

28
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ АН СССР
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин

КОНВЕРСИЯ ЛЕНГМЮРОВСКИХ ВОЛН
В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ

ПРЕПРИНТ 80-192

Работа поступила - 17 сентября 1980 г.

Ответственный за выпуск - С. Г. Попов
Подписано к печати 24.X-1980 г. МН 06983
Усл. 2,6 печ.л., 2,1 учетно-изд.л.
Тираж 210 экз. Бесплатно
Заказ № 192.

Отпечатано на ротапринтере ИЯФ СО АН СССР



Новосибирск

КОНВЕРСИЯ ЛЕНГМЮРОВСКИХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ

Н. С. Бучельникова, Е. П. Маточкин

А Н Н О Т А Ц И Я

Методом численного эксперимента (метод "частиц в ячейках") при неподвижных ионах исследована конверсия ленгмюровских волн на синусоидальных возмущениях плотности в широком диапазоне параметров $E_0^2/8\pi nT \sim 3 \cdot 10^{-8} \div 3$; $\tilde{n}/n_0 \sim 5 \cdot 10^{-5} \div 5 \cdot 10^{-1}$; $\lambda_i/\lambda_e \sim 10^{-1} \div 10$.

Показано, что во всем диапазоне параметров конверсия не имеет порога и проявляется в возбуждении более коротковолновых гармоник (прямых и обратных волн) с $k = k_e \pm \beta k_i$, $\beta = 1, 2, 3, \dots$, а для кратных длин волн $\lambda_e/\lambda_i = 1, 2, 3, \dots$ в области $\lambda_i > \lambda_e$ в возбуждении только прямых волн с $k = |k_e \pm \beta k_i|$. Изменение амплитуды гармоник во времени может быть описано модулем функций Бесселя порядка β , так что $E_\beta^*/E_0 = |J_\beta(\frac{1}{2} \frac{\tilde{n}}{n_0} \omega_0 t)|$.

На начальной стадии развитие конверсии приводит к концентрации поля в области впадины плотности, росту плотности энергии и образованию структуры, подобной солитону огибающей. В дальнейшем эта структура дробится на более и более мелкомасштабные до тех пор, пока не начинается затухание. Показано, что затухание связано с захватом и ускорением нерезонансных электронов плазмы коротковолновыми гармониками.

THE CONVERSION OF LANGMUIR WAVES IN THE
INHOMOGENEOUS PLASMA

N.S. Buchelnikova, E.P. Matochkin

The numerical experiment (particle simulation) was made to investigate the conversion of Langmuir waves on the sinusoidal density perturbations in the plasma with motionless ions. The range of parameters was: $E_0^2 / 8\pi n T \sim 3 \cdot 10^{-8} - 3$;
 $\tilde{n}/n_0 \sim 5 \cdot 10^{-5} - 5 \cdot 10^{-1}$; $\lambda_i/\lambda_e \sim 10^{-1} - 10$.

In this range of parameters no threshold was found for the conversion. The conversion shows itself in the excitation of the shortwavelength harmonics of the wave (direct and backward waves) with $k = k_e \pm \beta k_i$, $\beta = 1, 2, 3 \dots$. The amplitude of the harmonic with a certain β changes as a modulus of the Bessel function of the order β , $E_\beta^N/E_0 = |J_\beta(\frac{1}{2} \frac{\tilde{n}}{n_0} \omega_0 t)|$.

On the initial stage the development of the conversion leads to the concentration of the electric field in the density cavity, to the increase of the energy density and to the formation of the envelope solitonlike structure. Further this structure is splitting up to more and more small-dimensional structures until the damping begins. The damping is due to the trapping and acceleration of nonresonant plasma electrons by short-wavelength harmonics.

Ранее мы исследовали методом численного эксперимента неустойчивость и затухание ленгмюровских волн в однородной плазме /1-5/. Было найдено, что при развитии модуляционной неустойчивости существенную роль играет конверсия ленгмюровских волн на возмущениях плотности, развивающихся в результате неустойчивости. Конверсия представляет собой процесс $\epsilon_{k_0 + \beta k_i} \rightarrow \epsilon_{k_0 + \beta k_i} + \epsilon_{k_0 - \beta k_i}$, $\beta = 1, 2, 3, \dots$, который приводит к генерации коротковолновых гармоник $k = k_e + \beta k_i$ и обратных волн $k = k_e - \beta k_i$. Этот процесс представляет большой интерес, так как он приводит к перекачке энергии из длинноволновых колебаний в коротковолновые. Как было показано, конверсия играет существенную роль и на стадии развития модуляционной неустойчивости и на конечной стадии затухания волн, где она приводит к полному поглощению энергии поля электронами плазмы. Роль конверсии на конечной стадии модуляционной неустойчивости исследовалась также теоретически /6/.

В настоящей работе мы исследуем процесс конверсии ленгмюровских волн в неоднородной плазме с неподвижными ионами, чтобы исключить явления, связанные с модуляционной неустойчивостью.

Явление конверсии исследовалось теоретически в работах /7-9/. В работе /8/ описаны также численные эксперименты, в которых наблюдалась конверсия. Экспериментально это явление наблюдалось качественно в работах /10, 11/. В работе /8/ было показано, что процесс конверсии волн на неоднородности плотности можно рассматривать как квазирезонансное взаимодействие ленгмювской и ионной волны конечной амплитуды, при котором условия резонанса выполнены для k , но не выполнены для ω . Это взаимодействие приводит к генерации новых ленгмювских волн с волновыми векторами $k = k_e \pm \beta k_i$. С другой стороны этот процесс может рассматриваться как перестройка начальной волны - разложение её на гармоники, которые являются собственными волнами неоднородной по плотности плазмы.

В настоящей работе описаны численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию конверсии ленгмювских волн при их взаимодействии с синусоидальными возмущениями плотности в широком диапазоне параметров волны и возмущения. Найдено, что конверсия не имеет порога вплоть до амплитуд $\frac{E_0^2}{8\pi n T} \sim 3 \cdot 10^{-8}$

и возмущений плотности $\tilde{n}/n_0 \sim 5 \cdot 10^{-5}$. При всех исследованных параметрах ($\frac{E_0^2}{8\pi n T} \sim 3 \cdot 10^{-8} \pm 3$; $v\beta/v_T \sim 10 \pm 160$; $\tilde{n}/n_0 \sim 5 \cdot 10^{-5} \pm 5 \cdot 10^{-1}$; $\lambda_i/r_d \sim 20 \pm 1000$, $\lambda_e/r_d \sim 50 \pm 1000$, $\frac{\lambda_e}{\lambda_i} \sim 10^{-1} \pm 10$) генерируются гармоники с волновыми векторами $k = k_e \pm \beta k_i$, за исключением случаев $k_e > k_i$, $k_e = \beta k_i$ (кратные λ_e и λ_i), где генерируются гармоники с $k = |k_e \pm \beta k_i|$, т.е. не возбуждаются обратные волны. В области, где нет затухания, изменение относительной амплитуды гармоник во времени $E_\beta^N/E_0(t)$ не зависит от амплитуды и фазовой скорости волны, от длины волны λ_e и λ_i и их отношения. Зависимость $E_\beta^N/E_0(t)$ описывается модулем функций Бесселя порядка β с аргументом $\frac{1}{2} \frac{\tilde{n}}{n_0} \omega_{ce} t$, так что $E_\beta^N/E_0(t) = |J_\beta(\frac{1}{2} \frac{\tilde{n}}{n_0} \omega_{ce} t)|$ при любых параметрах.

Приведено динамическое описание конверсии. Показано, что конверсия проявляется в модуляции волны и приводит к локализации энергии в области впадины плотности, к росту плотности энергии, а в последующем - к дроблению образовавшейся структуры на более мелкомасштабные вплоть до начала затухания.

Исследованы случаи, когда конверсия приводит к затуханию волны. Показано, что механизм затухания связан с захватом и ускорением нерезонансных электронов коротковолновыми гармониками.

Метод расчета

Для численного моделирования используется метод "частиц в ячейках". Рассматривается одномерная система с периодическими граничными условиями. Для понижения начального уровня шумов применяется метод "спокойного старта". Для электронов и ионов задается максвелловское распределение по скоростям с отношением температур $T_e/T_i = 30$. Ионы задаются неподвижными ($\frac{M}{m} = 10^{10}$). Число ионов равно числу электронов и равно 10^4 , временной шаг обычно $\tau/\tau_{ce} = 0,05$. Поскольку число частиц ограничено, функция распределения обрезана на скорости $v \sim 2 v_T$. При исследовании явлений, связанных с затуханием волн при захвате электронов это эквивалентно пренебрежению затуханием с декрементом $\gamma/\omega_{ce} < 10^{-2}$ /4, 5/.

Контроль правильности расчета проводится по сохранению полной энергии и энтропии системы и по независимости результатов

от счетных параметров. Более подробно метод расчета описан в работе /5/. Правильность модели и метода расчета подтверждается сравнением результатов численного эксперимента с результатами теории, согласующейся с лабораторным экспериментом (взаимодействие пучка малой плотности с плазмой, затухание волн малой конечной амплитуды).

Монохроматическая ленгмювская волна с полем $E(x, t) = -E_0 \cos(\omega_0 t - k_0 x)$ задается в начальный момент времени возмущением плотности и скоростей электронов. Здесь $\omega_0^2 = \omega_{oe}^2 + 3k_0^2 v_T^2$; $k_0 = 2\pi/\lambda_0$; λ_0 - длина волны; $\omega_{oe}^2 = \frac{4\pi n_0 e^2}{m}$; $v_T = \sqrt{T/m}$; $V_\phi = \frac{\omega_0}{k_0}$ - фазовая скорость.

Синусоидальное ионное возмущение $n(x) = n_0 + \tilde{n} \cos k_i x$, $\tilde{n}_i(x) = n(x) - n_0$ задается возмущением плотности плазмы с амплитудой \tilde{n}/n_0 и длиной волны $\lambda_i = 2\pi/k_i$.

При заданной длине системы L ленгмювскую волну и ионное возмущение удобно характеризовать номером гармоники $N_e = L/\lambda_e$ и $N_i = L/\lambda_i$. Для гармоник, генерируемых при конверсии, волновой вектор $k = k_e \pm \beta k_i$ и номер гармоники $N = N_e \pm \beta N_i$, причем $k > 0$ ($N > 0$) соответствует волне того же направления, что и основная, а $k < 0$ ($N < 0$) - обратной волне.

Используемые в работе величины нормируются следующим образом: $x^* = x/r_d$; $r_d = \sqrt{T/4\pi n_0 e^2}$ - дебаевский радиус; $t^* = t/T_{oe}$; $T_{oe} = 2\pi/\omega_{oe}$ - плазменный период; $v^* = v/v_T$; v_T - тепловая скорость электронов; $E^* = \frac{E}{m r_d / e T_{oe}^2}$.

В тексте приводятся нормированные значения E , знак * опускается.

Численные эксперименты проводились в широком диапазоне параметров волны и ионного возмущения: $E_0 \sim 10^{-2} + 10^2$; $E_0^2/8\pi n T \sim 3 \cdot 10^{-8} + 3$; $v_\phi/v_T \sim 10 + 160$; $\lambda_e/r_d \sim 50 + 1000$; $\tilde{n}/n_0 \sim 5 \cdot 10^{-5} + 5 \cdot 10^{-1}$; $\lambda_i/r_d \sim 20 + 1000$, $\lambda_e/\lambda_i \sim 10^{-1} + 10$. Значительная часть численных экспериментов проводилась при параметрах ленгмювской волны: $E_0 = 70$; $E_0^2/8\pi n T = 1,6$; $v_\phi/v_T = 160$; $\lambda_e/r_d = 1000$. Несмотря на то, что в этом случае $E_0^2/8\pi n T > 1$, эта волна является линейной, так как её параметры лежат ниже "границы электронной не-

линейности" $\frac{E_0^2}{8\pi n T} \sim \frac{10^{-3}}{(k_0 r_d)^2}$, которая была найдена нами ранее /4/. При уменьшении v_ϕ/v_T волна с амплитудой $E_0^2/8\pi n T \sim 1,6$ остается линейной до $v_\phi/v_T \approx 20$ и слабонелинейной до $v_\phi/v_T \approx 10$.

Спектральное описание конверсии. Зависимость от параметров

Рассмотрим развитие конверсии в случае, когда затухание не играет роли в течение длительного времени.

Случай I. Параметры волны: $E_0 = 70$; $\frac{E_0^2}{8\pi n T} = 1,6$; $\frac{v_\phi}{v_T} = 160$; $\lambda_e/r_d = 1000$; $N_e = 1$. Параметры ионного возмущения: $\tilde{n}/n_0 = 0,2$; $\lambda_i/r_d = 200$; $N_i = 5$.

В этом случае наблюдается развитие гармоник $N_\beta = N_e \pm \beta N_i$.

Таблица I

β	1	2	3	4	5
$N_e + \beta N_i (k > 0)$	6	11	16	21	26
$N_e - \beta N_i (k < 0)$	4	9	14	19	24

Гармоники $N_e + \beta N_i$ представляют собой прямые, $N_e - \beta N_i$ - обратные волны. Изменение амплитуды гармоник E_β^N во времени показано на Рис. I. Кривая 0 показывает амплитуду основной волны, кривая I - амплитуду 4 и 6-й ($\beta = 1$) гармоник и т.д. Амплитуды пары гармоник при данном β одинаковы и меняются синхронно.

Сравним эти кривые с функциями Бесселя порядка β с аргументом: $\frac{1}{2} \frac{\tilde{n}}{n_0} \omega_{oe} t = \frac{\tilde{n}}{n_0} \pi t / T_{oe}$, представленными на Рис. 2. Сравнение показывает, что кривые Рис. I совпадают с модулем функции Бесселя $|J_\beta|$, если её порядок равен β . Действительно, положение минимумов на кривых $E_\beta^N(t)$ совпадает с положением нулей функций Бесселя, положение и величина максимумов совпадают с положением и абсолютной величиной максимумов и минимумов функций Бесселя. При наложении кривых $|J_\beta(\frac{\tilde{n}}{n_0} \pi t / T_{oe})|$ на соответствующие кривые Рис. I они практически совпадают, за исключением второго максимума кривой $\beta = 3$ ($N = 14, 16$), где начинает сказываться затухание. Таким образом, изменение амплитуды гармоник во времени до тех пор пока затухание не играет существенной роли, может быть описано функциями Бесселя $E_\beta^N/E_0(t) = |J_\beta(\frac{\tilde{n}}{n_0} \pi t / T_{oe})|$.

Скорость развития гармоник меняется при изменении амплитуды волны и ионного возмущения. На Рис.3а,б показаны случаи с разными E_0 и \tilde{n}/n_0 , остальные параметры те же, что и в случае I. Приведены кривые для амплитуды четвертой гармоники, которая соответствует $N=N_e - N_i$ ($\beta = 1$). Из Рис.3а видно, что скорость роста и величина максимума $E_4^N(t)$ растут с ростом E_0 , из Рис.3б — что скорость роста возрастает, а время t_m , когда достигается максимум $E_4^N(t)$, падает с ростом \tilde{n}/n_0 . Оказывается, что скорость роста пропорциональна E_0 и \tilde{n}/n_0 , величина максимума пропорциональна E_0 , а t_m обратно-пропорционально \tilde{n}/n_0 .

Если кривые Рис.3а, 3б построить в координатах $E_4^N/E_0 - \frac{\tilde{n}\pi t}{n_0 T_{oe}}$ то оказывается, что они совпадают (Рис.4). Сравнение кривой Рис.4 с функцией Бесселя J_4 Рис.2 показывает, что они совпадают.

Таким образом, изменение амплитуды гармоники во времени может быть описано модулем функций Бесселя при разных амплитудах волны и ионного возмущения.

Возбуждение гармоник при конверсии волн изучалось в широком диапазоне параметров: $E_0 \sim 10^{-2} - 10^2$; $E_0^2/8\pi n T \sim 3 \cdot 10^{-8} - 4$; $\tilde{n}/n_0 \sim 5 \cdot 10^{-5} - 5 \cdot 10^{-1}$. Было найдено, что во всем этом диапазоне наблюдается возбуждение гармоник $N_\beta = N_e \pm \beta N_i$. Не обнаружено какого-либо порога этого процесса. Предельные значения амплитуды волны $E_0 \sim 10^{-2}$, $E_0^2/8\pi n T \sim 3 \cdot 10^{-8}$ и ионного возмущения $\tilde{n}/n_0 \sim 5 \cdot 10^{-5}$ (в этом случае $\lambda_e/r_d = 100$; $N_e = 1$; $N_i = 5$), при которых наблюдалась конверсия, определяются уровнем шумов в численном эксперименте.

В этом же диапазоне параметров исследовалась зависимость скорости роста гармоник от E_0 и \tilde{n}/n_0 . Было найдено, что скорость роста $\Delta E_4^N/\Delta(t/T_{oe})$ гармоник с $\beta = 1$ пропорциональна E_0 и \tilde{n}/n_0 (Рис.5а,б), а величина $\Delta(E_4^N/E_0)/\Delta(t/T_{oe})$ не зависит от E_0 и растет пропорционально амплитуде возмущения $\frac{\tilde{n}}{n_0}$ (Рис.5в), причем $\Delta(E_4^N/E_0)/\Delta(t/T_{oe}) \propto \frac{\tilde{n}}{n_0}$. Начальные участки кривых $E_4^N/E_0 = f(\frac{\tilde{n}}{n_0} \pi t/T_{oe})$ совпадают и не отличаются от функции Бесселя J_4 . На более поздних стадиях при некоторых параметрах проявляется затухание и кривые начинают отличаться от J_4 .

Изучалась зависимость конверсии от длины волны и фазовой скорости ленгмювской волны в диапазоне $\lambda_e/r_d \sim 50 - 1000$, $v_{ph}/v_T \sim 10 - 160$. Найдено, что конверсия не зависит от λ_e , v_{ph}/v_T , если не играет роль затухание. Кривые $E_\beta^N/E_0(t)$ описываются функциями Бесселя $|J_\beta(\frac{\tilde{n}}{n_0} \pi t/T_{oe})|$.

Исследовалась зависимость конверсии от длины волны (номера гармоники) ионного возмущения в диапазоне $\lambda_i/r_d \sim 100 - 1000$ ($N_i \sim 1 - 10$) и от отношения λ_i/λ_e , которое менялось от 0,1 до 10. Оказалось, что во всех случаях конверсия не зависит от λ_i и от отношения λ_i/λ_e . При разных λ_i/λ_e при одном и том же β возбуждаются гармоники с разными длинами волн (с разными N). Однако кривые $E_\beta^N/E_0(t)$ в разных случаях практически одинаковы (сравнивались кривые до $\beta = 3$). Они не отличаются от кривых случая I (Рис.1) и совпадают с функциями Бесселя $|J_\beta(\frac{\tilde{n}}{n_0} \pi t/T_{oe})|$.

Некоторое отличие появляется в случаях $\lambda_i > \lambda_e$ ($N_e > N_i$), когда λ_e и λ_i кратны, так что при некотором β , равном β^x , разность $k_e - \beta^x k_i = 0$. В этих случаях при $\beta = \beta^x$ возбуждается только гармоника с $k = k_e + \beta^x k_i$, а при $\beta > \beta^x$ возбуждаются волны с $k = |k_e \pm \beta k_i|$. Таким образом, в этих случаях длинноволнового ионного возмущения не возбуждаются обратные волны, конверсия приводит к возбуждению только прямых волн с $k = |k_e \pm \beta k_i|$. В остальном эти случаи не отличаются от случаев с $\lambda_i < \lambda_e$. При любых λ_i , λ_e и λ_i/λ_e в исследованном диапазоне кривые $E_\beta^N/E_0(t)$ не отличаются от кривых случая I и соответствующих функций Бесселя. Как мы покажем ниже, в динамическом описании случаи $\lambda_i < \lambda_e$ и $\lambda_i > \lambda_e$ различаются кардинально.

Таким образом, взаимодействие ленгмювской волны с ионным возмущением приводит к последовательному возбуждению все более и более коротковолновых ленгмювских волн $k = k_e \pm \beta k_i$. Этот процесс не имеет порога вплоть до амплитуд волны $\frac{E_0^2}{8\pi n T} \sim 3 \cdot 10^{-8}$ и ионного возмущения $\tilde{n}/n_0 \sim 5 \cdot 10^{-5}$. Изменение во времени амплитуд гармоник с заданным β $E_\beta^N/E_0(t)$ описывается модулем функции Бесселя порядка β с аргументом $\frac{1}{2} \frac{\tilde{n}}{n_0} \omega_{oe} t$. При любых параметрах волны и ионного возмущения $E_\beta^N/E_0 = |J_\beta(\frac{1}{2} \frac{\tilde{n}}{n_0} \omega_{oe} t)|$.

Динамическое описание конверсии

Представляет интерес выяснить, как проявляется конверсия в динамическом описании. Изучалось несколько случаев с разным соотношением λ_e и λ_i :

Таблица 2

Случай	λ_e/r_d	λ_i/r_d	N_e	N_i	N_e+N_i	N_e-N_i
I	1000	200	1	5	6	4
2	1000	1000	1	1	2	-
3	200	1000	5	1	6	4
3а	200	333	5	3	8	2

Во всех случаях $E_0 = 70$; $E_0^2/8\pi n T = 1,6$; $\tilde{v}/n_0 = 0,2$; $L = 1000 r_d$; ионная плотность минимальна на $x = x_{\lambda_i/2}$, $x = 1, 2, 3, \dots$.

Случай I. $\lambda_e > \lambda_i$ - коротковолновое ионное возмущение. Ранее было приведено спектральное описание этого случая, кривые $E_{\beta}/E_0(t)$ приведены на Рис.1. На Рис.6а показано распределение поля $E(x)$ в одной из впадин плотности и изменение $E(x)$ через четверть плазменного периода в $t/T_{oe} \sim 2,5+3$, когда достигается первый максимум амплитуды гармоник с $\beta = 1$. На Рис.6б, в показано распределение поля и плотности энергии поля $E^2(x)$ в $t/T_{oe} \sim 12+12,5$, когда возбуждено много гармоник. Видим, что конверсия приводит к концентрации энергии волны в области впадины плотности и росту плотности энергии с течением времени. В течение плазменного периода распределение поля меняется. Максимальные значения поля в области впадины достигаются через $\sim 0,5 T_{oe}$; через $0,25 T_{oe}$ относительно максимума энергии поля близка к нулю (Рис.6в).

В разных впадинах максимальное за половину плазменного периода поле достигается не одновременно, а со сдвигом по времени. Таким образом фаза максимального поля и пик максимальной энергии поля перемещается из одной впадины в другую и за время плазменного периода проходят все впадины плотности. Это хорошо видно из Рис.7. Действительно, в $t/T_{oe} = 12,2$ пик плотности энергии находится в третьей впадине ($x/\lambda_i = 2,5$), через $0,2 T_{oe}$ в четвертой ($x/\lambda_i = 3,5$), еще через $0,2 T_{oe}$ - в пятой ($x/\lambda_i = 4,5$) и т.д.

В области коротковолновых ионных возмущений $\lambda_e > \lambda_i$ было исследовано несколько случаев при разных соотношениях $\lambda_i/\lambda_e = 1/2; 1/3; 1/5; 1/10; 3/5$ и одинаковых остальных параметрах. В разных случаях возбуждаются разные гармоники при одинаковых β . Однако динамическая картина в одной впадине остается одинаковой - в одинаковые моменты времени распределение поля $E(x)$ на длине λ_i оказывается практически одинаковым в разных случаях. Основное различие заключается в скорости перемещения пиков по впадинам.

Другой характер имеет динамическая картина в случаях длинноволновых ионных возмущений $\lambda_e \leq \lambda_i$.

Случай 2. $\lambda_e = \lambda_i$. В этом случае энергия концентрируется в области спада плотности ($x/\lambda_i \sim 0+0,5$). Распределение поля в $t/T_{oe} \sim 3-3,5$, когда достигается первый максимум амплитуды гармоник с $\beta = 1$ (в этом случае это одна гармоника $N = 2$) напоминает солитон (Рис.8а, 8б). Однако с течением времени оно меняется - солитоноподобная структура дробится на более мелко-масштабные (Рис.8в, 8г). Энергия по-прежнему оказывается сконцентрированной в области спада плотности. Несмотря на дробление плотности энергии несколько возрастает во всяком случае до $t/T_{oe} \sim 13$.

Случай 3. $\lambda_e < \lambda_i$ - длинноволновое ионное возмущение. В этом случае развитие конверсии приводит к концентрации энергии волны в области спада плотности ($x/\lambda_i \sim 0-0,5$). Это видно из Рис.9а,б, где показано распределение поля и плотности энергии поля в разные моменты времени, а также на Рис.9в,г,д,е, где показано $E(x)$ и $E^2(x)$ через четверть плазменного периода. На этих рисунках показаны моменты времени $t/T_{oe} = 2,5$, когда достигается первый максимум амплитуды гармоник с $\beta = 1$ и $t/T_{oe} \sim 13$ и 22, где развивается большее и большее число гармоник. Видно, что с течением времени энергия волны дробится на более и более мелко-масштабные пики. Максимальная плотность энергии возрастает до $t/T_{oe} \sim 13$, а затем медленно падает, хотя поглощение энергии электронами начинает сказываться только при $t/T_{oe} > 25$ (см. ниже).

В области длинноволновых ионных возмущений $\lambda_e \leq \lambda_i$ с кратными длинами волн было исследовано несколько случаев при разных соотношениях $\lambda_i/\lambda_e = 1; 2; 3; 5; 10$ и одинаковых ос-

тальных параметрах. Во всех исследованных случаях наблюдалась концентрация энергии в области спада плотности, хотя вид $E(x)$ в одинаковые моменты времени заметно различается (Рис.8 и Рис.9 а-е).

Случай За. Случай длинноволновых возмущений с некрратными длинами волн (случай За, $\lambda_i/\lambda_e = 5/3$) отличается от случая кратных длин волн. В этом случае конверсия приводит к генерации как прямых, так и обратных волн с $k = k_e \pm \beta k_i$. Динамическая картина соединяет характерные черты случаев I и 3: подобно случаю 3 энергия волны концентрируется в области спада плотности, а кроме того, подобно случаю I образуется пик в области минимальной плотности. Это хорошо видно из Рис.9ж,з, где показано распределение поля и плотности энергии поля в разные моменты времени, а также из Рис.9и,к, где показано $E(x)$ и $E^2(x)$ через четверть плазменного периода в случае За.

Таким образом, динамическое описание конверсии показывает, что конверсия приводит к локализации энергии волны в области впадины плотности, росту плотности энергии в течение некоторого времени, а в дальнейшем к дроблению образовавшейся структуры и перераспределению энергии по все более и более мелкомасштабным пикам.

Механизм затухания

До сих пор нас интересовали случаи, в которых взаимодействие гармоник с электронами плазмы практически не играло роли. В настоящем разделе мы рассмотрим явления, связанные с таким взаимодействием.

Взаимодействие ленгмюровских волн с электронами плазмы исследовалось в случае однородной плазмы. Как было показано в работе [12], даже при очень малых амплитудах ленгмюровских волн $\frac{e\varphi}{T} \ll (\frac{v_T}{v_\phi})^2$ или $\frac{E^2}{8\pi nT} \ll \frac{1}{2}(kr_d)^2$ существенны эффекты, связанные с захватом резонансных электронов. Начальной стадией этого процесса является затухание с декрементом, равным декременту затухания Ландау γ_L . Как было показано в работе [4], при увеличении амплитуды ленгмюровской волны становится существенным захват нерезонансных электронов. Начальной стадией процесса и в этом случае является затухание волны и ускорение захваченных

электронов до скоростей $v \sim v_\phi + 2\sqrt{\frac{e\varphi}{m}}$. В области параметров $\frac{e\varphi}{T} \leq 1$ или $\frac{E^2}{8\pi nT} \leq \frac{1}{2}(kr_d)^2$ декремент затухания по-прежнему равен декременту затухания Ландау. Однако в области $\frac{e\varphi}{T} > 1$ или $\frac{E^2}{8\pi nT} > \frac{1}{2}(kr_d)^2$ декремент затухания становится больше γ_L . Отношение δ/γ_L экспоненциально растет с ростом начальной амплитуды и фазовой скорости волны, так что декремент может на много порядков превышать γ_L .

В работе [4] для области сильного затухания $\delta/\omega_{oe} > 10^{-2}$ были построены линии равного затухания $\delta/\omega_{oe} = const$, соответствующие начальным параметрам волн ($\sqrt{\frac{e\varphi}{m}} - v_\phi$ или $\frac{E_0^2}{8\pi nT} - (kr_d)^2$), которые затухают с одинаковым декрементом. Эти кривые показаны на Рис.10.

В настоящей работе исследуются волны, начальные параметры которых лежат далеко от области сильного затухания. Конверсия приводит к генерации все более и более коротковолновых гармоник, так что их параметры в конце концов могут оказаться в области сильного затухания. Это соответствует тому, что эти гармоники начинают захватывать электроны и затухать, если скорость затухания больше скорости роста из-за конверсии. При уменьшении фазовой скорости основной волны в область сильного затухания попадают все более и более длинноволновые гармоники (гармоники с меньшим β), что хорошо видно из Рис.10.

Были исследованы случаи, ленгмюровских волн с разной фазовой скоростью:

Таблица 3

Случай	I	4	5	6
λ_e/r_d	1000	300	160	80
v_ϕ/v_T	160	48	26	13
N_z	36	9	6	4
β_z	7	2	1	1

Здесь N_z и β_z - номер и значение β гармоники, параметры которой лежат вблизи от линии $\delta/\omega_{oe} = 10^{-2}$.

Во всех этих случаях остальные параметры волны и ионного возмущения одинаковы: $E_0 = 70$; $E_0^2/8\pi nT = 1,6$; $\tilde{v}/v_e = 0,2$; $\lambda_i/\lambda_e = 0,2$; $N_e = 1$; $N_i = 5$.

В результате конверсии возбуждаются гармоники с теми же номерами, что и в случае I (Таблица I). При уменьшении фазовой скорости волн уменьшаются и фазовые скорости гармоник с тем же номером.

На Рис. II а-г показаны кривые $E_{\beta}^N/E_0(t)$ для случаев I, 4-6. Будем рассматривать развитие конверсии в интервале времени до $10 T_{oe}$. В случае I в этом интервале затухания практически нет (Рис. IIа). В отсутствие затухания развитие конверсии при разных фазовых скоростях ленгмювской волны одинаково. Действительно, из Рис. IIб видно, что кривые для основной гармоники и гармоник с $\beta = 1$ практически не отличаются от случая I до $t/T_{oe} \sim 5$. Кривые гармоник с $\beta = 2$ вначале также не отличаются от случая I до $t/T_{oe} \sim 2$ ($N = 11$) и 3 ($N = 9$). Однако, в дальнейшем появляются отличия. Видно, что гармоники затухают, причем гармоника $N = 11$, фазовая скорость которой меньше, затухает сильнее. Причиной затухания является захват электронов этими гармониками. Это хорошо видно из фазовых плоскостей в случае I (Рис. I2а), где ни захвата, ни затухания нет и в случае 4 (Рис. I2б). В случае 4 четко видны характерные структуры, связанные с ускорением захваченных электронов - II в области $v > 0$ ($N = 11$ - прямая волна $k > 0$) и 9 в области $v < 0$ ($N = 9$ - обратная волна $k < 0$).

В случае 5 гармоники с $\beta = 2$ затухают с самого начала. С $t/T_{oe} \sim 0,5$ начинает затухать гармоника $N = 6$ с $\beta = 1$ (Рис. IIв). По фазовой плоскости (Рис. I2в) видна начальная стадия захвата электронов 6-й гармоникой ($k > 0$) в области $v > 0$. Гармоника $N = 4$ ($k < 0$) развивается без затухания, однако, достигнув максимальной амплитуды, также начинает захватывать электроны в области $v < 0$. Захват электронов 6-й и 4-й гармоникой хорошо виден на фазовой плоскости Рис. I2 г.

Наконец, в случае 6 с самого начала затухают все гармоники в том числе и гармоники с $\beta = 1$ (Рис. IIг). Гармоника $N = 6$ в этом случае почти не нарастает, так что захваченные ею электроны ускоряются до малых скоростей в отличие от гармоники $N = 4$ в области $v < 0$ (Рис. I2д) и от случая 5, где 6-я гармоника начала захватывать электроны при большой амплитуде (Рис. I2г). Гармоники, которые затухают с самого начала, подобно гармоникам

$\beta \geq 2$ в случае 5 и $\beta > 1$ в случае 6, не успевают развиться до большой амплитуды, так что при их затухании электроны поглощают небольшую энергию. В отличие от этого, если гармоника начинает захватывать электроны при большой амплитуде, они ускоряются до скоростей $v \sim v_{\phi} + 2\sqrt{e\psi/m}$ и поглощают значительную энергию. Так что взаимодействие возбужденных при конверсии гармоник с электронами плазмы приводит к образованию на функции распределения хвоста ускоренных электронов (см. следующий раздел).

Как видно из Рис. II б-г, затухание гармоник сильно влияет на развитие незатухающих гармоник. В частности, отсутствие перекачки по гармоникам приводит к более медленному уменьшению амплитуды основной волны.

На Рис. I3 а-в приведены фазовые плоскости для нескольких случаев, выбранных таким образом, чтобы при конверсии возбуждались разные гармоники и чтобы затухали гармоники с $\beta = 1$.

Таблица 4

Случай	7	8	9
λ_e	120	200	200
N_e	1	1	3
N_i	3	7	3
$N_e + N_i$	4	8	6
$N_e - N_i$	2	6	-

Во всех этих случаях $E_0 = 70$; $E_0^2/\beta n n T = 1,6$; $\tilde{n}/n_0 = 0,2$.

По фазовой плоскости для случая 7 (Рис. I3а) видно, что захватывает электроны в области $v > 0$ гармоника $N = 4$ и начинает захватывать в области $v < 0$ гармоника $N = 2$. В случае 8 (Рис. I3б) в области $v > 0$ это гармоника $N = 8$, в области $v < 0$ - $N = 6$. Наконец, в случае 9, когда возбуждаются только прямые волны, виден захват только в области $v > 0$, $N = 6$, (Рис. I3в).

Ниже будет показано, что в случае 3, когда генерируются только прямые волны и захват начинается при большом β , по фазовой плоскости виден захват только в области $v > 0$ (Рис. 22).

Таким образом, затухание гармоник, генерируемых при конверсии, связано с захватом и ускорением электронов плазмы.

Длительное развитие конверсии

Развитие конверсии в течение сравнительно длительного времени исследовалось в случаях 1 и 3, в которых затухать могут только достаточно высокие гармоники, возбуждающиеся при больших β . Начальные параметры волны и ионного возмущения для случаев 1 и 3 приведены в таблице 2.

Случай 1. $\lambda_e > \lambda_i$; $N_e = 1$; $N_i = 5$. В этом случае возбуждаются прямые $N = N_e + \beta N_i (k > 0)$ и обратные $N = N_e - \beta N_i (k < 0)$ волны. При увеличении β на единицу номер новой гармоники увеличивается на пять, так что энергия довольно быстро перекачивается в коротковолновые гармоники (Рис.1). Как видно из Рис.10, эффективно могут затухать гармоники, которые возбуждаются при $\beta \geq 7$.

Мы уже показали, что при развитии конверсии в этом случае поле концентрируется во впадинах плотности и плотность энергии возрастает. Это хорошо видно из кривых распределения поля $E(x)$ и плотности энергии $E^2(x)$ во впадине плотности (Рис.14а,б), и также из кривой максимальной плотности энергии $E_{max}^2/E_0^2(t)$ (Рис.15), здесь E_{max} максимальное значение $E(x)$ за плазменный период. Видно, что энергия возрастает до $t/T_{oe} \sim 12$, после чего начинает падать. Из кривых зависимости от времени энергии поля и энергии электронов видно, что при $t/T_{oe} > 10$ энергия поля начинает поглощаться электронами (Рис.16). По фазовой плоскости видно, что идет захват коротковолновыми гармониками. Если области захвата гармоник пересекаются, захваченные электроны могут ускоряться до больших скоростей. Этот процесс приводит к дальнейшему поглощению энергии поля электронами плазмы (Рис.16) и образованию на функции распределения по скоростям хвостов ускоренных электронов. Фазовая плоскость и функция распределения практически симметричны (Рис.17), поскольку в этом случае возбуждаются как прямые, так и обратные волны.

К $t/T_{oe} \sim 44$ поле, в основном, затухает (энергия поля $\sim 9\%$ начальной энергии волны $W^0 = W_E^0 + \Delta W_e^0$). Сравнение функции распределения с начальной $f_0(v)$ показывает, что $f(v)$ уширяется (Рис.18). Это указывает на то, что часть энергии поля идет на нагрев плазмы. Температуру можно найти по полуширине $f(v)$.

Оказывается, что $T \sim 1,5 T_0$. Основная часть энергии, потерянной волной $\sim 90\%$ — поглощается электронами, ускоренными при захвате их гармониками конверсии (максимальная скорость электронов $\sim 20 v_T$), и только $\sim 10\%$ идет на нагрев.

Случай 3. $\lambda_e < \lambda_i$; $N_e = 5$; $N_i = 1$. В этом случае возбуждаются только прямые волны $N = |N_e \pm \beta N_i|$. При увеличении β на единицу номер новой гармоники увеличивается также на единицу, так что энергия перекачивается в коротковолновые гармоники сравнительно медленно. Гармоники, которые могут эффективно затухать возбуждаются только при $\beta \geq 20-25$.

Как было показано выше, развитие конверсии приводит к концентрации энергии в области спада плотности (Рис.9а,б). Плотность энергии возрастает до $t/T_{oe} \sim 14$ (Рис.19), а затем начинает довольно медленно падать. В отличие от случая 1 этот спад не связан с поглощением энергии поля электронами плазмы, а определяется дроблением пиков $E(x)$ (Рис.9а,б). Поглощение поля начинается только с $t/T_{oe} \geq 25$ (Рис.20) и сопровождается дальнейшим падением плотности энергии поля (Рис.19). По спектру $E^2(N)$ видно, что с течением времени растет число гармоник (Рис.21а,б). К моменту $t/T_{oe} \sim 27$ до значительной амплитуды возбуждены гармоники вплоть до $N \sim 25$, что соответствует $\beta \sim 20$ (Рис.21б). По фазовой плоскости видно, что происходит захват и ускорение электронов коротковолновыми гармониками, захватываются только электроны в области положительных скоростей $v > 0$, поскольку возбуждены только прямые волны, а обратных волн нет. В результате и фазовая плоскость (Рис.22) и функция распределения (Рис.23) имеют резко асимметричный характер. Симметричное уширение функции распределения в области до $3-4 v_T$ связано с тем, что в этот момент времени поле еще не затухло, так что скорости электронов возмущены (эти регулярные возмущения хорошо видны на фазовой плоскости Рис.22).

Таким образом, в обоих исследованных случаях, когда затухание не начинается сравнительно долго (до $t/T_{oe} \geq 10$ в случае 1 и до $t/T_{oe} \geq 25$ в случае 3), развитие конверсии не приводит к квазистационарным состояниям, но продолжается до тех пор пока не возбуждаются гармоники, которые могут эффективно взаимодействовать с электронами плазмы, что и приводит к затуханию поля.

Л и т е р а т у р а

1. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин. Препринт ИЯФ СО АН СССР № 77-15, № 77-39, 1977; № 78-17, № 78-76, 1978.
Proc. XIII Int. Conf. Phenomena in Ionized Gases, v. II, p. 831, 1977, Berlin.
Proc. III Int. Congress Waves and Instabilities in Plasmas, p. 71, 1977, Palaiseau.
Proc. XIV Int. Conf. Phenomena in Ionized Gases, Grenoble. J. Phys. 40 supplement au N 7, C7-633, 1979.
Физика плазмы, в печати.
2. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин. Препринт ИЯФ СО АН СССР № 78-19, 1978.
Proc. XIV Int. Conf. Phenomena in Ionized Gases, Grenoble. J. Phys. 40, supplement au N 7, C7-631, 1979.
Plasma Physics, 1980, в печати.
3. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин. Препринт ИЯФ СО АН СССР № 79-21, 1979.
Physica Scripta, 1980, в печати.
4. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин. Препринт ИЯФ СО АН СССР № 79-112, 1979.
Int. Conf. on Plasma Physics, v. 1, p. 109, Nagoya, 1980.
Физика плазмы 6, № 5, 1097, 1980.
5. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин. Препринт ИЯФ СО АН СССР № 79-115, 1979. Comments on Plasma Phys. 1980, в печати.
6. А.А.Галеев, Р.З.Сагдеев, В.Д.Шапиро, В.И.Шевченко. Письма ЖЭТФ 24, 25, 1976.
7. A.S.Bakai. Nucl. Fusion, 10, 53, 1970.
8. P.K.Kaw, A.T.Lin, J.M.Dawson. Phys. Fluids, 16, 1967, 1973.
9. Б.Б.Кадомцев "Коллективные явления в плазме", стр.146, Москва, Наука, 1976.
10. K.Okubo, S.Tanaka Phys. Let. A39, 115, 1972.
11. K.A.Stern, N.Tzoar Phys. Rev. Let. 17, 903, 1966.
12. R.Sugihara, T.Kamimura. J. Phys. Soc. Japan, 33, 206, 1972; R.Sugihara, T.Taniuti. Progress Theor. Phys., supplement N 55, 151, 1974.

Подписи к рисункам

- Рис.1. Изменение амплитуды гармоник во времени $E_{\beta}^N/E_0(t)$.
Случай I. $N = N_e \pm \beta N_i$; $\beta = 0, 1, 2, 3$.
- Рис.2. Функции Бесселя $|J_{\beta}(\frac{1}{2} \frac{\tilde{n}}{n_0} \omega_{oe} t)|$
- Рис.3. Изменение амплитуды гармоник с $\beta = 1$ во времени $E_1^N(t)$.
а. Разные E_0
б. Разные \tilde{n}/n_0
- Рис.4. Изменение амплитуды гармоник с $\beta = 1$ во времени при разных E_0 , $\tilde{n}/n_0 - E_1^N/E_0 = f(\frac{\tilde{n}}{n_0} \pi t/T_{oe})$
- Рис.5. Зависимость скорости роста гармоник с $\beta = 1$ $\Delta E_1/\Delta(t/T_{oe})$
а. от E_0 при разных \tilde{n}/n_0
б. от \tilde{n}/n_0 при разных E_0
в. $\Delta(E_1^N/E_0)/\Delta(t/T_{oe}) = f(\frac{\tilde{n}}{n_0})$ при разных E_0 .
- Рис.6. Распределение поля $E/E_0(x)$ во впадине плотности через четверть плазменного периода.
а. $t/T_{oe} \sim 2,5+3$
б. $t/T_{oe} \sim 12+12,5$
в. Распределение плотности энергии поля $E^2/E_0^2(x)$, $t/T_{oe} \sim 12+12,5$.
- Рис.7. Распределение плотности энергии $E^2/E_0^2(x)$ на длине системы в разные моменты времени $t/T_{oe} \sim 12+12,6$. Случай I.
- Рис.8. Распределение поля и плотности энергии через четверть плазменного периода. Случай 2.
а. $E/E_0(x)$, б. $E^2/E_0^2(x)$, $t/T_{oe} \sim 3,2+3,7$
в. $E/E_0(x)$, г. $E^2/E_0^2(x)$, $t/T_{oe} \sim 13,1+13,6$
- Рис.9. Распределение поля и плотности энергии в разные моменты времени. Случай 3.
а. $E/E_0(x)$, б. $E^2/E_0^2(x)$; $t/T_{oe} \sim 0+46$ через четверть плазменного периода.
в. $E/E_0(x)$, г. $E^2/E_0^2(x)$, $t/T_{oe} \sim 13,2+13,7$
д. $E/E_0(x)$, е. $E^2/E_0^2(x)$, $t/T_{oe} \sim 22,2+22,7$

Случай 3 а.

ж. $E/E_0(x)$, з. $E^2/E_0^2(x)$, $t/T_{oe} \sim 0+13$

через четверть плазменного периода

и. $E/E_0(x)$, к. $E^2/E_0^2(x)$, $t/T_{oe} \sim 12,3+12,8$

Рис.10. Линии равного затухания $\delta/\omega_{oe} = const$, начальные параметры волны, параметры гармоник с максимальной для данного β амплитудой. + случай 1; о случай 4; x случай 5. Линии, соединяющие точки проведены для удобства рассмотрения.

Рис.11. Изменение амплитуды гармоник во времени $E_{\beta}^N/E_0(t)$
 $\beta = 0, 1, 2.$

а. Случай 1; б. Случай 4; в. Случай 5; г. Случай 6.

Рис.12. Фазовая плоскость электронов.

а. Случай 1, $t/T_{oe} = 3,7$

б. Случай 4, $t/T_{oe} = 5,0$

в. Случай 5, $t/T_{oe} = 2,3$

г. Случай 6, $t/T_{oe} = 4,5$

д. Случай 6 $t/T_{oe} = 2,3$

Рис.13. Фазовая плоскость электронов.

а. Случай 7, $t/T_{oe} = 3,0$

б. Случай 8, $t/T_{oe} = 3,0$

в. Случай 9, $t/T_{oe} = 3,5$

Рис.14. Распределение поля и плотности энергии во впадине плотности в разные моменты времени. Случай 1.

а. $E/E_0(x)$, б. $E^2/E_0^2(x)$, $t/T_{oe} \sim 0+20.$

Рис.15. Зависимость от времени максимальной плотности энергии $E_{max}^2/E_0^2(t)$. Случай 1.

Рис.16. Зависимость от времени энергии поля W_E и энергии электронов $\Delta W_e = W_e - W_e^0$. Случай 1.

Рис.17. Фазовая плоскость электронов и функция распределения по скоростям. Случай 1, $t/T_{oe} = 19.$

Рис.18. Функция распределения по скоростям. Случай 1. $t/T_{oe} = 44.$
а. $f(v)/f_0(0)$; б. $f(v)/f(0)$. Пунктир - $f_0(v)$; штрих-пунктир - максвелловская $f(v)$ с температурой $1,5 T_0.$

Рис.19. Зависимость от времени максимальной плотности энергии $E_{max}^2/E_0^2(t)$. Случай 3.

Рис.20. Зависимость от времени энергии поля W_E и энергии электронов $\Delta W_e = W_e - W_e^0$. Случай 3.

Рис.21. Спектр $E^N/E_0(N)$. Случай 3

а. $t/T_{oe} = 13$; б. $t/T_{oe} = 27,5.$

Рис.22. Фазовая плоскость электронов. Случай 3. $t/T_{oe} = 46.$

Рис.23. Функция распределения по скоростям. Случай 3. $t/T_{oe} = 46.$

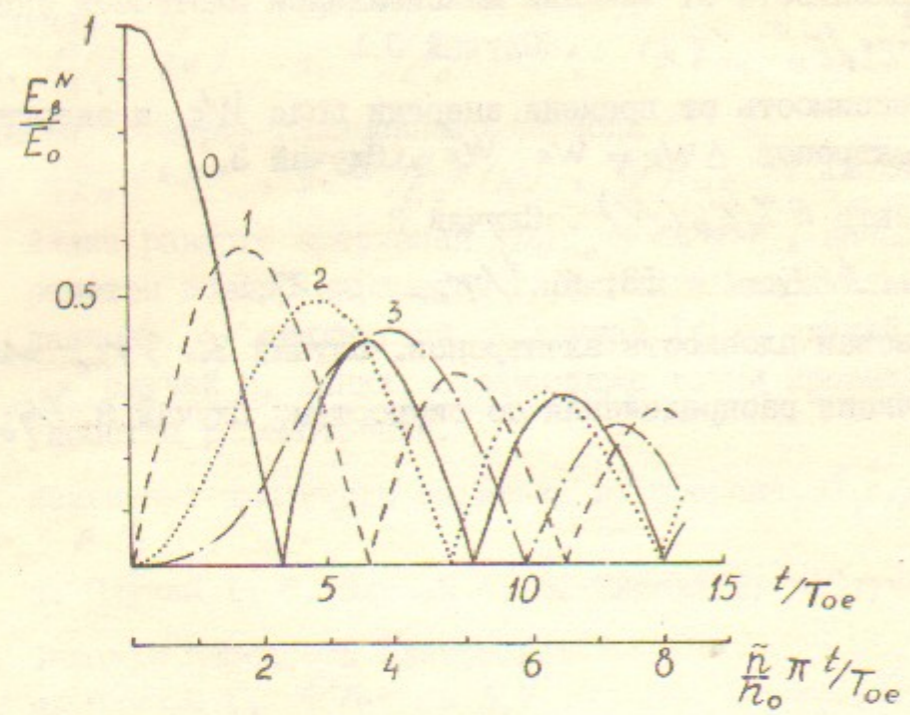


Рис.1

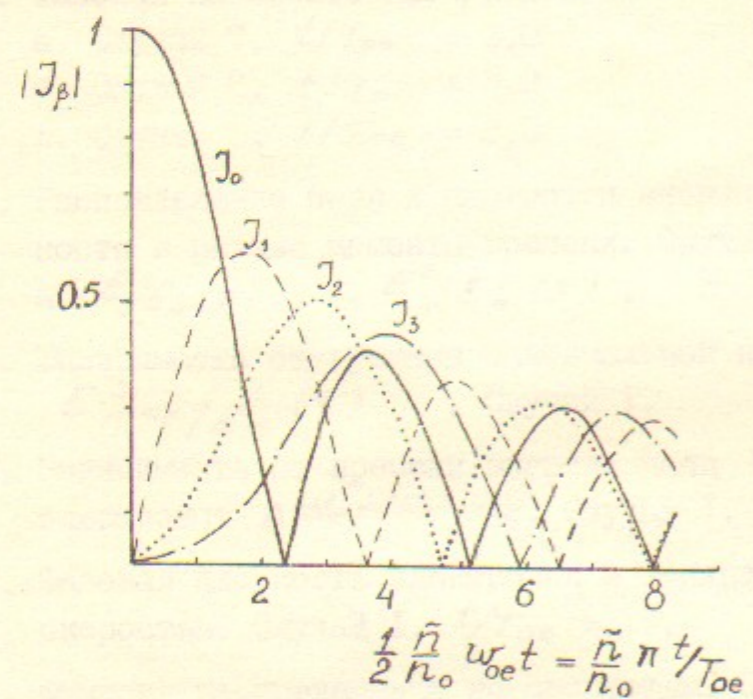


Рис.2

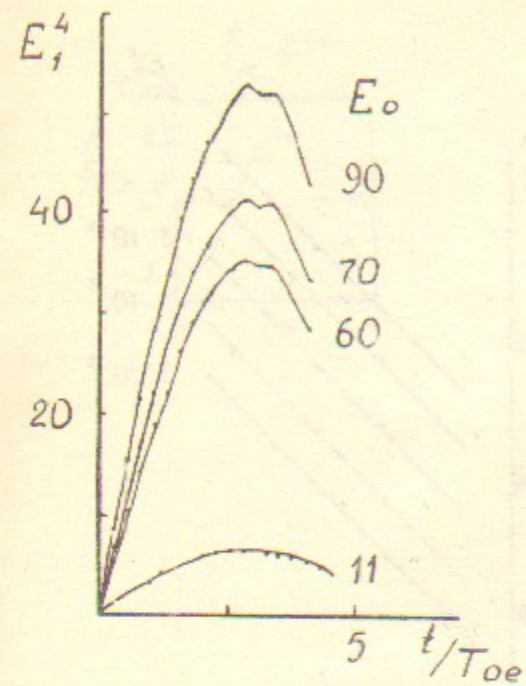


Рис.3а

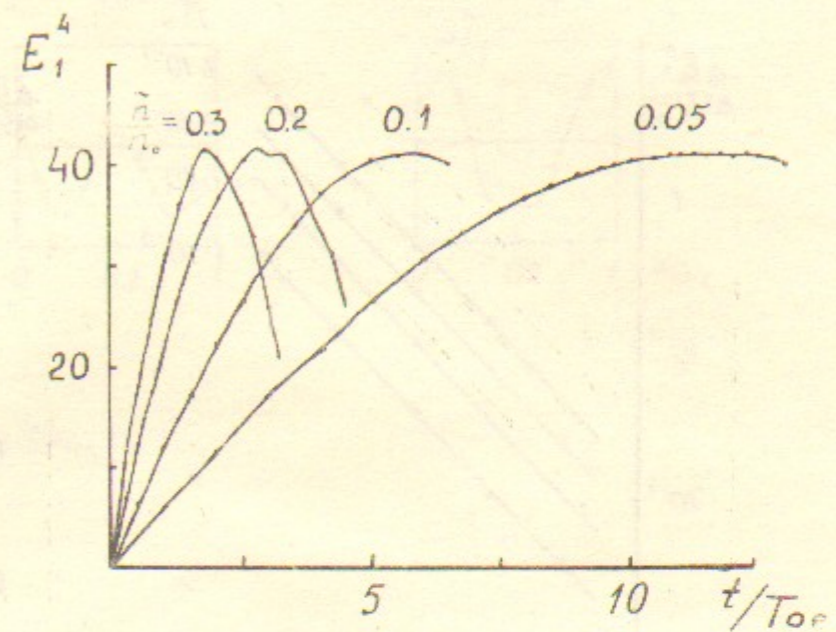


Рис.3б

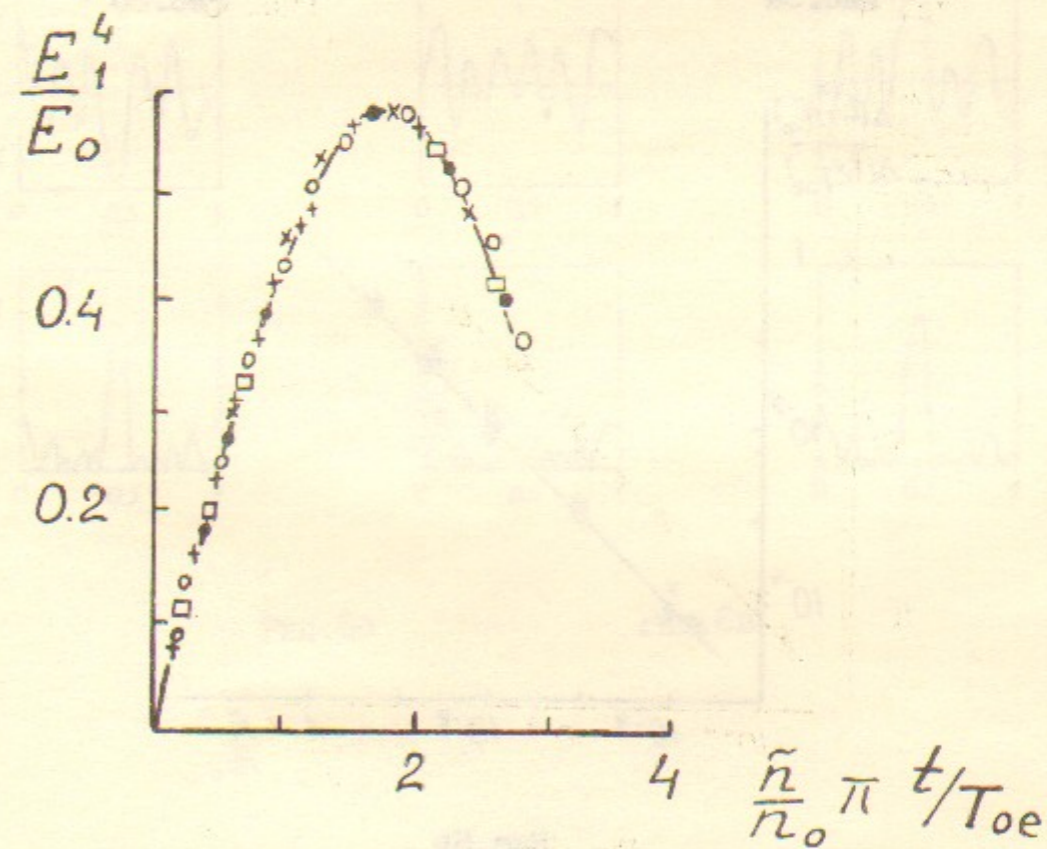


Рис.4

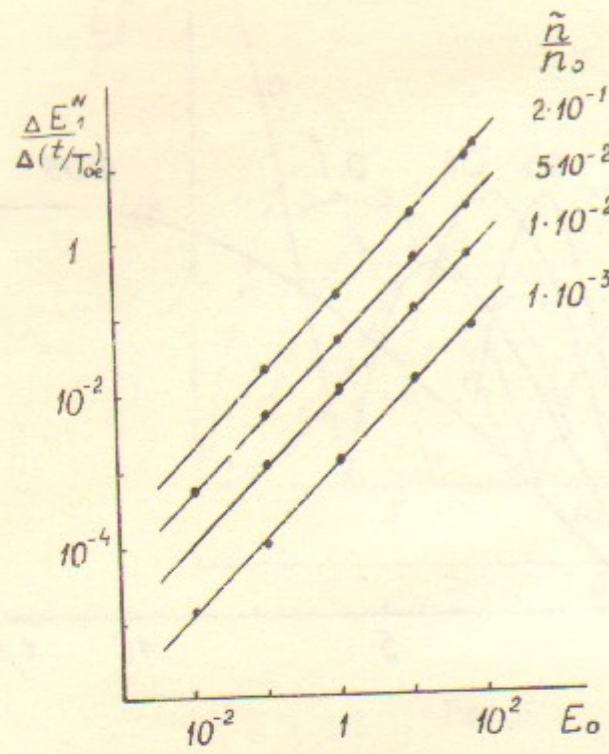


Рис. 5а

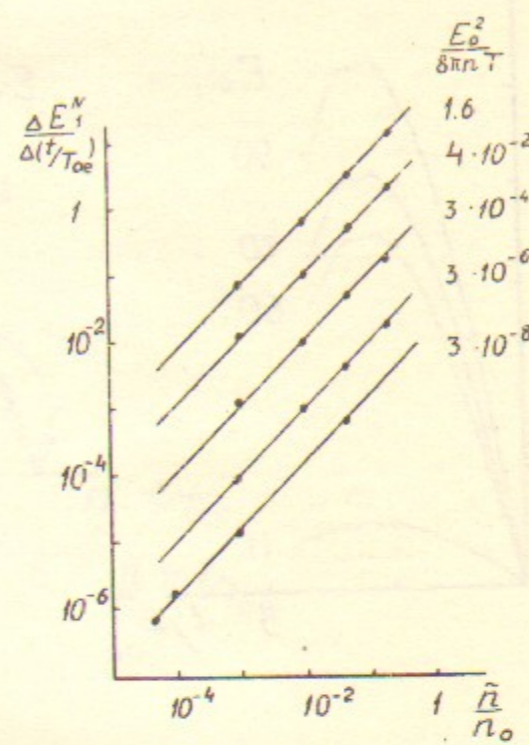


Рис. 5б

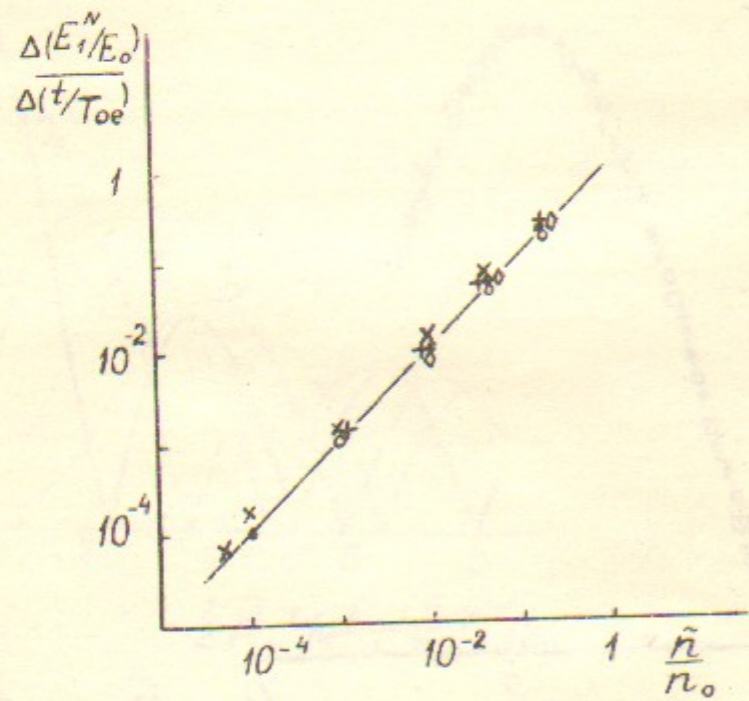


Рис. 5в

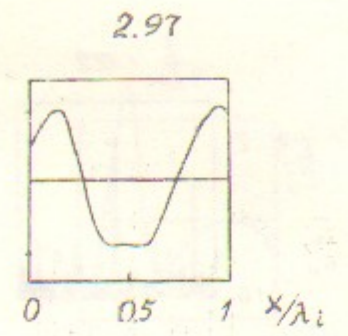
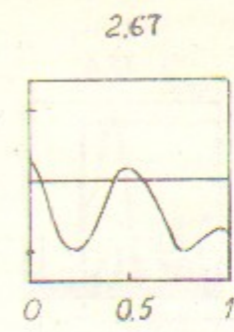
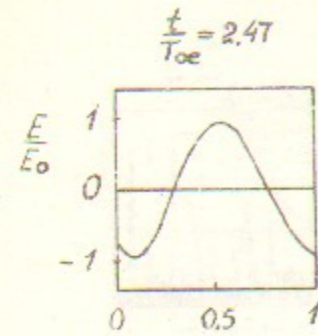


Рис. 6а

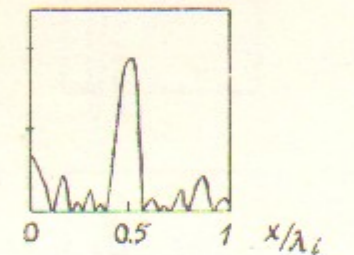
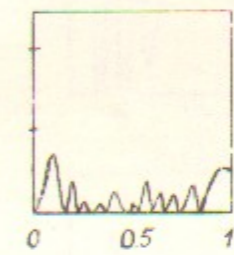
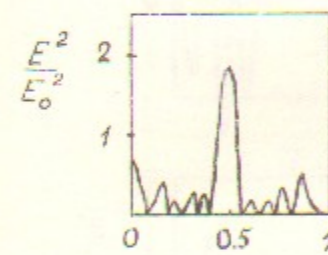
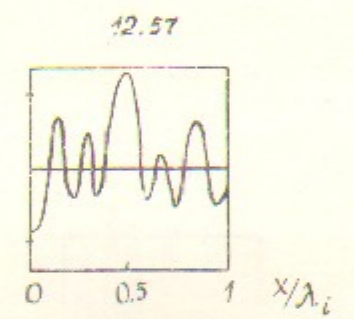
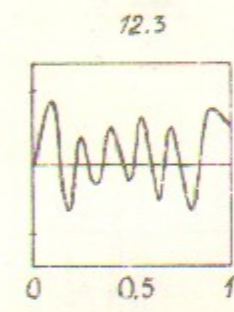
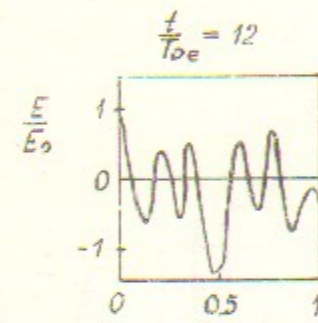


Рис. 6о

Рис. 6в

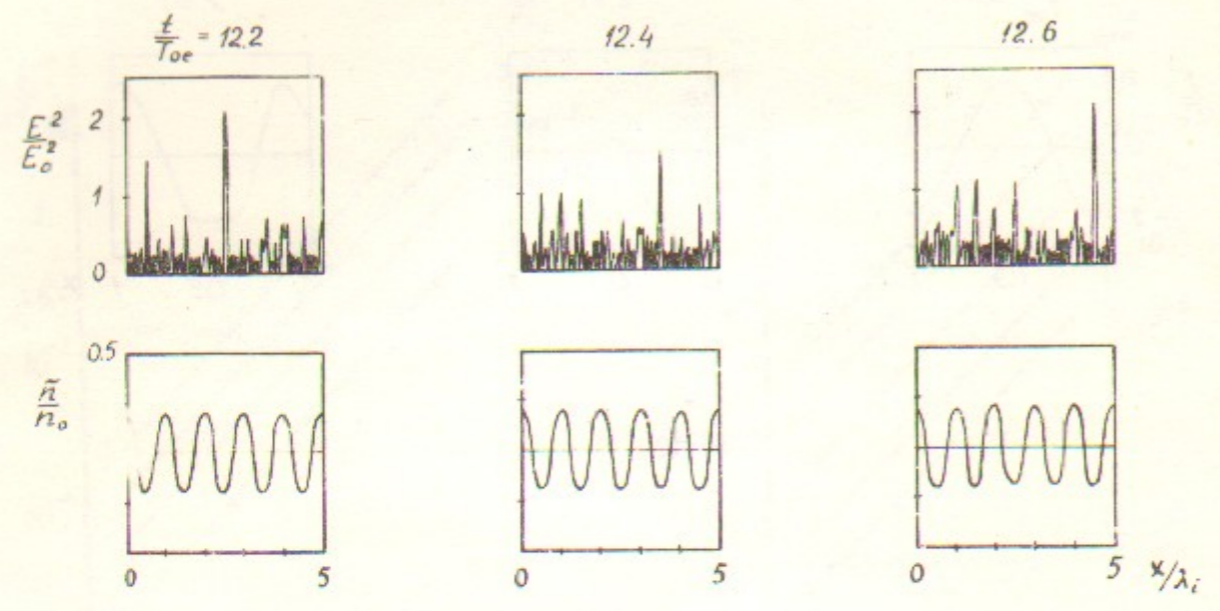


Рис. 7

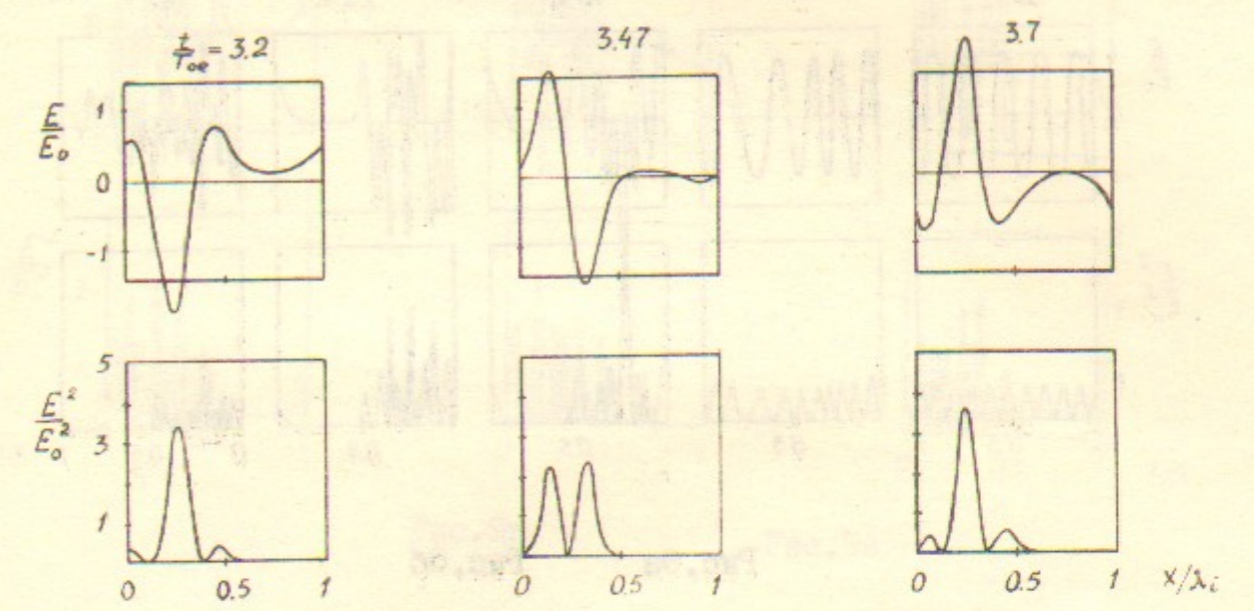


Рис. 8а Рис. 8б

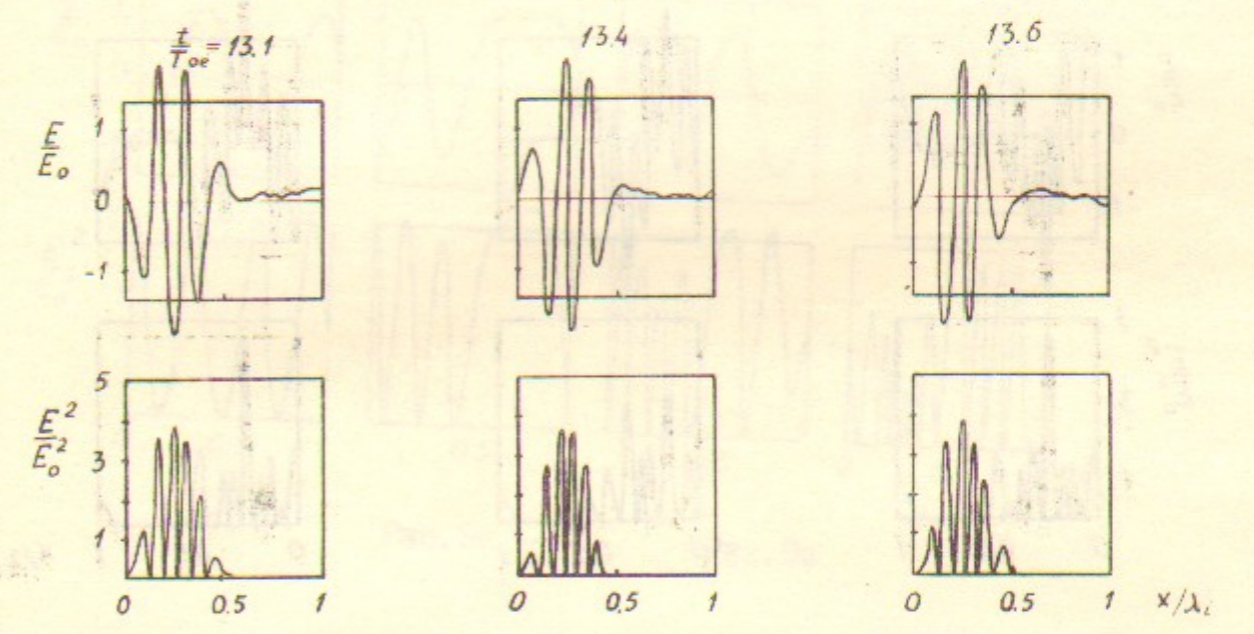


Рис. 8в Рис. 8г

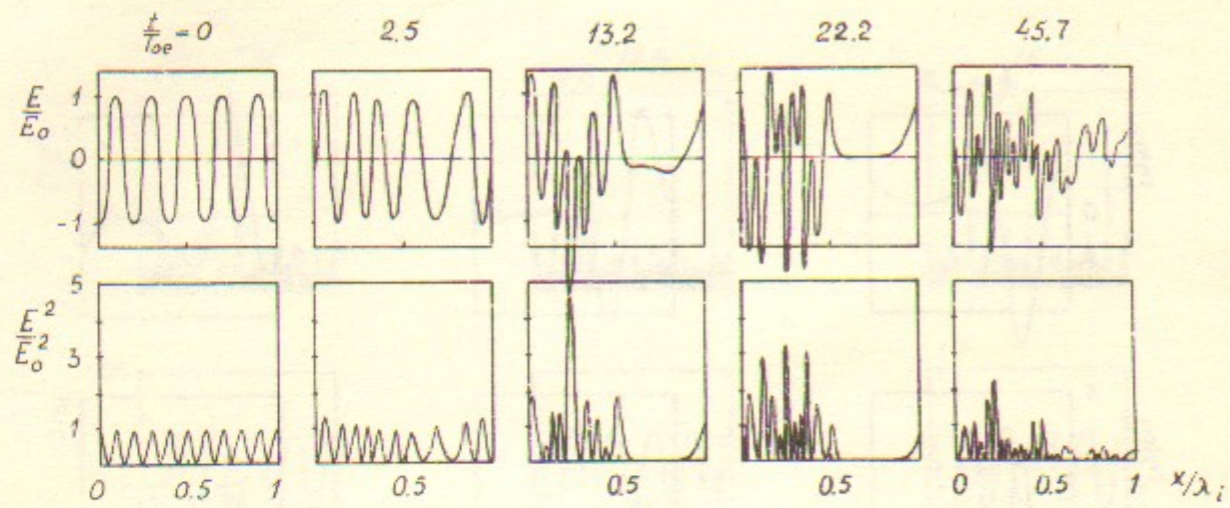


Рис. 9а

Рис. 9б

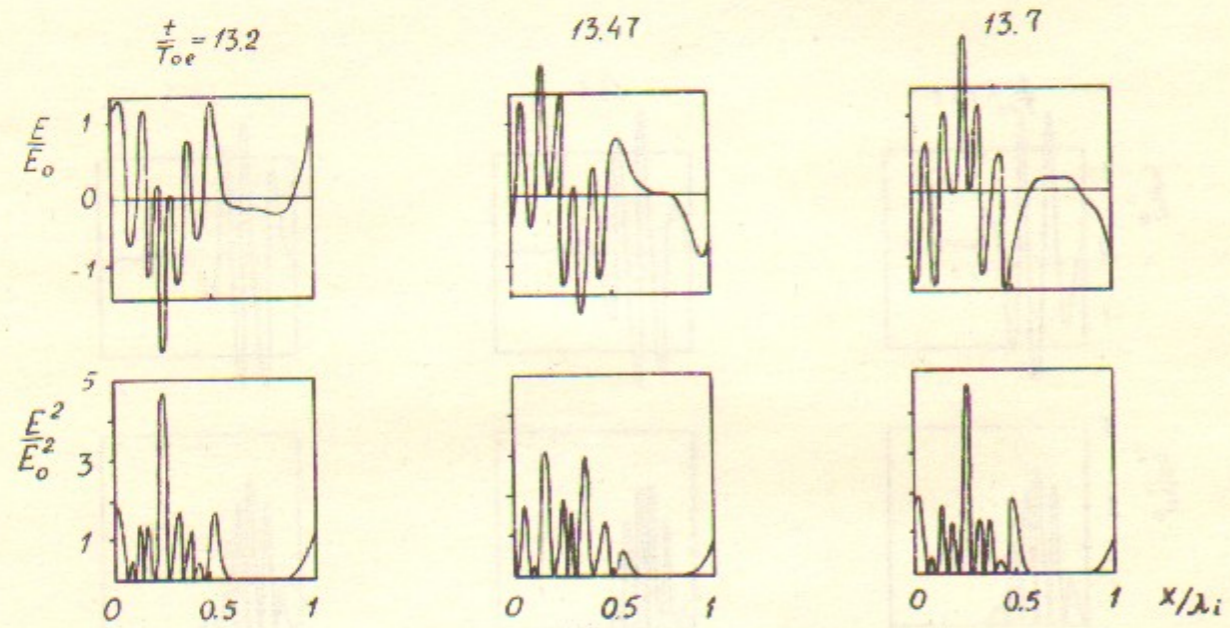


Рис. 9в

Рис. 9г

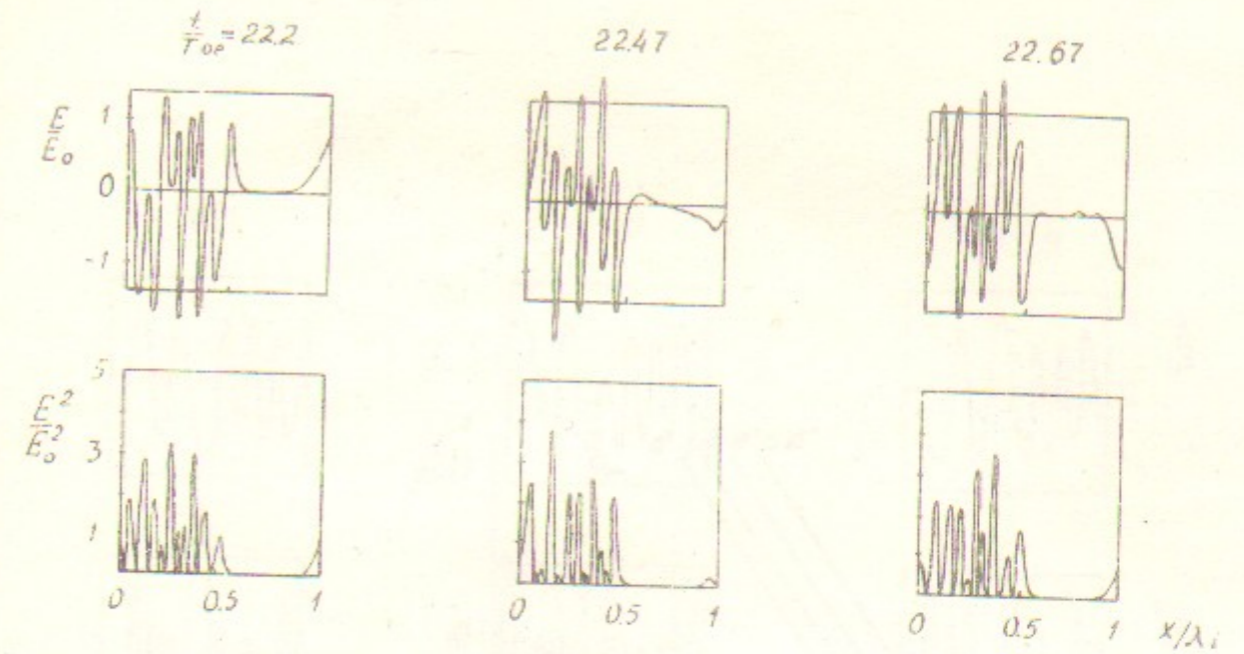


Рис. 9д

Рис. 9е

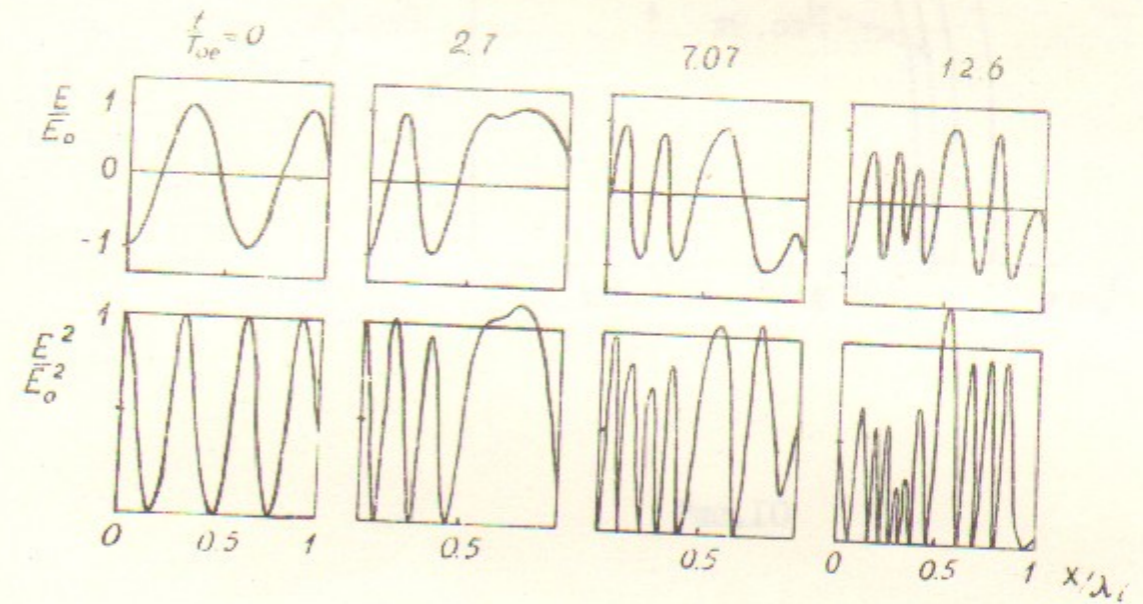


Рис. 9ж

Рис. 9з

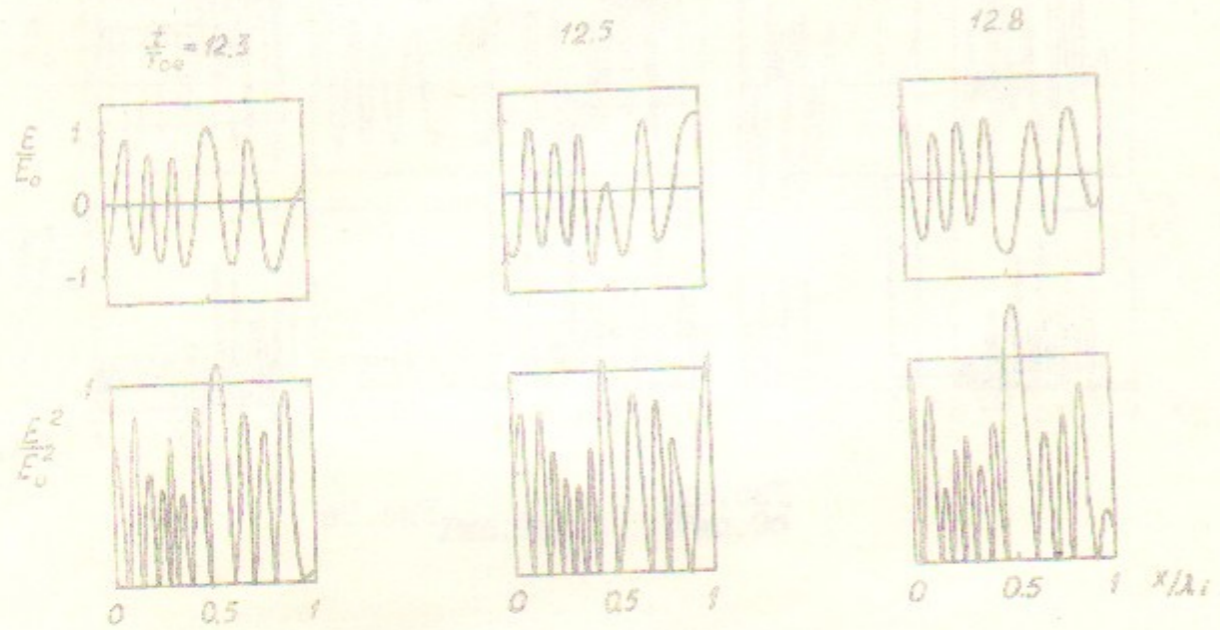


Рис. 9ж

Рис. 9к

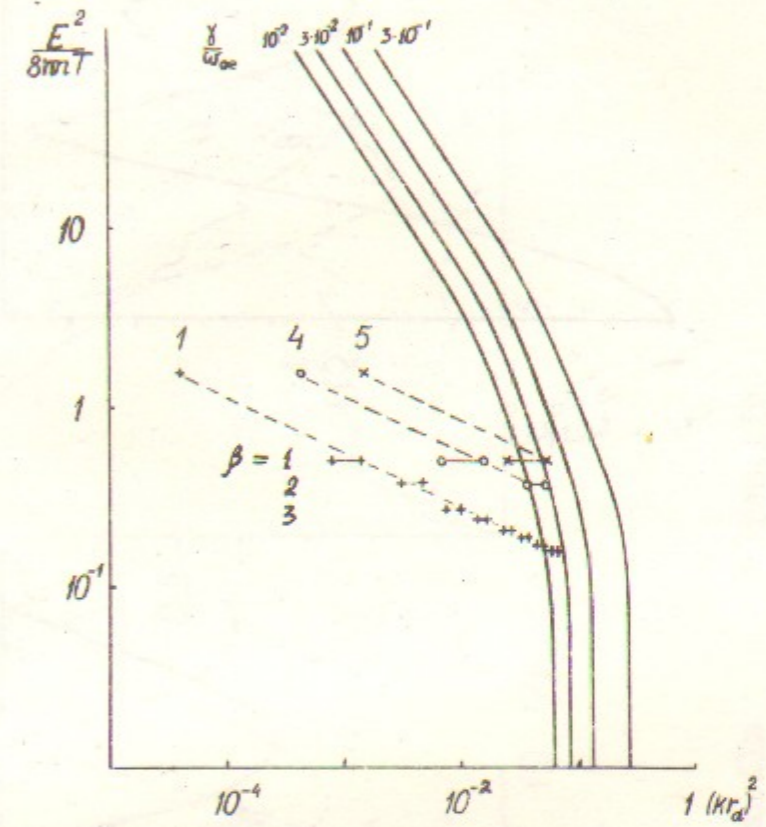


Рис. 10

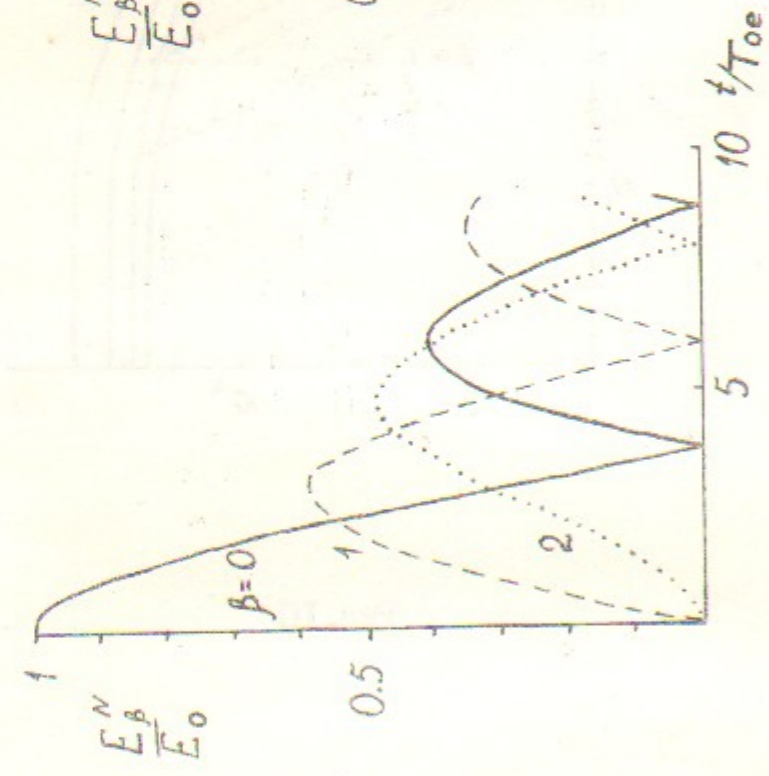


Рис. IIa

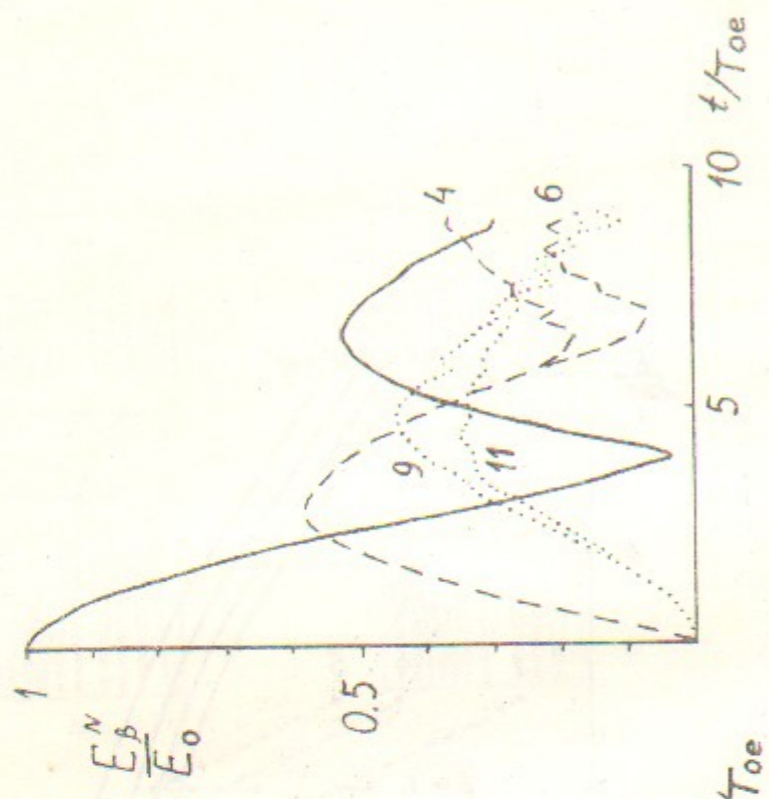


Рис. IIб

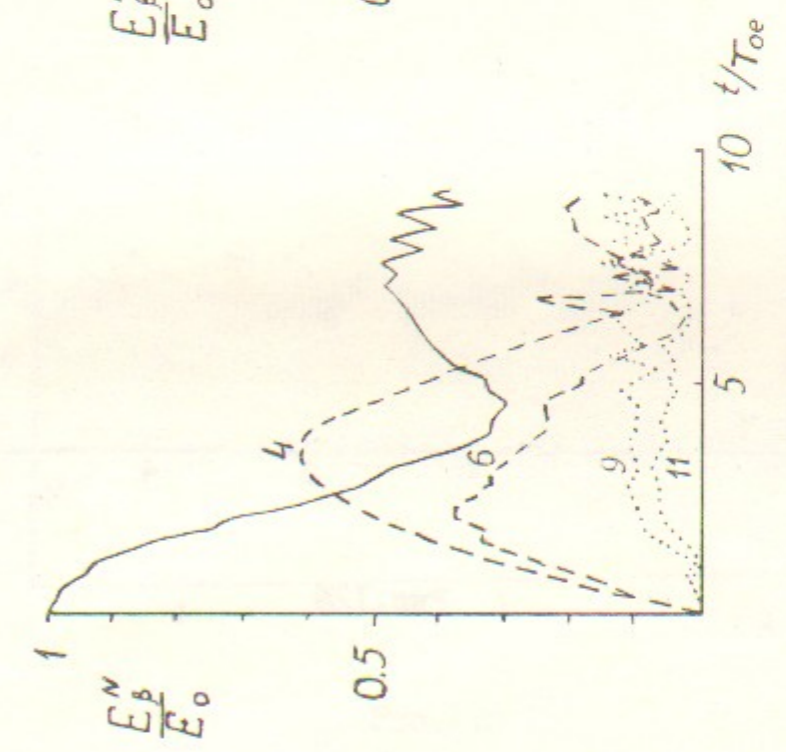


Рис. IIв

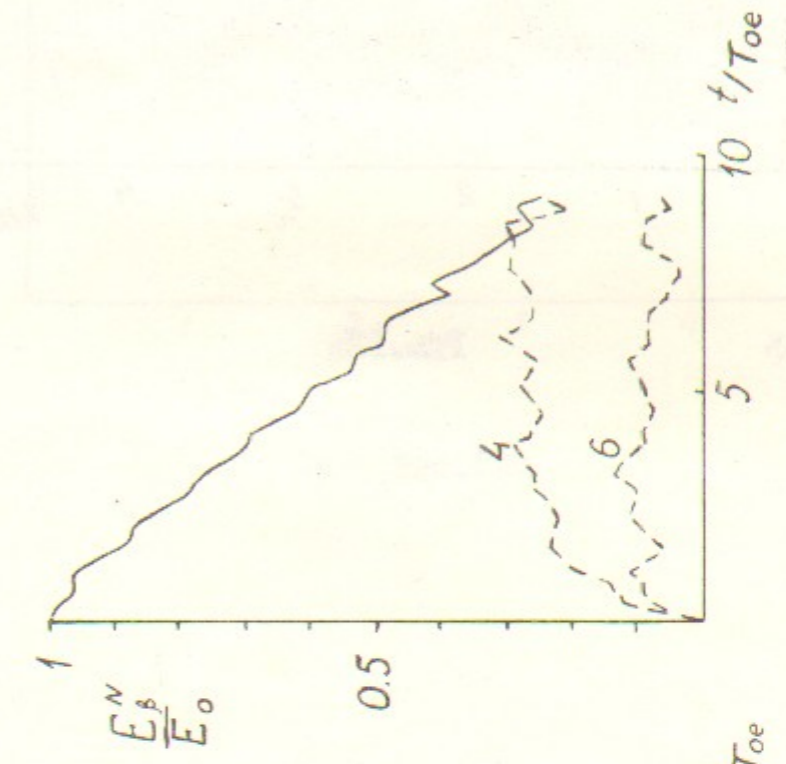


Рис. IIг

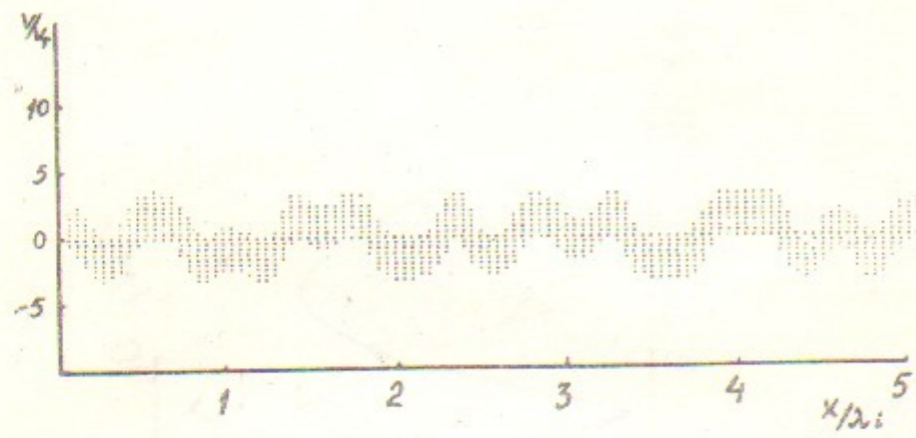


Рис. 12а

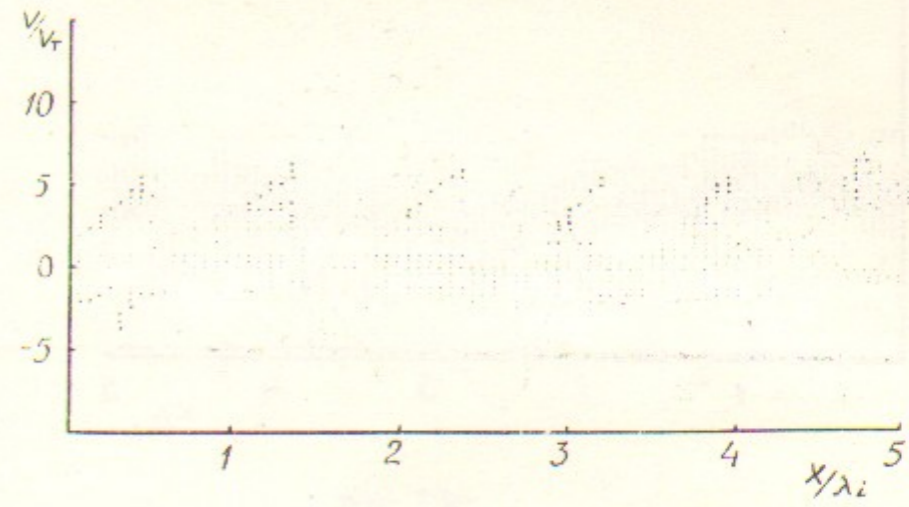


Рис. 12в

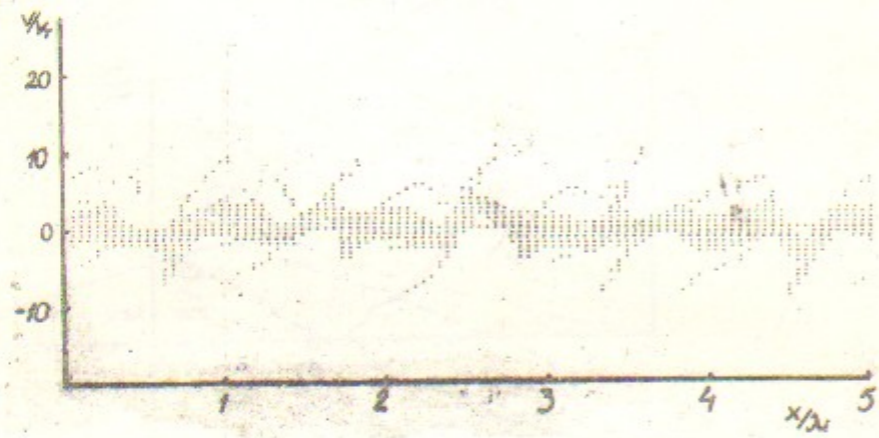


Рис. 12г

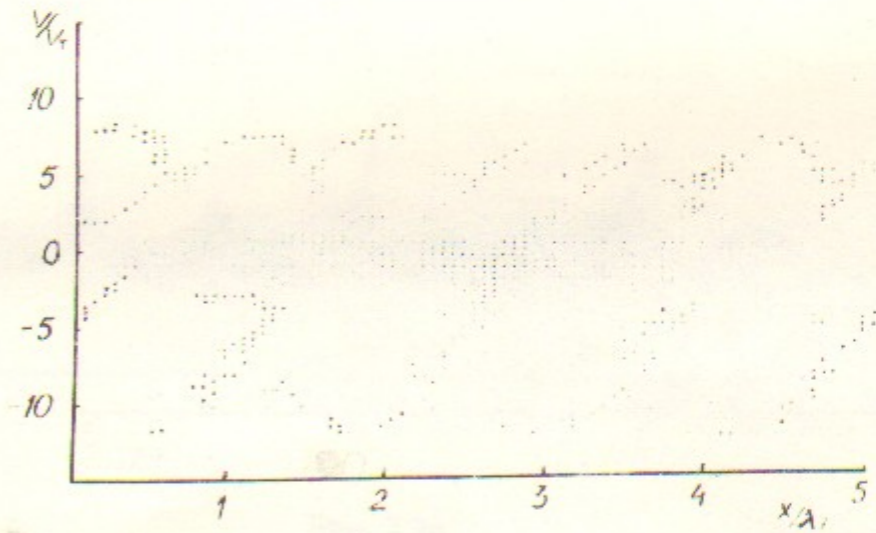


Рис. 12р

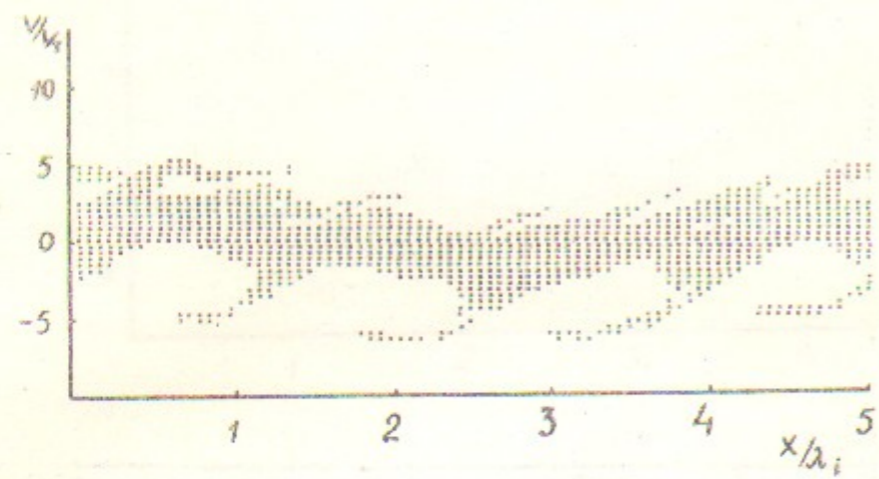


Рис. 12д

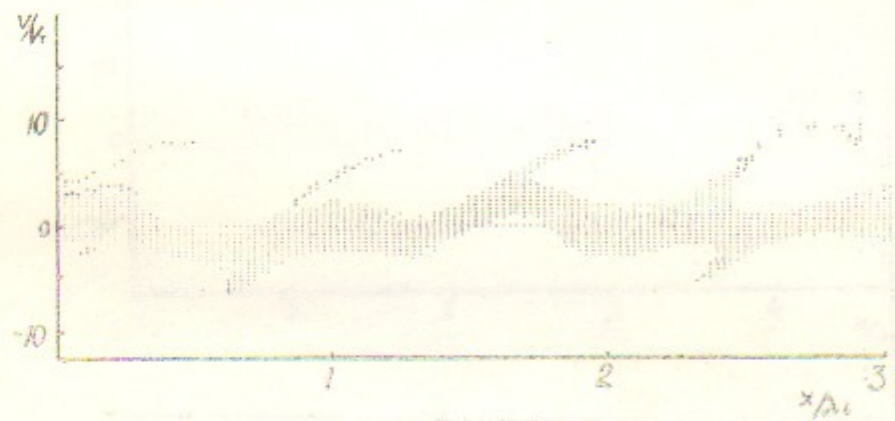


Рис. 13а

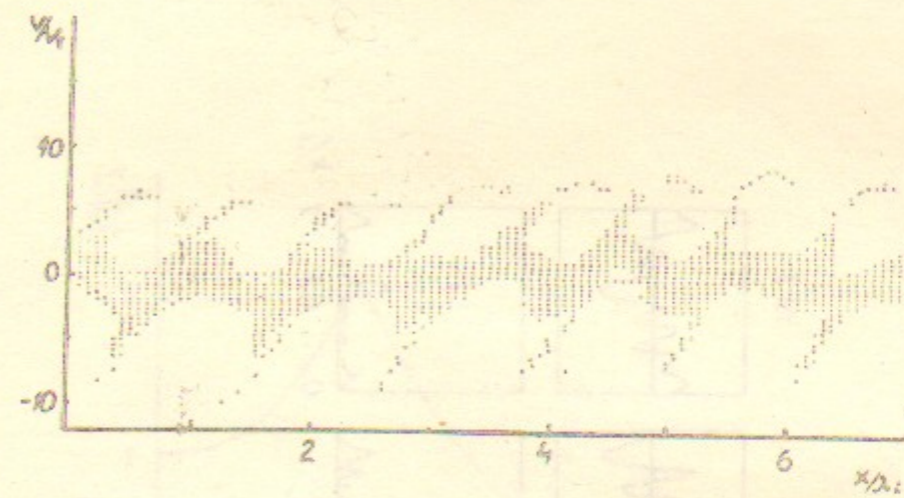


Рис. 13б

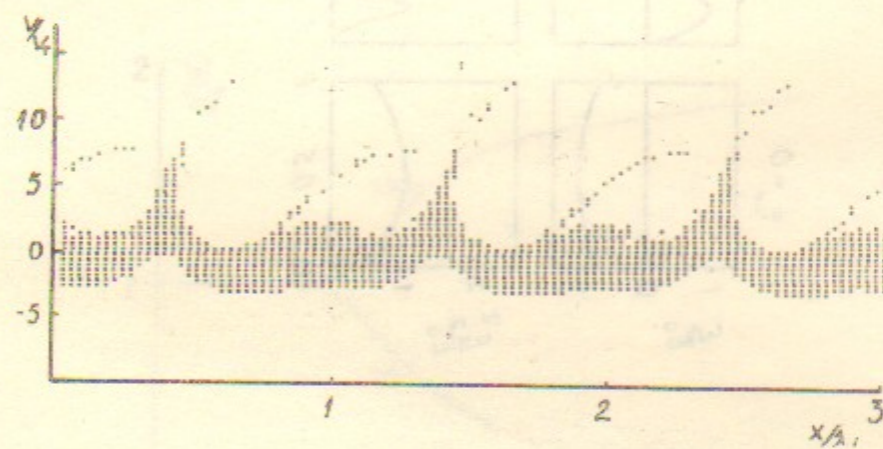


Рис. 13в

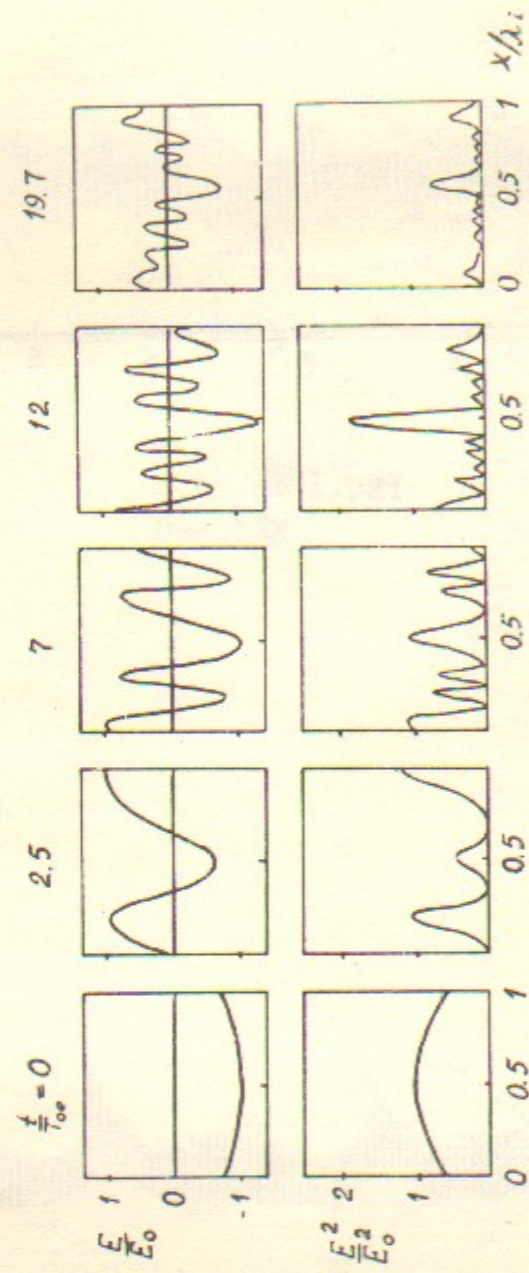


Рис. 14а

Рис. 14б

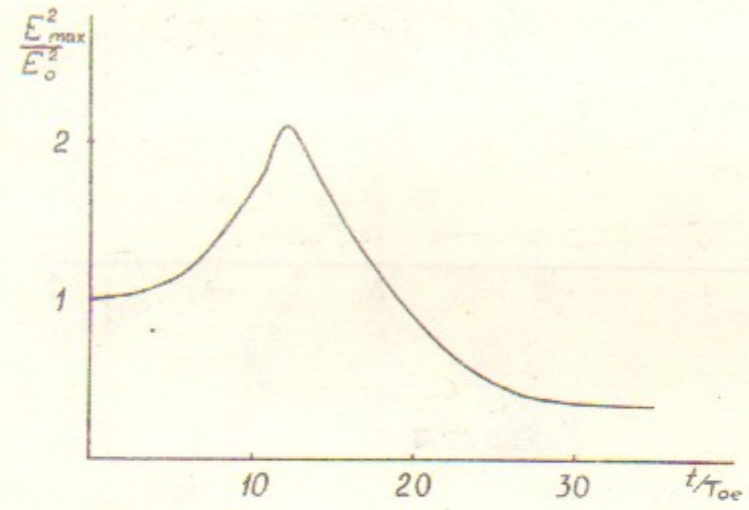


Рис. 15

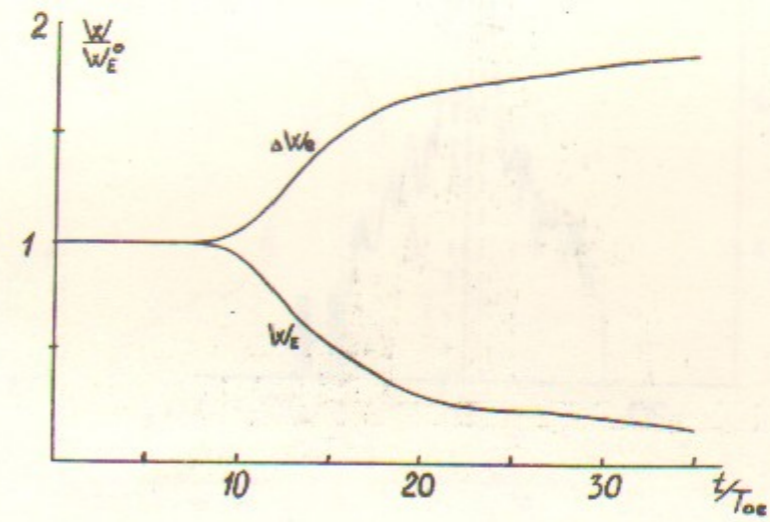


Рис. 16

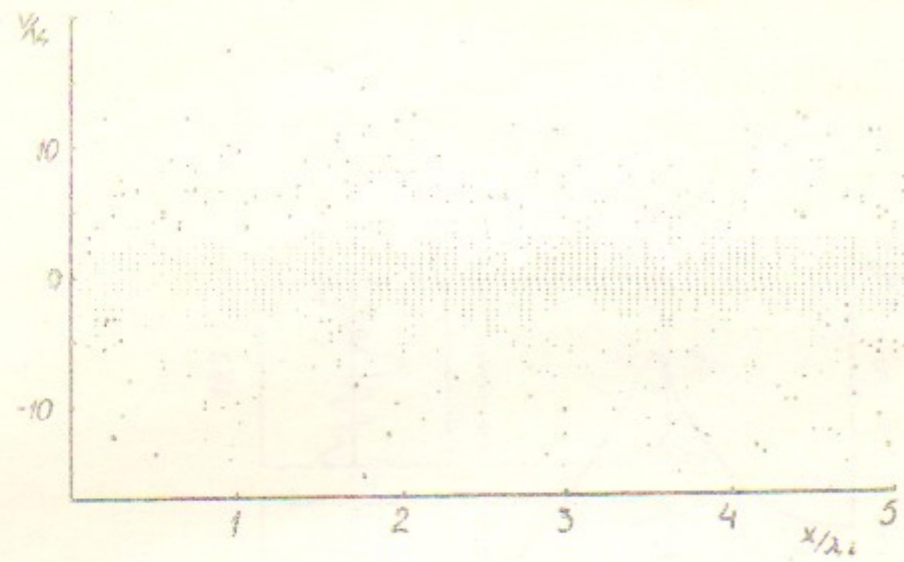


Рис. 17а

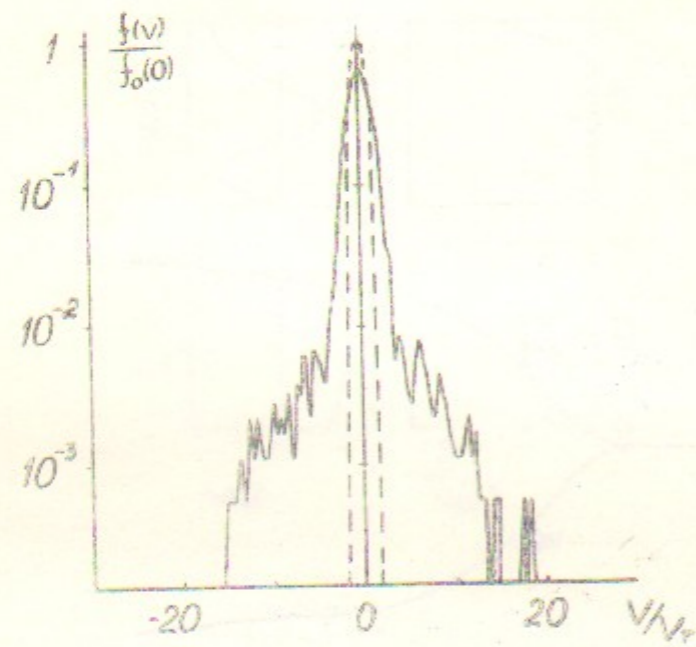


Рис. 17б

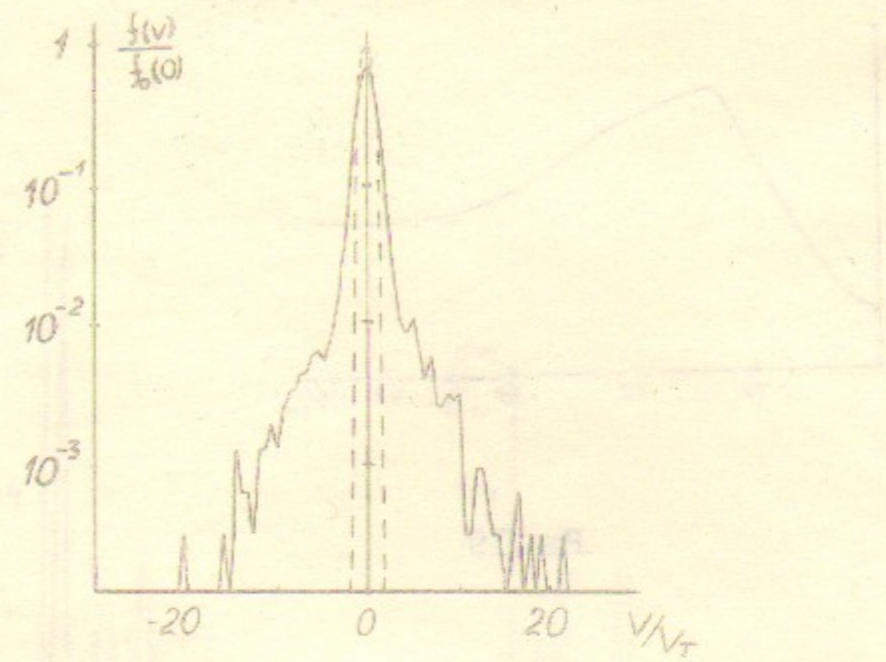


Рис. 18а

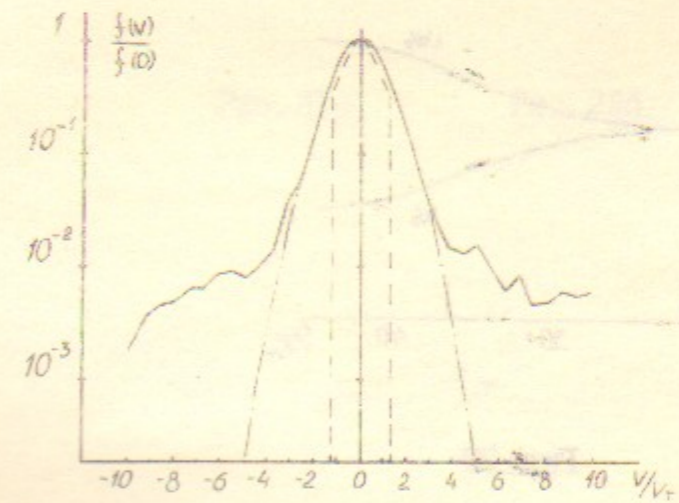


Рис. 18б

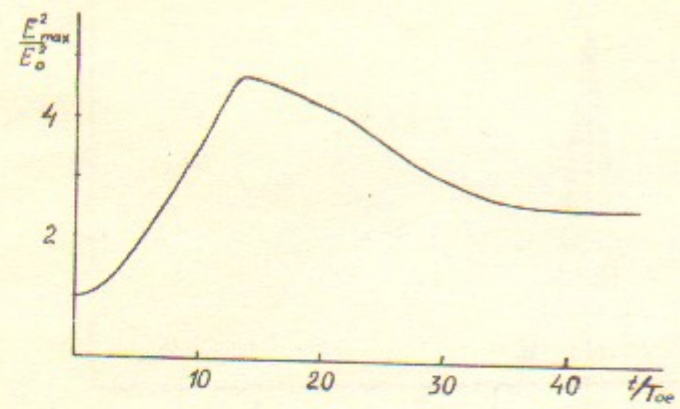


Рис. 19

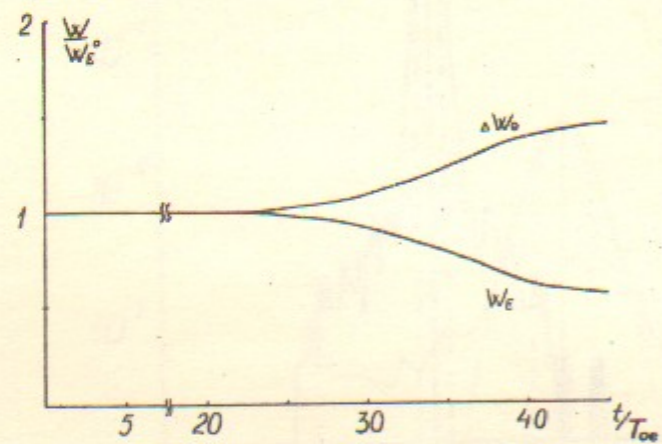


Рис. 20

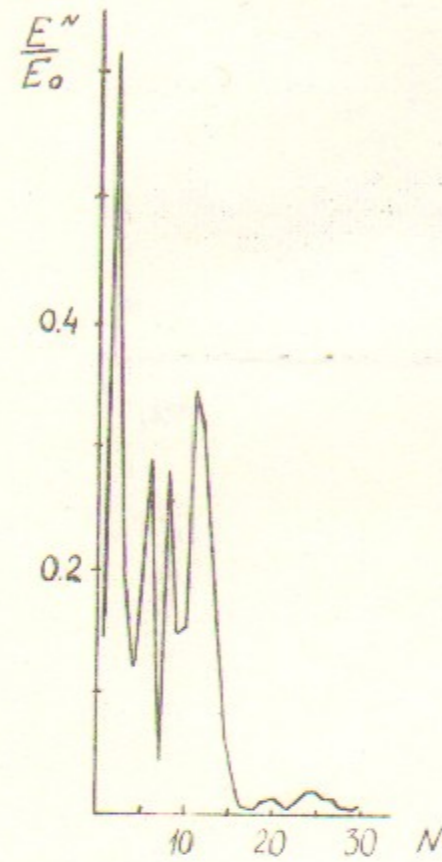


Рис. 21а

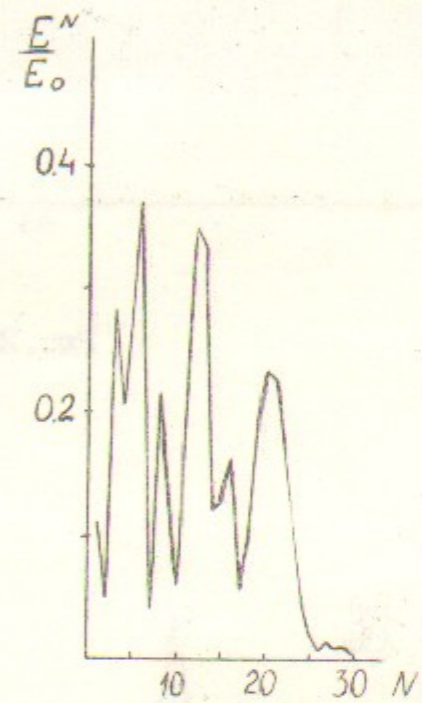


Рис. 21б

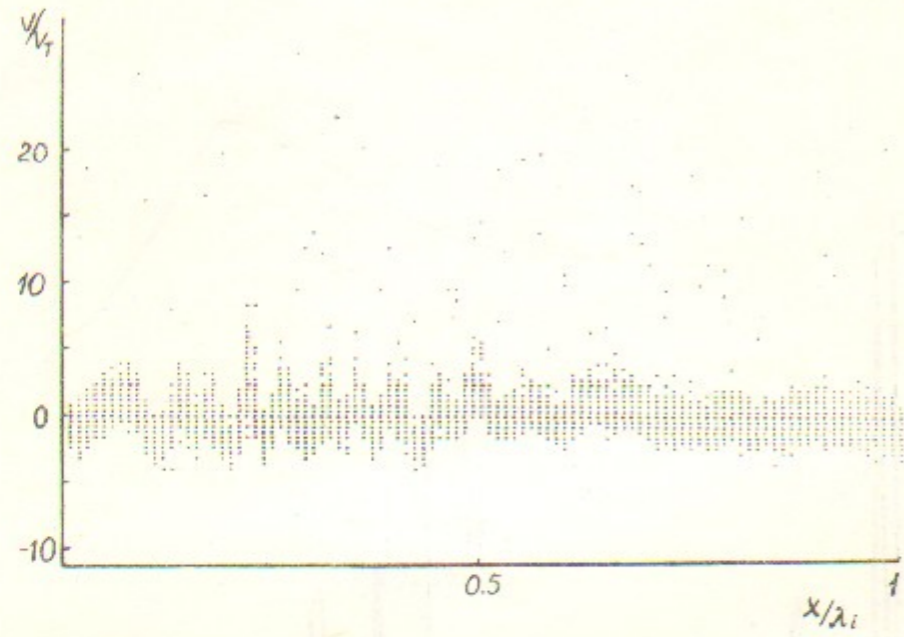


Рис. 22

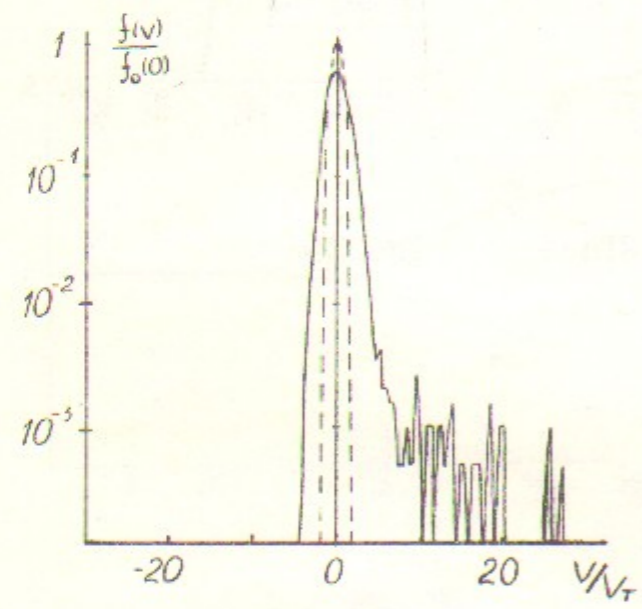


Рис. 23