

А.И.80

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ АН СССР

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

А.С.Артамонов, В.А.Горбунов

ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ
В РАССЕИВАЮЩЕЙ СРЕДЕ ПЕРЕМЕН-
НОЙ ПЛОТНОСТИ С МАГНИТНЫМ
ПОЛЕМ

ПРЕПРИНТ 80 - 218



Новосибирск

ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В РАССЕЙВАЮЩЕЙ СРЕДЕ
ПЕРЕМЕННОЙ ПЛОТНОСТИ С МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

А.С.Артамонов, В.А.Горбунов

А Н Н О Т А Ц И Я

В работе находится функция распределения заряженных частиц, двигающихся в рассеивающей среде с градиентом плотности вдоль однородного продольного магнитного поля. Задача решается в малоугловом приближении в предположении постоянства скорости при меняющемся за счет потерь импульсе при произвольном характере функции пространственно-углового распределения на входе в рассеивающую среду. Уравнения для среднеквадратичного угла рассеяния и среднеквадратичного радиуса отклонения находятся для линейно и экспоненциально меняющейся плотности рассеивающей среды при ионизационных и радиационных потерях энергии. Приводятся численные примеры различных случаев движения электронов.

ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В РАССЕИВАЮЩЕЙ СРЕДЕ
ПЕРЕМЕННОЙ ПЛОТНОСТИ С МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

А.С. Артамонов, В.А. Горбунов

Пусть плотность среды меняется вдоль оси z декартовой системы координат $0, x, y, z$ и вдоль этой же оси направлен вектор магнитной индукции B . Влетающие в рассеивающую среду частицы имеют пространственно-угловое распределение в плоскости $z = 0$ $D_0(\vec{r}_0, \vec{\theta}_0)$, где $\vec{r}_0 = \{x_0, y_0\}$ - радиус-вектор влета частицы, $\vec{\theta}_0 = \{\theta_{x0}, \theta_{y0}\}$ - угол между вектором скорости \vec{v} и осью z . Требуется найти функцию распределения частиц $D(z, \vec{r}, \vec{\theta})$ ($\vec{r} = \{x, y\}$; $\vec{\theta} = \{\theta_x, \theta_y\}$). Задача решается в малоугловом приближении в предположении постоянства скорости при меняющемся за счет потерь импульсе $p(z)$. Метод решения использовался в [1] и [2], в этой задаче он применен к случаю произвольных начальных условий.

Кинетическое уравнение Фоккера-Планка, описывающее в диффузионном приближении пространственно-угловое распределение частиц при многократном рассеянии в присутствии магнитного поля имеет вид [1]:

$$\frac{\partial D}{\partial z} + \vec{\theta} \frac{\partial D}{\partial \vec{r}} + \vec{F} \frac{\partial D}{\partial \vec{\theta}} = \frac{L^2}{2p^2(z)} \Delta_{\theta} D, \quad (I)$$

где

$$\vec{F} = \{eB\theta_y, -eB\theta_x\}; L^2(z) = \left(\frac{E_s}{v}\right)^2 \frac{1}{2R(z)}; e - \text{заряд частицы};$$

E_s - константа с размерностью энергии [4]; $R(z)$ - радиационная длина (в метрах), зависящая от z из-за изменения плотности среды. Решение этого уравнения для произвольных начальных

условий можно представить в виде:

$$D(z, \vec{\theta}, \vec{r}) = \int G(z, \vec{\theta}, \vec{r}, \vec{\theta}_0, \vec{r}_0) D_0(\vec{r}_0, \vec{\theta}_0) d\vec{r}_0 d\vec{\theta}_0, \quad (2)$$

где G - функция Грина, удовлетворяющая уравнению (1) и начальному условию

$$G_{z=0} = \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \delta(\vec{\theta} - \vec{\theta}_0)$$

$\delta(\)$ - дельта-функция Дирака). В общем виде функцию Грина можно записать следующим образом [5]:

$$G(z, \vec{\theta}, \vec{r}, \vec{\theta}_0, \vec{r}_0) = \langle \delta(\vec{r} - \vec{r}_1) \delta(\vec{\theta} - \vec{\theta}_1) \rangle, \quad (3)$$

где $\vec{r}_1(z, \vec{\theta}_0, \vec{r}_0)$ и $\vec{\theta}_1(z, \vec{\theta}_0, \vec{r}_0)$ являются решениями ниже следующей системы стохастических дифференциальных уравнений эквивалентных (1) [3]:

$$\begin{aligned} p(z) \frac{d\theta_x}{dz} &= eB\theta_y + f_x(z); \\ p(z) \frac{d\theta_y}{dz} &= -eB\theta_x + f_y(z); \\ \frac{d\vec{r}}{dz} &= \vec{\theta}. \end{aligned} \quad (4)$$

В этих уравнениях $\vec{f}(z)$ - случайная гауссова δ -коррелированная сила, причем

$$\langle f_i(z) f_j(z') \rangle = \delta_{ij} L^2(z) \delta(z - z'),$$

e - заряд частицы, угловыми скобками обозначено усреднение по всем реализациям случайной величины $\vec{f}(z)$. Процедура решения (3) сводится к разложению δ -функций в интегралы Фурье с последующим усреднением гауссовых экспонент. В результате получаем:

$$G(z, X_i, X_{i0}) = \frac{1}{4\pi^2 \sqrt{\Delta}} \exp - \left[\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^4 K_{ij}^{(-1)} (X_i - \langle X_i \rangle) (X_j - \langle X_j \rangle) \right], \quad (5)$$

где X_i - координаты 4-х мерного фазового пространства x, y, θ_x, θ_y (индексом "0" обозначены координаты частицы в этом пространстве при $z = 0$);

$$\Delta = \begin{vmatrix} K(x,x) & K(x,y) & K(x,\theta_x) & K(x,\theta_y) \\ K(y,x) & K(y,y) & K(y,\theta_x) & K(y,\theta_y) \\ K(\theta_x,x) & K(\theta_x,y) & K(\theta_x,\theta_x) & K(\theta_x,\theta_y) \\ K(\theta_y,x) & K(\theta_y,y) & K(\theta_y,\theta_x) & K(\theta_y,\theta_y) \end{vmatrix}$$

- определитель составленный из элементов корреляционной матрицы

$K_{i,j}$; $K_{i,j}^{(-1)}$ - элементы обратной матрицы, т.е.

$$K_{i,j}^{(-1)} = \frac{A_{i,j}}{\Delta} = \frac{A_{j,i}}{\Delta}$$

($A_{i,j}$ - алгебраическое дополнение элемента $K_{i,j}$);

$\langle X_i \rangle, \langle X_j \rangle$ - средние значения случайных величин X_i, X_j .

Для переменных x, θ_x, y, θ_y величины $\langle X_i \rangle$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \langle y \rangle &= \text{Re} \left[\mu_0 + \eta_0 \int_0^z e^{\varphi(s)} ds \right]; \\ \langle \theta_y \rangle &= \text{Re} \left[\eta_0 e^{\varphi(z)} \right]; \\ \langle x \rangle &= \text{Im} \left[\mu_0 + \eta_0 \int_0^z e^{\varphi(s)} ds \right]; \\ \langle \theta_x \rangle &= \text{Im} \left[\eta_0 e^{\varphi(z)} \right]; \end{aligned} \quad (6)$$

где $\eta_0 = \theta_{y0} + i\theta_{x0}$; $\mu_0 = y_0 + ix_0$;

а $\varphi(z) = ieB \int_0^z \frac{ds}{p(s)}$. Элементы корреляционной матрицы $K_{i,j}$ представляются следующими выражениями:

$$K(\theta_x, \theta_x) = K(\theta_y, \theta_y) = \int_0^z \frac{L^2(s)}{p^2(s)} ds; \quad (7)$$

$$K(x, x) = K(y, y) = 2 \operatorname{Re} \left[\int_0^z e^{\varphi(s)} ds \int_0^s e^{\varphi^*(l)} dl \int_0^l \frac{L^2(y)}{p^2(y)} dy \right]; \quad (8)$$

$$K(y, \theta_x) = -K(x, \theta_y) = \operatorname{Im} \left[e^{\varphi(z)} \int_0^z e^{\varphi^*(s)} ds \int_0^s \frac{L^2(l)}{p^2(l)} dl \right]; \quad (9)$$

$$K(y, \theta_y) = K(x, \theta_x) = \operatorname{Re} \left[e^{\varphi(z)} \int_0^z e^{\varphi^*(s)} ds \int_0^s \frac{L^2(l)}{p^2(l)} dl \right]; \quad (10)$$

$$K(\theta_x, \theta_y) = K(x, y) = 0. \quad (11)$$

Таким образом, имеется полный набор данных для уравнения (2) позволяющим получить в общем виде функцию распределения частиц для произвольно меняющейся вдоль x плотности рассеивающей среды и произвольного характера распределения потерь энергии.

Заметим, что при $D_0(\vec{r}_0, \vec{\theta}_0) = \delta(\vec{\theta}_0) \delta(\vec{r}_0)$, т.е. в случае, когда частица входит в среду с нулевым радиусом и углом

$$\begin{aligned} K(\theta_x, \theta_x) &= K(\theta_y, \theta_y) = \langle \theta_x^2 \rangle = \langle \theta_y^2 \rangle = \frac{1}{2} \langle \theta^2 \rangle; \\ K(x, x) &= K(y, y) = \langle x^2 \rangle = \langle y^2 \rangle = \frac{1}{2} \langle r^2 \rangle; \\ K(y, \theta_x) &= -K(x, \theta_y) = \langle y, \theta_x \rangle = -\langle x, \theta_y \rangle; \\ K(y, \theta_y) &= K(x, \theta_x) = \langle y, \theta_y \rangle = \langle x, \theta_x \rangle, \end{aligned} \quad (12)$$

и видно, что уравнения (7) и (8) имеют самостоятельное практическое значение, выражая половину среднеквадратичного угла и среднеквадратичного радиуса при многократном рассеянии для случая, когда заряженная частица влетает в рассеивающую среду с пренебрежимо малым углом и радиусом. Эти уравнения после преобразования совпадают с соответствующими уравнениями полученными в [6] другим способом для аналогичной задачи без магнитного поля.

Средние значения $\langle x^2 \rangle, \langle y^2 \rangle, \langle \theta_x^2 \rangle, \langle \theta_y^2 \rangle, \langle x, \theta_x \rangle,$

$\langle x, \theta_y \rangle, \langle y, \theta_y \rangle, \langle y, \theta_x \rangle, \langle x, y \rangle, \langle \theta_y, \theta_x \rangle,$

для произвольных начальных условий можно найти из системы дифференциальных уравнений, получающихся по формуле Фуруду-Новикова [3] из системы уравнений (4):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \langle x^2 \rangle &= 2 \langle x, \theta_x \rangle; & \frac{d}{dz} \langle y^2 \rangle &= 2 \langle y, \theta_y \rangle; \\ \frac{d}{dz} \langle \theta_y^2 \rangle &= \frac{d}{dz} \langle \theta_x^2 \rangle = \frac{L^2(z)}{p^2(z)} + 2eB \langle \theta_x, \theta_y \rangle; \\ p(z) \frac{d}{dz} \langle y, \theta_y \rangle &= p(z) \langle \theta_y^2 \rangle - eB \langle y, \theta_x \rangle; \\ p(z) \frac{d}{dz} \langle x, \theta_x \rangle &= p(z) \langle \theta_x^2 \rangle + eB \langle x, \theta_y \rangle; \\ p(z) \frac{d}{dz} \langle x, \theta_y \rangle &= p(z) \langle \theta_y, \theta_x \rangle - eB \langle x, \theta_x \rangle; \\ p(z) \frac{d}{dz} \langle y, \theta_x \rangle &= p(z) \langle \theta_y, \theta_x \rangle + eB \langle y, \theta_y \rangle; \\ \frac{d}{dz} \langle y, x \rangle &= \langle \theta_x, y \rangle + \langle \theta_y, x \rangle; \\ \frac{d}{dz} \langle \theta_x, \theta_y \rangle &= eB \langle \theta_y^2 \rangle - eB \langle \theta_x^2 \rangle. \end{aligned} \quad (13)$$

Конечно, эти средние значения можно получить и по (2).

Величина средних потерь энергии заряженной частицы, проходящей через среду, зависит от величины ее кинетической энергии E . С изменением E от малых значений в сторону больших, изменения потерь имеют три ярко выраженные области. Сначала (I интервал энергии) они падают приблизительно как E^{-1} , затем (II интервал), изменение потерь мало и с дальнейшим повышением энергии (III интервал) потери растут приблизительно линейно с E . Для релятивистских электронов, например, этими интервалами являются:

$$E(\text{МэВ}) < 0,4; \quad 0,4 \lesssim E(\text{МэВ}) \lesssim 5; \quad E(\text{МэВ}) > 5,$$

причем на II интервале средние массовые потери энергии электроном составляют приблизительно 2 МэВ · см²/г. Принятые при решении данной задачи предположения делают найденные здесь уравнения мало пригодными для анализа движения частиц с энергией внутри I интервала. Анализ движения внутри II и III интервалов удобнее провести отдельно (конечно, если это не противоречит сути стоящей задачи) с целью упрощения конечного вида уравнений.

Для случая постоянных потерь энергии

$$p(z) = p_0 - \int \varepsilon(z) dz. \quad (14)$$

Линейные потери импульса $\varepsilon(z)$ также как и $L^2(z)$ пропорциональны плотности рассеивающей среды $\rho(z)$ и можно записать:

$$\varepsilon(z) = a\rho(z); \quad L^2(z) = b\rho(z).$$

Тогда из (7) среднеквадратичный угол отклонения частиц, влетающих в среду с нулевым радиусом и углом запишется как:

$$\langle \theta^2 \rangle = 2 \int_0^z \frac{a\rho(s) ds}{[p_0 - b \int_0^s \rho(l) dl]^2} = \frac{2a}{b} \left[\frac{1}{p(z)} - \frac{1}{p_0} \right], \quad (7a)$$

где

$$\frac{a}{b} = \frac{L_0^2}{\varepsilon_0}$$

- независящая от $\rho(z)$ константа. Из уравнения (8) в условиях постоянных потерь для таких частиц можно найти величину среднеквадратичного радиуса отклонения:

$$\langle r^2 \rangle = 4 \operatorname{Re} \left\{ \int_0^z e^{\varphi(s)} ds \int_0^s e^{\varphi^*(y)} \frac{a}{b} \left[\frac{1}{p(y)} - \frac{1}{p_0} \right] dy \right\} =$$

$$= 4 \frac{a}{b} \left\{ \frac{\operatorname{Si}(z)}{eB} - \frac{1}{2p_0} [\operatorname{Si}^2(z) + \operatorname{Co}i^2(z)] \right\}, \quad (8a)$$

$$\operatorname{Si}(z) = \int_0^z \sin \frac{\varphi(s)}{i} ds; \quad \operatorname{Co}i(z) = \int_0^z \cos \frac{\varphi(s)}{i} ds.$$

В случае линейно растущих (радиационных) потерь

$$p(z) \approx p_0 \exp \left[- \int_0^z \frac{ds}{R(s)} \right] \quad (15)$$

и для частиц, влетающих в рассеивающую среду с нулевым радиусом и углом из (7) получим:

$$\langle \theta^2 \rangle = \left(\frac{E_s}{v p_0} \right)^2 \int_0^z \exp \left[2 \int_0^s \frac{dl}{R(l)} \right] \frac{ds}{R(s)} =$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{E_s}{v} \right)^2 \left[\frac{1}{p^2(z)} - \frac{1}{p_0^2} \right], \quad (7b)$$

а из (8) -

$$\langle r^2 \rangle = \left(\frac{E_s}{v} \right)^2 \left\{ \int_0^z \cos \frac{\varphi(s)}{i} ds \int_0^s \cos \left[\frac{\varphi(l)}{i p^2(l)} \right] dl + \right.$$

$$\left. + \int_0^z \sin \frac{\varphi(s)}{i} ds \int_0^s \sin \left[\frac{\varphi(l)}{i p^2(l)} \right] dl - \frac{1}{2 p_0^2} [\operatorname{Si}^2(z) + \operatorname{Co}i^2(z)] \right\} \quad (8b)$$

($\operatorname{Si}(z)$ и $\operatorname{Co}i(z)$ имеют тоже значение, что и в (8a)).

Уравнения (7а), (7б), (8а), (8б) записаны для произвольного характера распределения плотности рассеивающей среды $\rho(z)$. Найдем их вид для линейного и экспоненциального закона распределения.

Случай постоянных потерь I. Пусть

$$\rho(z) = \rho_0 \left(\alpha \pm \frac{z}{\tau} \right), \quad (I6a)$$

т.е. ростом z плотность рассеивающей среды линейно меняется, начиная с величины $\alpha \rho_0$ (кг/м^3), и степень неоднородности характеризуется постоянной τ (м). Тогда (7а) примет вид:

$$\langle \theta^2 \rangle = \frac{1}{R_0} \left(\frac{E_s}{v \rho_0} \right)^2 \left[\frac{\alpha z + \frac{z^2}{2\tau}}{1 - \frac{\epsilon_0}{\rho_0} \left(\alpha z + \frac{z^2}{2\tau} \right)} \right], \quad (7a)$$

где R_0 - радиационная длина, ϵ_0 - линейные потери импульса при плотности среды ρ_0 . Уравнение (8а) запишется следующим образом:

$$\langle r^2 \rangle = \frac{2 E_s}{v^2 R_0 \epsilon_0 \rho_0} \left\{ \frac{P_0}{eB} \text{Si}i(z) - \frac{1}{2} [\text{Si}i^2(z) + \text{Co}i^2(z)] \right\}, \quad (8b)$$

причем

$$\text{Si}i(z) = \int_0^z \sin \left[\frac{eB}{\rho_0} \Phi(y) \right] dy;$$

$$\text{Co}i(z) = \int_0^z \cos \left[\frac{eB}{\rho_0} \Phi(y) \right] dy;$$

$$\Phi(y) = \frac{2 \rho_0 \tau}{\epsilon_0 (z_1 - z_2)} \ln \left| \frac{y - z_1}{y - z_2} \cdot \frac{z_2}{z_1} \right|,$$

где

$$z_{1,2} = -\alpha \tau \pm \sqrt{(\alpha \tau)^2 + \frac{2 \rho_0 \tau}{\epsilon_0}}.$$

2. Пусть $\rho(z) = \alpha \rho_0 e^{\frac{z}{\tau}}$, (I6б)
т.е. с ростом z плотность среды экспоненциально меняется, начиная с величины $\alpha \rho_0$. В этом случае (7а) запишется как:

$$\langle \theta^2 \rangle = \frac{1}{R_0} \left(\frac{E_s}{v \rho_0} \right)^2 \left[\frac{\alpha \tau (e^{\frac{z}{\tau}} - 1)}{1 - \frac{\epsilon_0 \alpha \tau}{\rho_0} (e^{\frac{z}{\tau}} - 1)} \right]. \quad (7г)$$

Уравнение (8а) при экспоненциально меняющейся плотности имеет вид (8в) с той лишь разницей, что

$$\Phi(y) = - \frac{\tau}{\left(1 + \frac{\epsilon_0 \alpha \tau}{\rho_0}\right)} \ln \left| \left(1 + \frac{\epsilon_0 \alpha \tau}{\rho_0}\right) e^{-\frac{z}{\tau}} - \frac{\epsilon_0 \alpha \tau}{\rho_0} \right|.$$

Случай радиационных потерь I. При линейно меняющейся плотности рассеивающей среды (I6а) изменение импульса вдоль z (I5) можно записать как

$$p(z) = p_0 \exp \left(- \frac{\alpha z + \frac{z^2}{2\tau}}{R_0} \right).$$

Тогда уравнение для среднеквадратичного угла рассеяния получим аналогично (7б):

$$\langle \theta^2 \rangle = \frac{1}{2} \left(\frac{E_s}{v \rho_0} \right)^2 \left[\exp \left(\frac{2\alpha z + \frac{z^2}{\tau}}{R_0} \right) - 1 \right]. \quad (7д)$$

Для нахождения величины среднеквадратичного радиуса представим (8б) интегрированием по частям в следующем виде:

$$\begin{aligned} \langle r^2 \rangle = & \left(\frac{E_s}{eBv} \right)^2 \left\{ \frac{eB}{\rho_0} \text{Si}i(z) - \ln \frac{p(z)}{p_0} + \frac{d}{dz} \left[\ln p(z) \right]_{z=0} \text{Co}i(z) + \right. \\ & \left. + \int_0^z \cos \frac{\varphi(s)}{i} ds \int_0^s \cos \frac{\varphi(l)}{i} \frac{d^2 \ln p(l)}{dl^2} dl + \right. \end{aligned}$$

$$+ \int_0^z \sin \frac{\varphi(s)}{i} ds \int_0^s \sin \frac{\varphi(l)}{i} \frac{d^2 \ln p(l)}{dl^2} dl - \frac{1}{2} \left(\frac{eB}{p_0} \right)^2 \left[\text{Si}^2(z) + \text{Co}^2(z) \right] \}.$$

Учитывая, что при линейно меняющейся плотности

$$\frac{d}{dz} [\ln p(z)]_{z=0} = -\frac{L}{R_0}; \quad \frac{d^2 \ln p(l)}{dl^2} = -\frac{1}{2\tau R_0},$$

окончательно получим:

$$\langle r^2 \rangle = \left(\frac{E_s}{eBv} \right)^2 \left\{ \frac{eB}{p_0} \text{Si}(z) - \ln \frac{p(z)}{p_0} - \frac{L}{R_0} \text{Co}(z) - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{eB}{p_0} \right)^2 + \frac{1}{2\tau R_0} \right] [\text{Si}^2(z) + \text{Co}^2(z)] \right\}, \quad (8д)$$

при этом

$$\varphi(z) = \frac{ieB}{p_0} \exp\left(-\frac{d^2 \tau}{2R_0}\right) \left[P\left(\frac{z}{\sqrt{2\tau R_0}} + \frac{d\sqrt{\tau}}{\sqrt{2R_0}}\right) - P\left(\frac{d\sqrt{\tau}}{\sqrt{2R_0}}\right) \right],$$

где

$$P(x) = \int_0^x e^{-y^2} dy.$$

2. При экспоненциально меняющейся плотности среды (I6б) уравнение (7б) примет вид:

$$\langle \theta^2 \rangle = \frac{1}{2} \left(\frac{E_s}{p_0 v} \right)^2 \left\{ \exp\left[\frac{2d\tau}{R_0} \left(\exp \frac{z}{\tau} - 1\right)\right] - 1 \right\}, \quad (7е)$$

а уравнение для среднеквадратичного радиуса имеет вид (8б), причем

$$\varphi(z) = \frac{ieB}{p_0} \int_0^z \exp\left[\frac{d\tau}{R_0} \left(\exp \frac{z}{\tau} - 1\right)\right] dy. \quad (I7)$$

Уравнения (7в), (8в), (7г), (7д), (8д), (8б) описывают в замкнутой форме главные параметры процесса рассеяния заряженных частиц с учетом потери энергии в продольном магнитном поле для практически важных случаев распределения плотности рассеивающей среды. Для иллюстрации этих уравнений на рис. I и 2 приведены значения угла рассеяния и радиуса отклонения электрона с кинетической энергией 1,2 МэВ, влетающего с пренебрежимо малым углом и радиусом в воздух при однородной ($\rho_{одн}$), линейно нарастающей ($\rho_{л}$) и экспоненциально нарастающей ($\rho_{э}$) вдоль направления распространения плотности. По направлению движения электрона направлено однородное магнитное поле величиной 0,1 Тл. Величины параметров распределений плотности (сведены в таблицу) подобраны таким образом, что средние значения плотности в интервале z от 0 до 100 см равны $\rho_0 = 1,225 \text{ кг/м}^3$.

Распределение	вид	d	τ см
$\rho_{одн}$	$\rho_{одн} = \rho_0$	-	-
$\rho_{л}$	(I6а)	0,1	55,5
$\rho_{э}$	(I6б)	0,1	26,8

Кривые 2 и 3 рис. I (вычислены соответственно по (7в) и (7г)) представляют значения угла рассеяния электрона в среде с линейным и экспоненциальным нарастанием плотности; кривая I - с однородной плотностью. Характерной особенностью данного рисунка является точка при $z = 100$ см, где величины углов всех распределений оказываются равными. Это указывает на то, что величина среднеквадратичного угла отклонения заряженной частицы, распространяющейся в среде с продольным градиентом

плотности, зависит от интегрального значения плотности вдоль пути распространения. Конечно, это видно и из самих уравнений (7в) и (7г), а из (7) вытекает, что эта особенность характерна для среднеквадратичного угла как при ионизационных, так и при радиационных потерях энергии.

Кривые 4 и 5 рис.2 (вычислены соответственно по (8в) и (8г)) представляют значения радиуса отклонения электрона в среде с линейным и экспоненциальным нарастанием плотности; кривая 2 - с однородной плотностью. Кривые 1 и 2 соответствуют случаю отсутствия магнитного поля. 1 - величина радиуса отклонения в среде с линейным нарастанием плотности (при $Z = 100$ см, $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 26,2$ см), 2 - с экспоненциальным нарастанием плотности (при $Z = 100$ см, $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 20,7$ см). Из рис.2 зависимость среднеквадратичного радиуса от интеграла плотности рассеивающей среды в магнитном поле видно также, как и для среднеквадратичного угла. Однако, как можно показать из уравнения (8), это характерно лишь на больших расстояниях ($\frac{Z}{\lambda} \gg 1$, λ - длина волны ларморовских колебаний).

В качестве примера многократного рассеяния частицы при радиационных потерях энергии, рассмотрим электрон космического происхождения, который на высоте H движется по вертикали в сторону поверхности Земли с энергией 10^{12} эВ. Если начало осей координат поместить в точке $H = 15$ км, параметры распределения плотности атмосферы в форме (16б) принять размерами $\rho_0 = 1,225$ кг/м³; $\alpha = 0,163$; $\tau = 7,6$ км, то при $H = 6$ км ($Z = 9$ км) его кинетическая энергия окажется порядка 10^8 эВ и, следовательно, среднеквадратичные параметры движения можно вычислить по (7е) и (8б) с учетом (17). Так угол рассеяния электрона на высоте 6 км окажется равным 0,11 рад, а радиус

отклонения, вычисленный без учета геомагнитного поля, - 48,2 м.

Таким образом, в работе решен вопрос о многократном рассеянии заряженной частицы в среде с произвольно меняющейся плотностью при наличии однородного продольного магнитного поля. Как и в случае однородной среды [2], пространственно-угловое распределение заряженных частиц носит гауссов характер, если угловой и радиальный разброс частиц на входе в среду пренебрежимо мал или распределен по Гауссу. Факт существования магнитного поля не сказывается на величине среднеквадратичного угла, но вызывает уменьшение среднеквадратичного радиуса.

Анализом параметров процесса многократного рассеяния отдельно на ионизационном и радиационном участках кривой средних потерь энергии удалось для практически интересных распределений плотности среды представить выражение для среднеквадратичного угла рассеяния в элементарных функциях, а в выражениях для среднеквадратичного радиуса отклонения удалось избежать многократных интегралов (кроме случая экспоненциально изменяющейся плотности при радиационных потерях энергии).

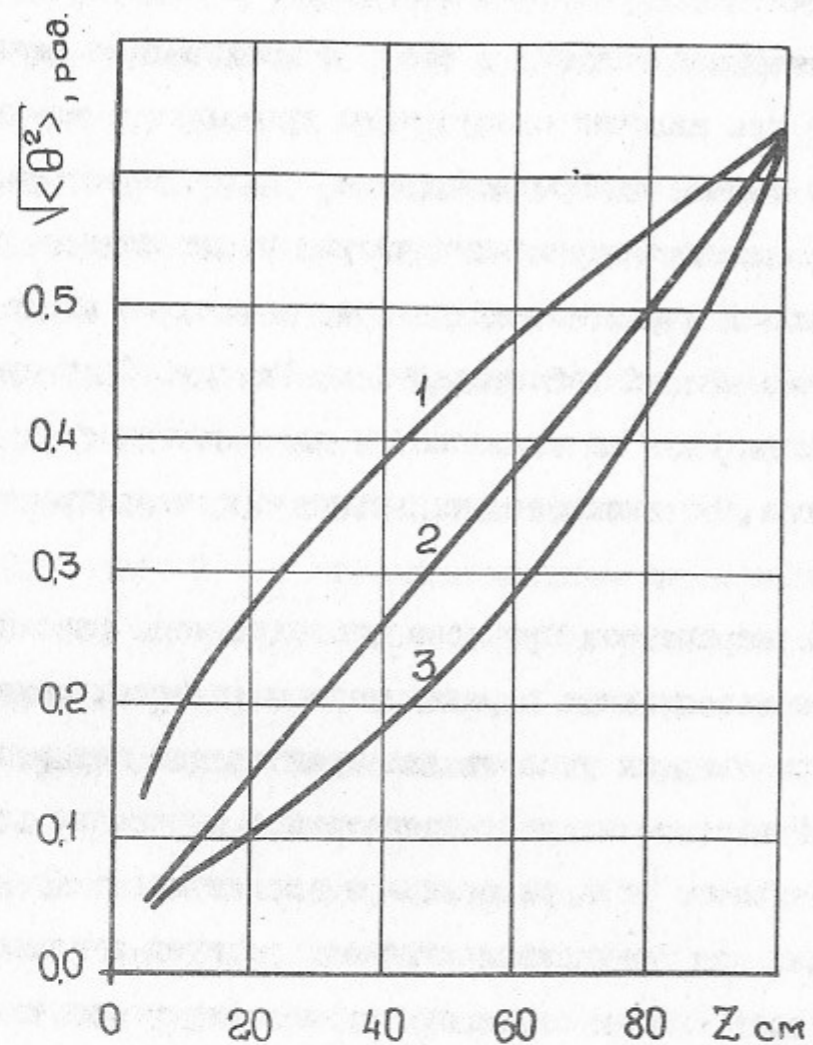


Рис.1. Угол рассеяния $\sqrt{\langle \theta^2 \rangle}$ электрона с кинетической энергией 1,2 МэВ в воздухе с однородной (1), линейно нарастающей (2) и экспоненциально нарастающей (3) плотностью в зависимости от пройденного расстояния Z .

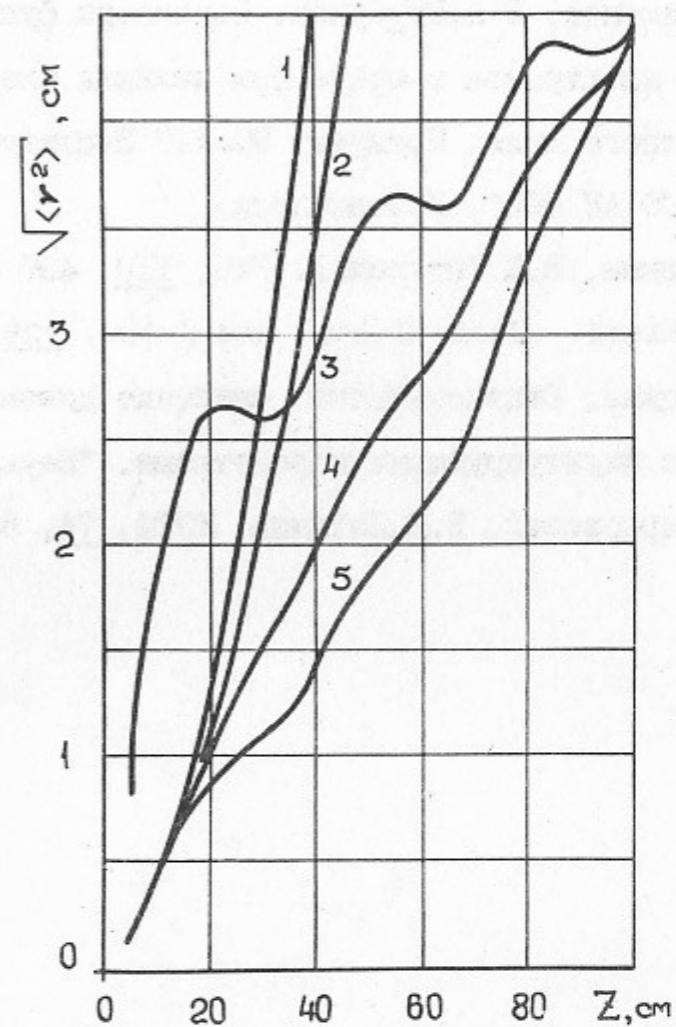


Рис.2. Радиус отклонения $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ электрона с кинетической энергией 1,2 МэВ в воздухе с однородной (3), линейно нарастающей (1,4) и экспоненциально нарастающей (2,5) плотностью при $B=0$ (1,2) и $B=0,1$ Тл (3,4,5) в зависимости от пройденного расстояния Z .

Л и т е р а т у р а :

- [1] А.С.Артамонов, В.А.Горбунов. ЖТФ, 50, 1605, (1980).
- [2] А.С.Артамонов, В.А.Горбунов. Параметры функции распределения электронов в среде при наличии электрического и магнитного поля. Препринт 80-117 Института ядерной физики СО АН СССР, Новосибирск.
- [3] В.И.Кляцкин, В.Н.Татарский. УФН, 110, 499 (1973).
- [4] V.L.Highland. Nucl. Instr. and Meth., 129, 497 (1975).
- [5] В.И.Кляцкин. Статистическое описание динамических систем с флуктуирующими параметрами. "Наука", М., (1975).
- [6] М.В.Казарновский, В.Е.Пафомов. ЖЭТФ, 74, 846 (1978).

Работа поступила - 18 декабря 1980 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов
Подписано к печати 22.XII-1980г. МН 13645
Усл. 1,1 печ.л., 0,9 учетно-изд.л.
Тираж 200 экз. Бесплатно
Заказ № 218.

Отпечатано на ротапринтере ИЯФ СО АН СССР