^2(x)$ . Случай 2.  
 б.  $E^2/E_0^2(x)$ ,  $\tilde{n}/n_0(x)$ . Случай 2a
- Рис.7. Функция распределения электронов по скоростям.  
 а. Случай I.  $t/T_{oe} = 39$   
 б. Случай Ia  $t/T_{oe} = 39$ .
- Рис.8. Зависимость от времени максимальной плотности энергии. Случай 3, За.
- Рис.9. Зависимость от времени энергии поля и энергии электронов. Случай 3, За.
- Рис.10. Распределение поля, плотности энергии и возмущения плотности плазмы в разные моменты времени.  
 а.  $E/E_0(x)$ ,  $E^2/E_0^2(x)$ . Случай 3.  
 б.  $E^2/E_0^2(x)$ ,  $\tilde{n}/n_0(x)$ . Случай За.

Рис. II. Спектр  $E^N/E_0(N)$

Сплошная линия – случай 3, пунктир – случай За.

Рис. I2. Функция распределения электронов по скоростям.

- а. Случай 3.  $t/T_{oe} = 46$
- б. Случай За.  $t/T_{oe} = 40$

Рис. I3. Распределение поля и плотности энергии в разные моменты времени. Случай 4.

Рис. I4. Изменение амплитуды гармоник во времени.

- а. Случай 4. Приведены номера гармоник.
- б. Случай 2. Приведены значения  $\beta$ .

Рис. I5. Спектр  $E^N/E_0(N)$

- а. Случай 4.
- б. Случай 2.

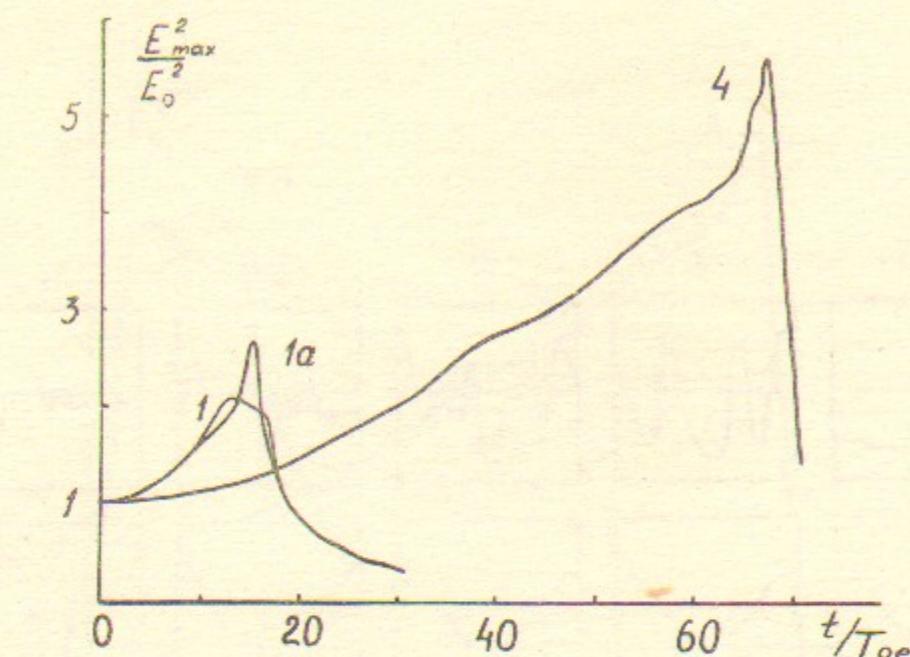


Рис. I.

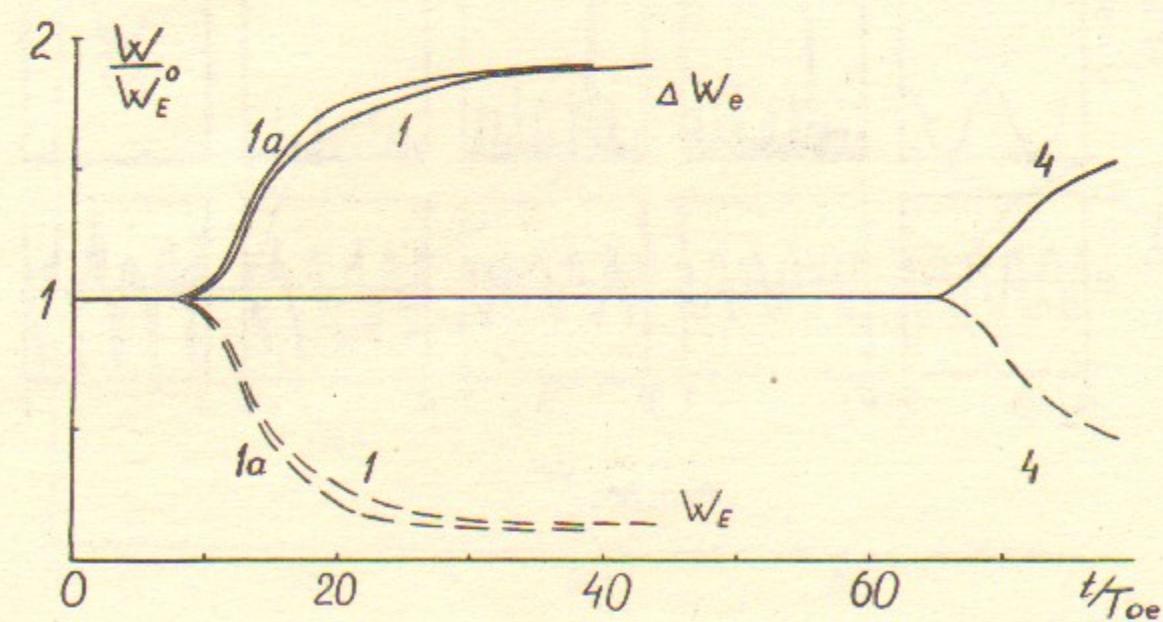


Рис. 2.

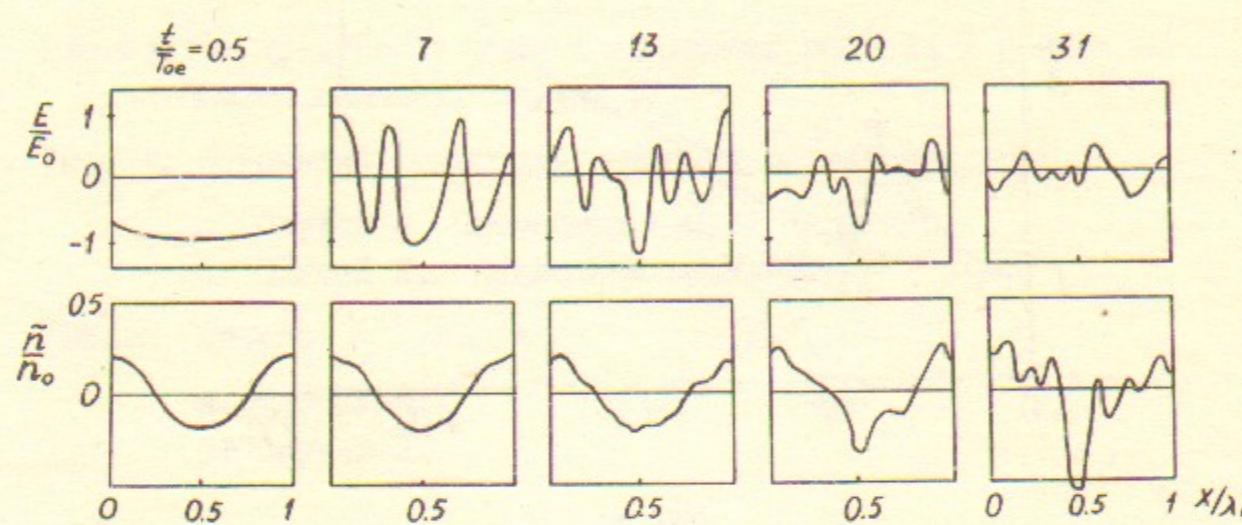


Рис.3а.

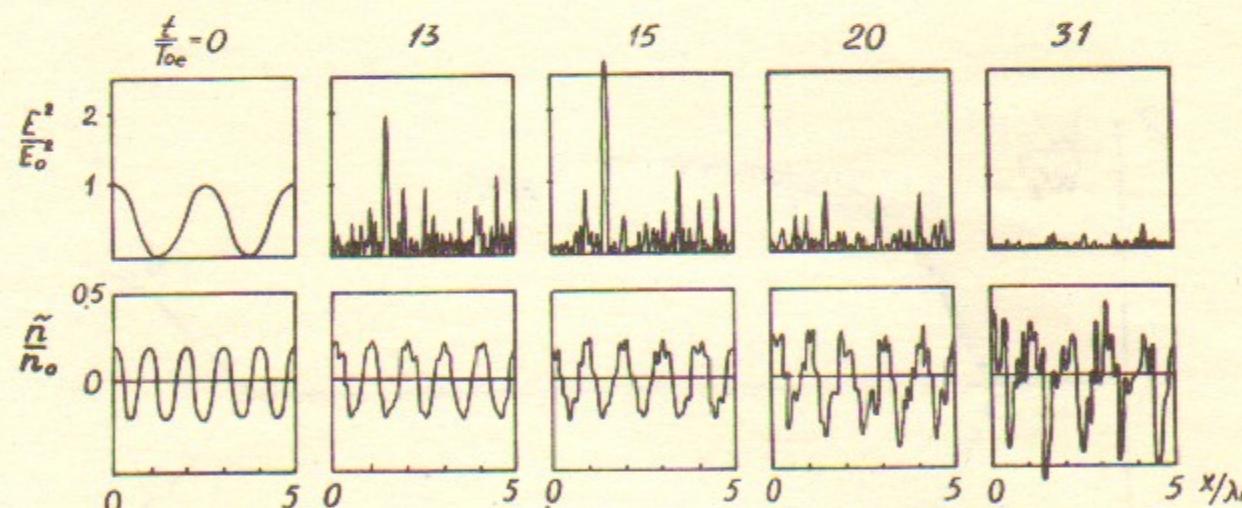


Рис.3б.

I4

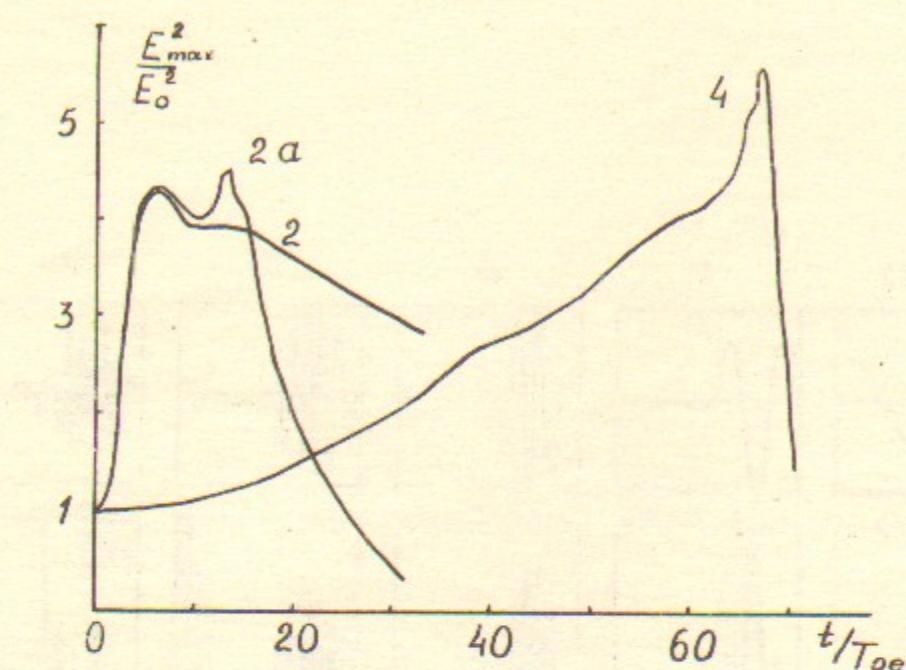


Рис.4.

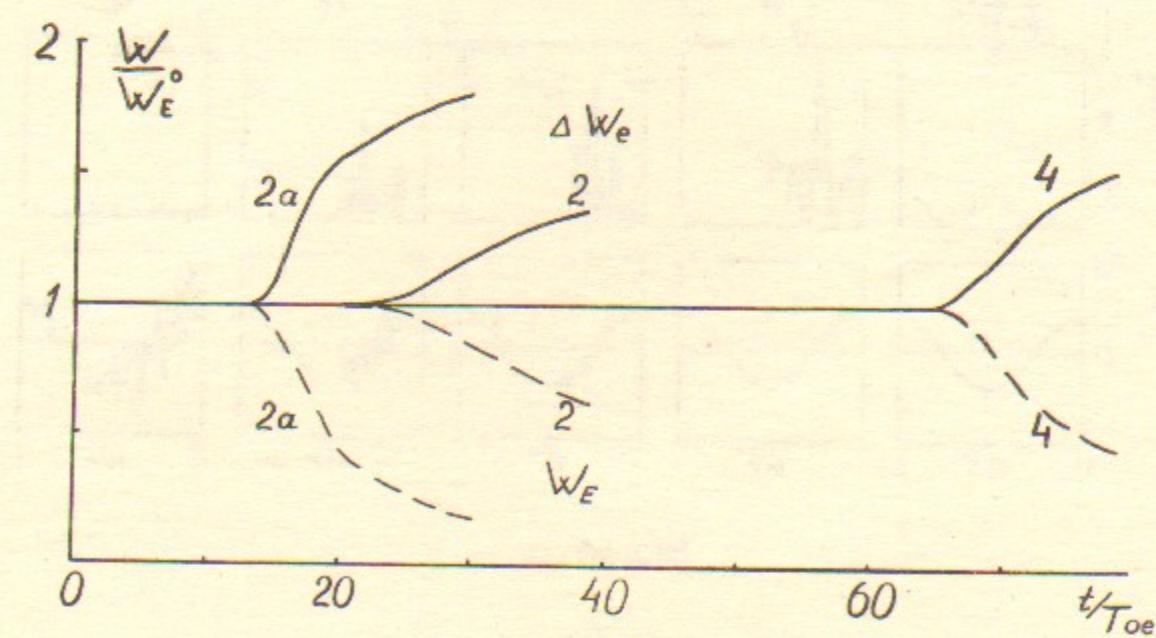


Рис.5.

I5

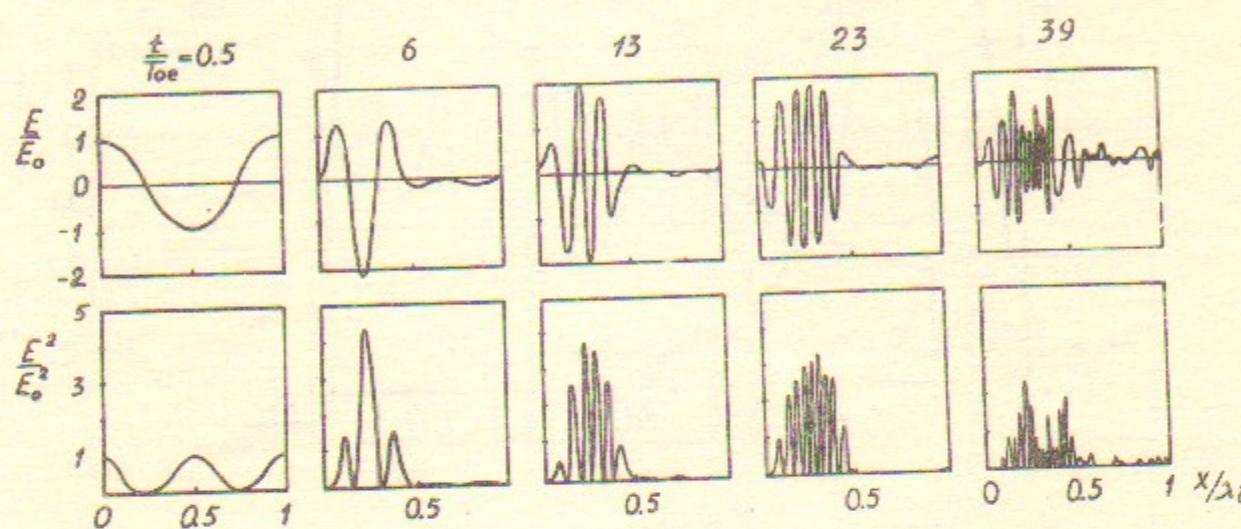


Рис.6а.

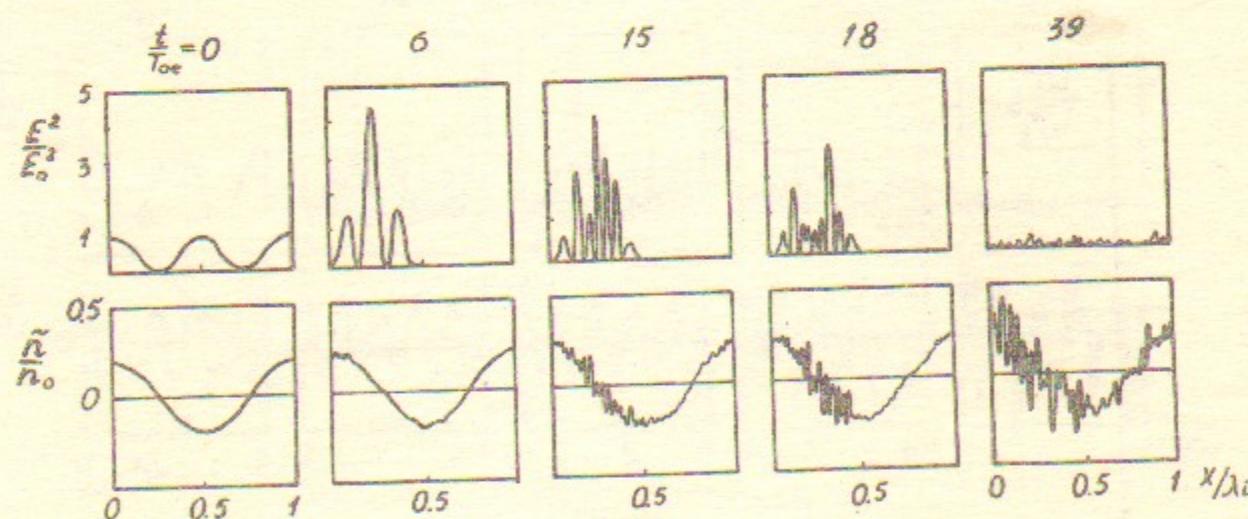


Рис.6б.

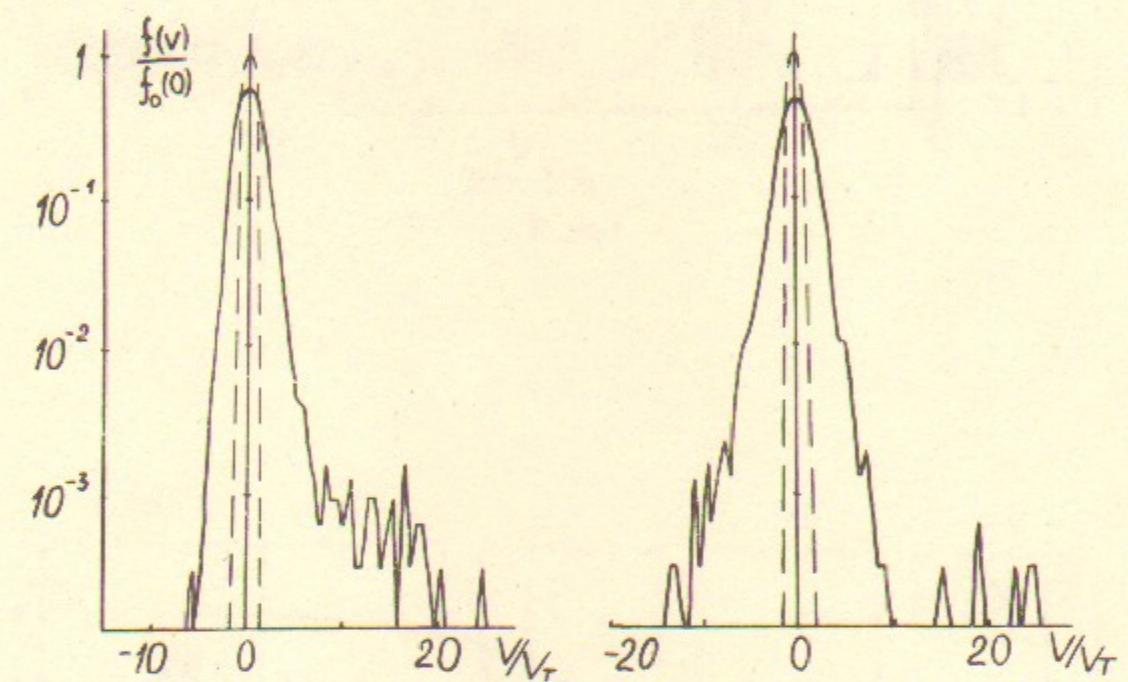


Рис.7а.

Рис.7б

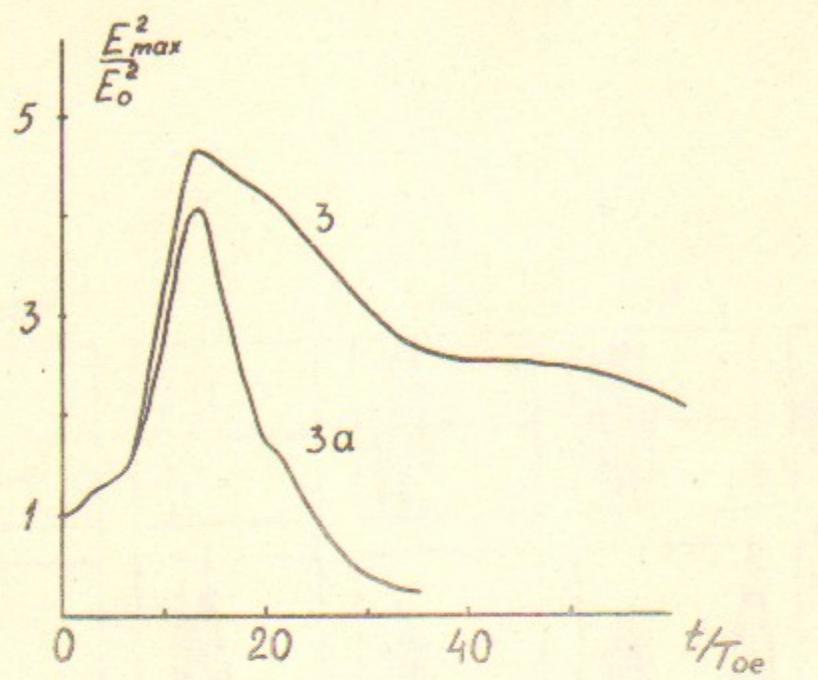


Рис.8.

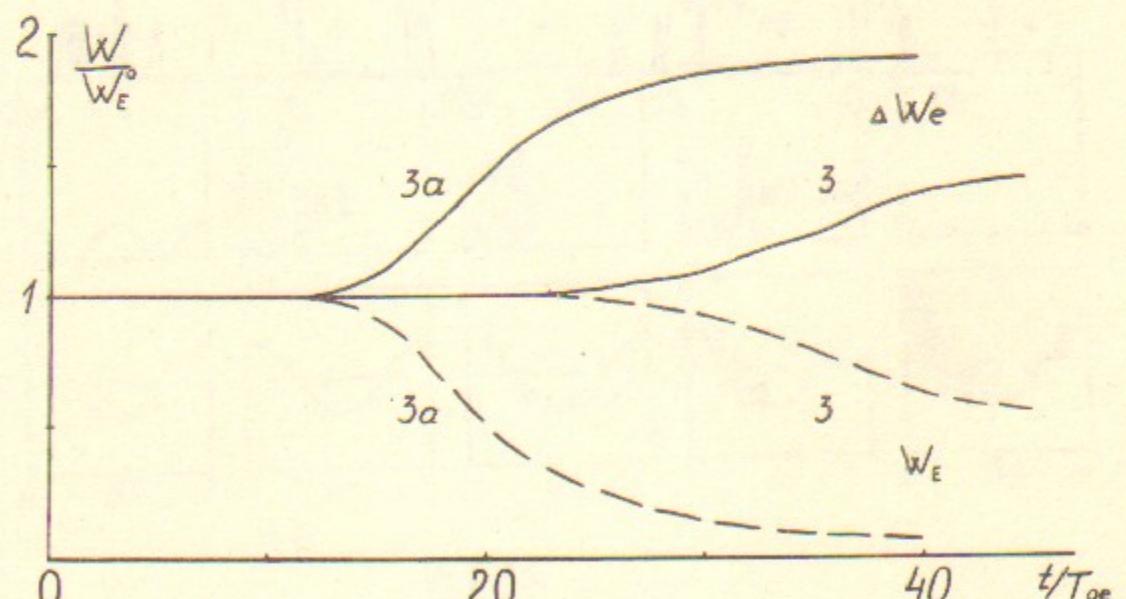


Рис.9.

18

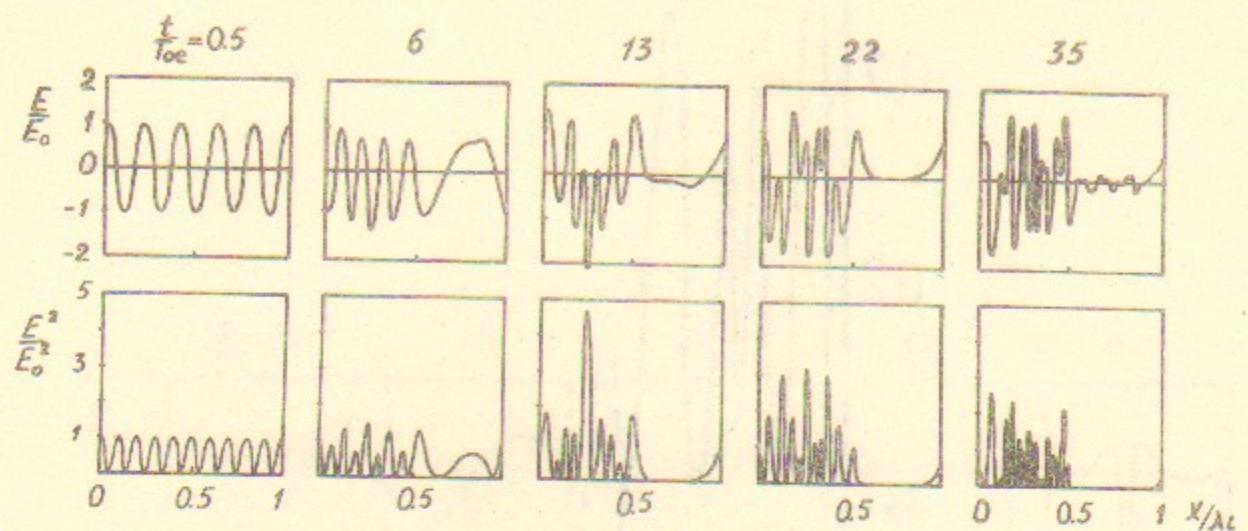


Рис.10а.

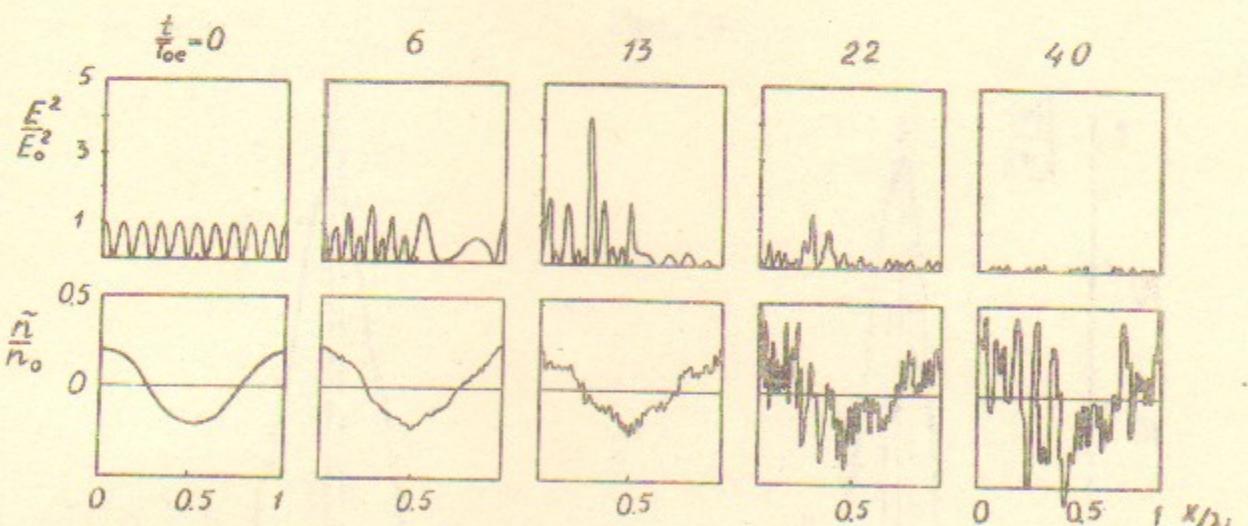


Рис.10б.

19

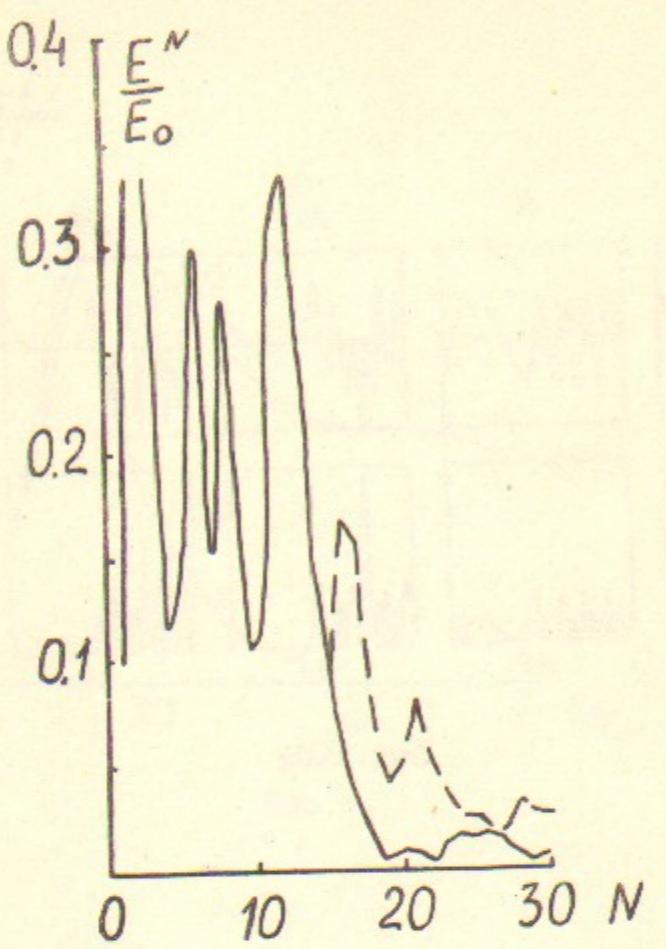


Рис. II.

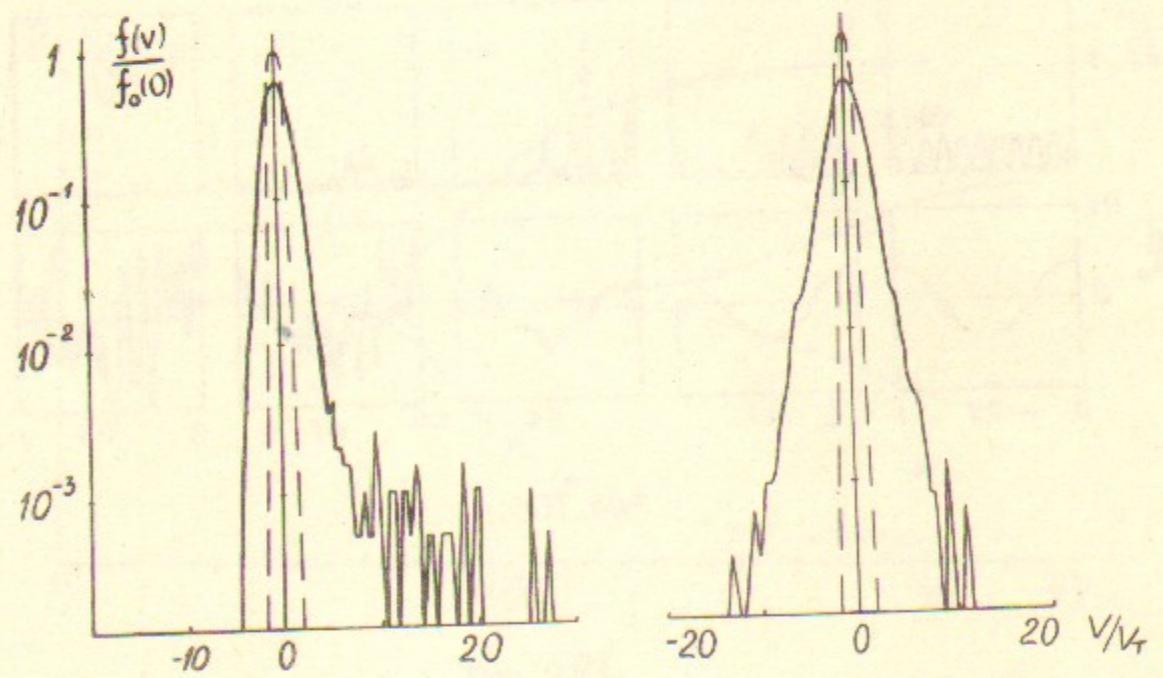


Рис. I2a.

Рис. I2б.

20

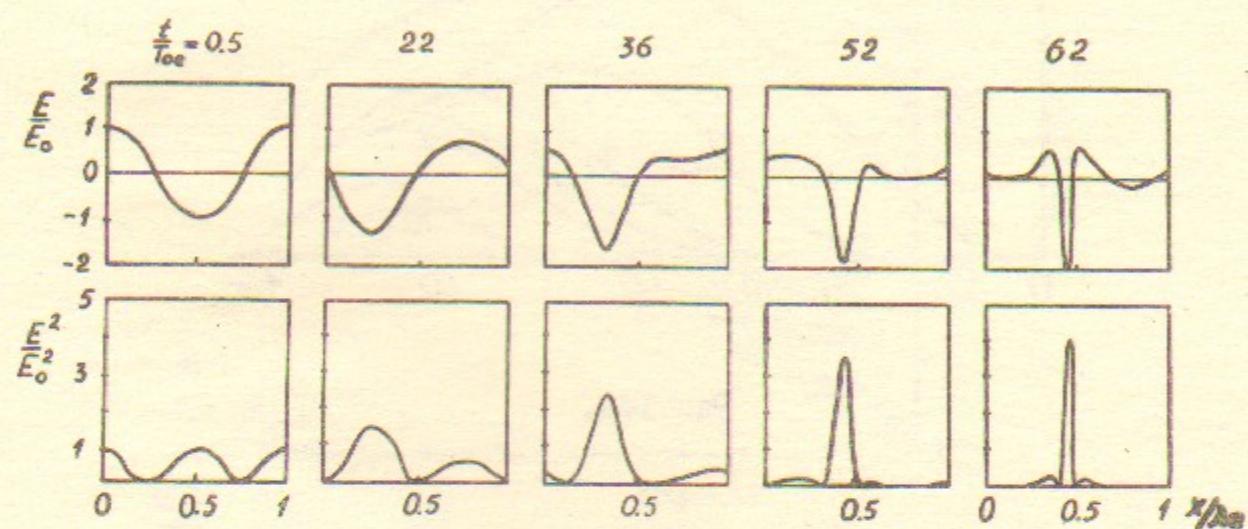


Рис. I3.

21

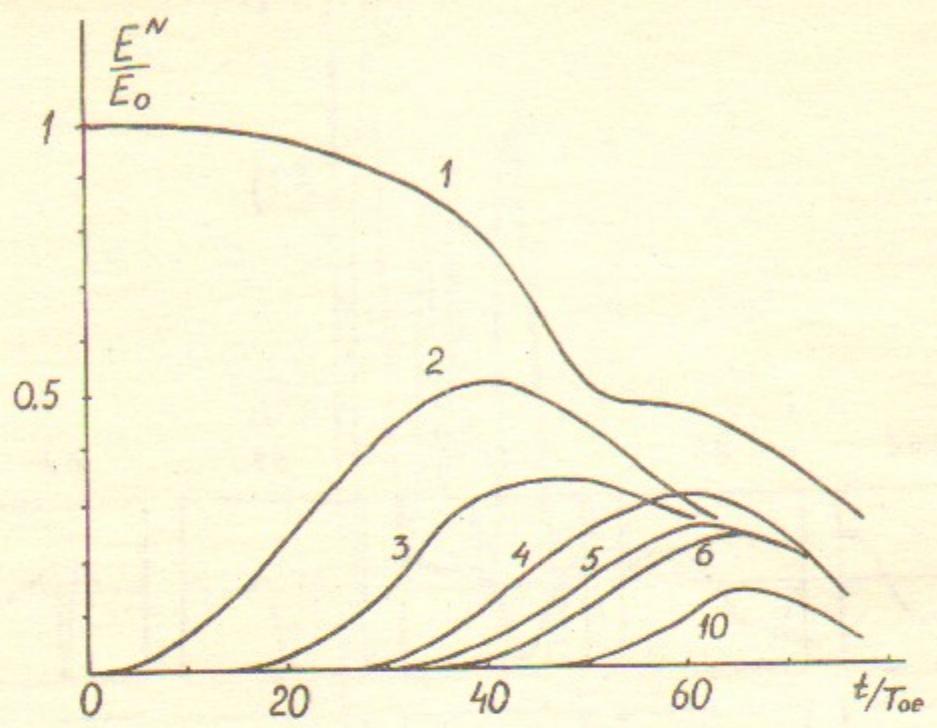


FIG. I4a.

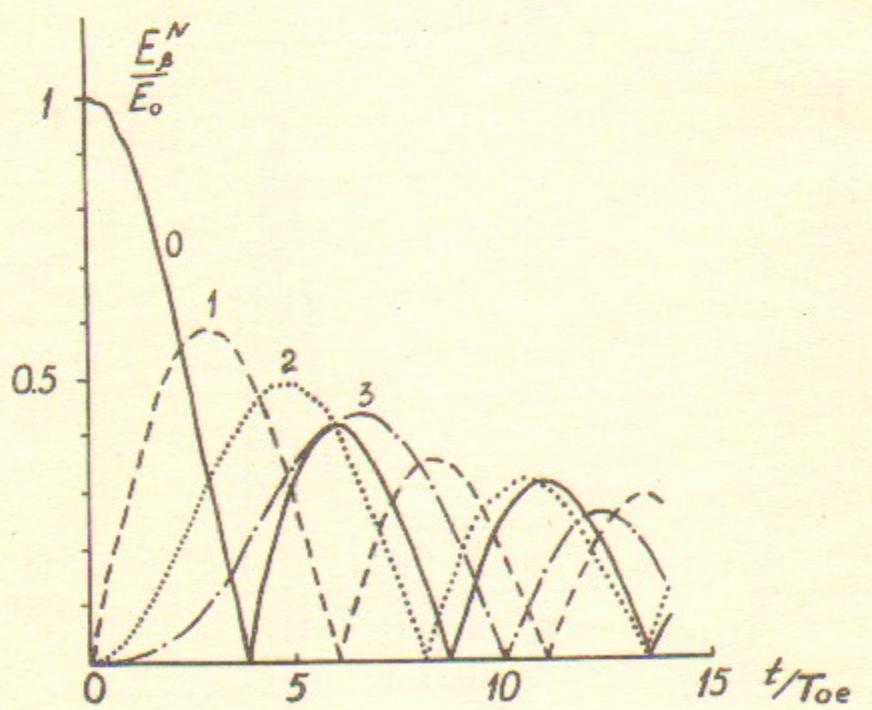


FIG. I4b.

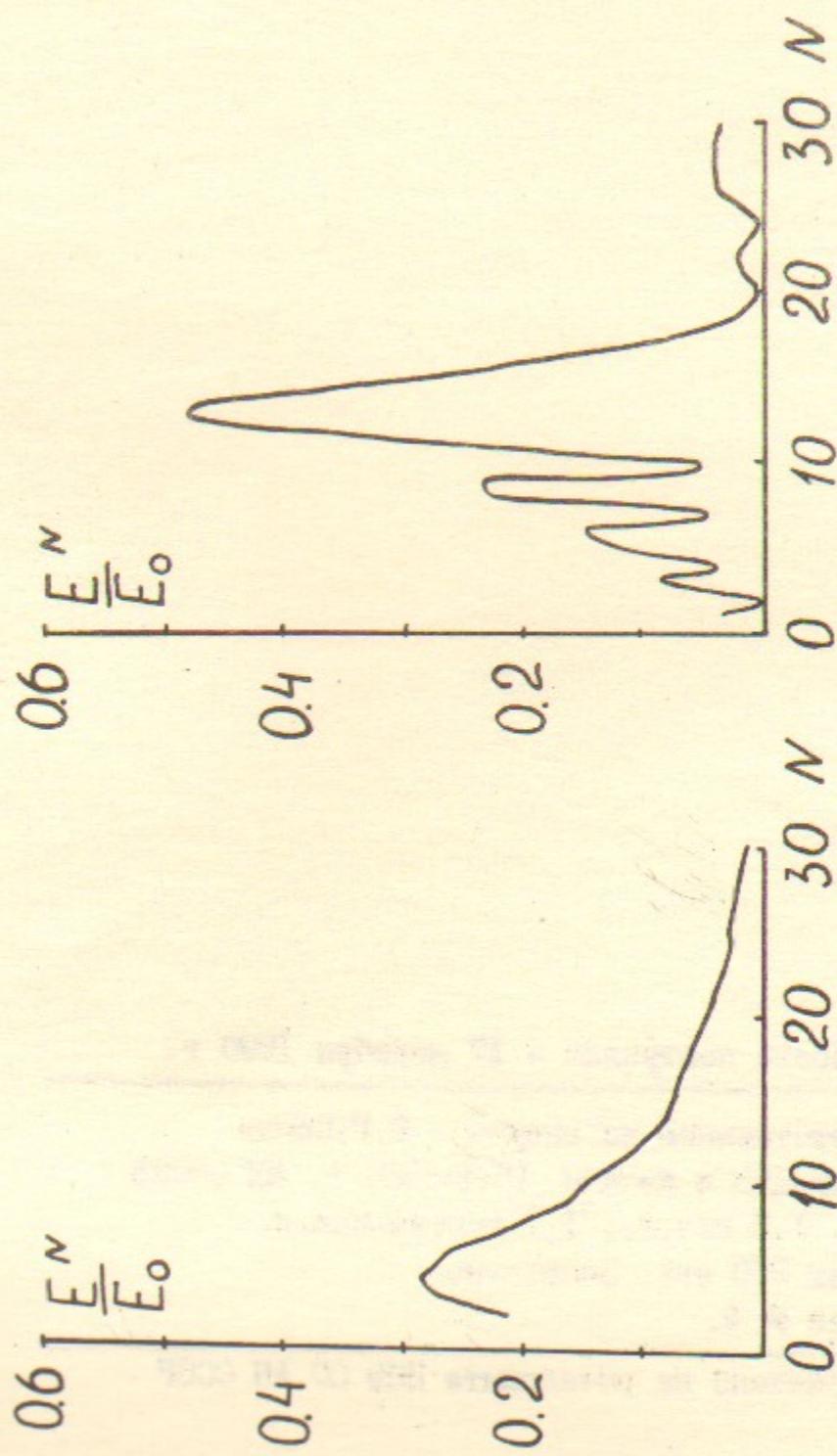


FIG. I5a.