

Физика плазмы 28
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ АН СССР
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

В.П.Жданов

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ В
ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЕ

ПРЕПРИНТ 80-110



Новосибирск

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ
ПЛАЗМЕ

В.П.Жданов

ELEMENTARY PROCESSES IN HIGH - TEMPERATURE
PLASMA

V.P. ZHDANOV

Institute of Nuclear Physics,
Novosibirsk, 630090, USSR

Abstract

Electronic ionization. Three - body col -
lisional recombination. Electronic excita -
tion. N_e - dependent dielectronic recombi -
nation. Radiative recombination. Brems -
strahlung. Corona model. Ionization balance.
Radiation power due to impurities. Lawson
criteria. Charge exchange $H + H^+$. Charge
exchange $H + A^Z$. Fusion reaction.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
1. Введение _____	3
2. Ионизация ионов электронами _____	4
3. Тройная рекомбинация _____	9
4. Возбуждение ионов электронами _____	11
5. Диэлектронная рекомбинация _____	19
6. Фоторекомбинация _____	24
7. Тормозное излучение _____	28
8. Корональная модель. Распределение по степеням ионизации _____	33
9. Потери энергии на излучение. Критерий Лоусона с учетом примесей _____	35
10. Резонансная перезарядка _____	37
11. Перезарядка на многозарядный ион _____	39
12. Зависимость скоростей ядерных реакций синтеза от температуры _____	41
13. Заключение _____	43
Литература _____	44
Таблицы _____	46
Рисунки _____	49

1. Введение

Высокотемпературная плазма содержит полностью ионизованные ионы легких элементов и частично ионизованные многозарядные ионы тяжелых элементов. Для описания такой системы необходима информация о сечениях ионизации, возбуждения, рекомбинации и тормозного излучения при столкновениях электронов с многозарядными ионами. Для экспериментов с инжекцией пучков атомов водорода и некоторых других приложений необходима информация о перезарядке и ионизации при столкновениях атомов водорода с протонами и многозарядными ионами. Этот ограниченный и, можно сказать, классический круг элементарных процессов в настоящее время по-прежнему является предметом многочисленных исследований фундаментального и прикладного характера. За последнее десятилетие в этой области был достигнут значительный прогресс, как в понимании механизмов явлений (например, оказалось, что практически во все процессы заметный, а иногда и определяющий вклад дают автоионизационные состояния), так и в количественном описании.

С утилитарной точки зрения информация о скоростях элементарных процессов необходима в основном для двух задач. Первая задача связана с расчетами потерь энергии на излучение при столкновениях электронов с многозарядными примесями ионами. Вторая задача — спектроскопическая диагностика плазмы. Ясно, что обе эти проблемы тесно связаны друг с другом, но предъявляют различные требования к точности описания скоростей рассматриваемых явлений. Для расчетов потерь энергии на излучение приемлемой можно считать, по-видимому, точность лучше или порядка 50%. Поэтому в расчетах такого типа часто используют аналитические формулы для скоростей элементарных процессов. Спектроскопическая диагностика предъявляет значительно более высокие требования к точности, поэтому здесь основное значение имеют численные расчеты. Основное внимание при этом уделяется ионам с небольшим числом электронов [14], для которых имеется надежная информация о строении уровней, волновых

функциях и, следовательно, о скоростях элементарных процессов.

Экспериментальное изучение рассматриваемых явлений осложнено трудностью получения пучков многозарядных ионов нужной интенсивности. Поэтому теория в этой области играет решающую роль. В связи с этим следует отметить, что процессы с участием многозарядных ионов удобны для теоретического анализа. Различные варианты теории возмущений способны дать точную информацию о сечениях. Например, мерой неточности теории возмущений в наиболее интересной области энергий вблизи порога ионизации или возбуждения является отношение энергии парного межэлектронного взаимодействия $\sim e^2/\lambda$ (e — заряд электрона, λ — характерный размер волновой функции) к энергии взаимодействия электрона со средним полем иона $\sim e^2 z/\lambda$ (z — заряд иона), т.е. $\sim 1/z \ll 1$.

В данной работе дается представление о механизмах элементарных процессов, приводятся аналитические формулы и универсальные численные результаты, используемые обычно для расчетов потерь энергии на излучение, собраны результаты расчетов потерь энергии на излучение электронов при столкновениях с многозарядными ионами. Целесообразность данной работы обусловлена тем, что информация (особенно последних лет) о скоростях элементарных процессов в значительной степени рассеяна по оригинальным работам. Наиболее подробно многие вопросы обсуждаются в фундаментальных книгах Вайнштейна, Собельмана и Юкова [1,2].

Везде, где особо не отмечено используется атомная система единиц $e^2 = \hbar = m = 1$ (m — масса электрона). Напомним, что атомная единица длины $a_0 = 5,29 \cdot 10^{-9}$ см, скорости $v_0 = 2,19 \cdot 10^8$ см/сек, энергии — $2 Ry = 27,2$ эВ, скорость света в атомных единицах $c = 137$.

2. ИОНИЗАЦИЯ ИОНОВ ЭЛЕКТРОНАМИ

В процессе прямой ионизации налетающий электрон передает энергию, превышающую потенциал ионизации, связанному

электрону. Многие закономерности прямой ионизации можно понять, используя простейшую классическую модель Томсона. Успех классических формул является следствием совпадения квантового и классического сечений рассеяния в кулоновском поле. Дифференциальное сечение передачи энергии при столкновении двух электронов, один из которых первоначально покоился (связанный электрон), имеет вид

$$d\delta/d\varepsilon = \pi / E \varepsilon^2 \quad (2.1)$$

здесь E — энергия налетающего электрона, ε — энергия, переданная первоначально покоившемуся электрону. Ионизация происходит, если переданная энергия превышает потенциал ионизации иона $I \ll \varepsilon \ll E$. Интегрируя дифференциальное сечение (2.1) в этих пределах, получим сечение ионизации

$$\delta_i = \pi (E - I) / E^2 I \quad (2.2)$$

Сечение ионизации обращается в нуль при $E \rightarrow I$, имеет максимум при $E \sim 2I$ и асимптотику $\delta(E) \sim 1/E$ при $E \gg I$.

Суммируя по оболочкам, получим полное сечение ионизации

$$\delta_i = \sum_i n_i \pi (E - I_i) / E^2 I_i \quad (2.3)$$

где n_i и I_i — число электронов и потенциал ионизации данной оболочки.

Домножая формулу (2.3) на скорость налетающего электрона, усредняя с помощью максвелловской функции распределения

$$df/dE = 2\pi^{-1/2} T^{-3/2} \sqrt{E} \exp(-E/T) \quad (2.4)$$

и домножая на поправочный множитель 0,55 (полученный из сравнения с численными расчетами скоростей ионизации водородоподобных ионов), Ситон [31] получил следующую формулу для скорости ионизации ($\beta = I/T$)

$$\langle \delta_i v \rangle \left(\frac{\text{см}^3}{\text{сек}} \right) = \sum_i 4,3 \cdot 10^{-8} n_i \left(\frac{Ry}{I_i} \right)^{3/2} \beta_i^{-1/2} \exp(-\beta_i) \quad (2.5)$$

Формула справедлива, если $\beta \geq 1$.

В практических расчетах широко используется несколько более точная формула, полученная Лотцем [28] на основании борновской зависимости сечения ионизации от энергии $\sim \frac{\ln(E/I)}{E}$

$$\langle \delta_i v \rangle \left(\frac{\text{см}^3}{\text{сек}} \right) = \sum_i 6,0 \cdot 10^{-8} n_i \left(\frac{Ry}{I_i} \right)^{3/2} \beta^{1/2} \Phi(\beta) \quad (2.6)$$

где $\Phi(\beta)$ — интегральная показательная функция

$$\Phi(\beta) = \int_{\beta}^{\infty} \frac{1}{x} \exp(-x) dx$$

Формула (2.6) отличается от формулы (2.5) множителем

$$\Psi(\beta) = 1,40 \beta \Phi(\beta)$$

β	0,25	0,5	1	2	4	8
$\Psi(\beta)$	0,47	0,64	0,83	1,01	1,15	1,25

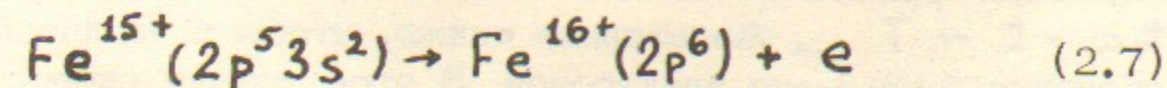
Формулы, существенно не отличающиеся от (2.5) и (2.6), были получены в ряде других работ [13,22].

Иногда представляет интерес спектр освобожденных при ионизации электронов. Если температура или средняя энергия налетающих электронов заметно превышает потенциал ионизации, то освобождающиеся электроны имеют в основном энергию меньше или порядка I . Например, формула (2.1) в этом случае дает функцию распределения освобожденных электронов $df/d\varepsilon' \sim 1/(I+\varepsilon')^2$, где ε' — энергия освобожденных электронов после ионизации. Если $T \ll I$, то ионизация в основном происходит электронами, имеющими энергию близкую к потенциалу ионизации, и после ионизации оба электрона имеют энергию $\sim T$.

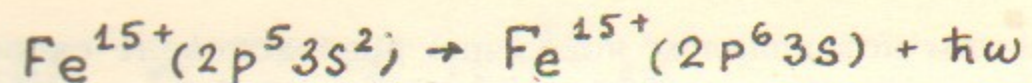
Обсудим относительную роль ионизации из разных оболочек. Из формулы (2.5) видно, что для внутренних оболочек

с большим потенциалом ионизации предэкспонент скорости ионизации меньше, а показатель экспонента больше. Оба эти фактора приводят к тому, что ионизация преимущественно идет путем ионизации из внешней оболочки. В особенности это относится к условиям близким к динамическому равновесию (см. раздел 8), когда температура значительно превышает потенциал ионизации. Ионизация из внутренних оболочек может быть существенна на стадии возникновения плазмы, когда температура или средняя энергия электронов велика, а степень ионизации еще мала. В этом случае экспонента в формуле для скорости ионизации малосущественна, а уменьшение предэкспонента для внутренних оболочек (вследствии увеличения потенциала ионизации) может быть компенсировано большим числом электронов на внутренних оболочках.

Следует отметить, что при ионизации из внутренних оболочек часто образуются автоионизационные (т.е. способные к распаду) состояния. Распад автоионизационных состояний приводит к тому, что при ионизации из внутренних оболочек фактически происходит ионизация не одного, а нескольких электронов. Поэтому для внутренних оболочек в формулы (2.5) и (2.6) следует внести множитель $(1 + n_a)$, где n_a — среднее число электронов, образующихся в результате автоионизации. Рассмотрим, например, ионизацию магние — подобного иона $Fe^{14+}(2p^6 3s^2)$. При ионизации из $2p$ оболочки образуется ион $Fe^{15+}(2p^5 3s^2)$. Энергия перехода $2p^5 3s^2 - 2p^6 3s$ равна примерно 700 эВ и превышает потенциал ионизации из $3s$ оболочки иона $Fe^{15+}(2p^5 3s^2)$, равный 500 эВ. Поэтому один из $3s$ электронов иона $Fe^{15+}(2p^5 3s^2)$ может перейти в $2p$ оболочку, передав энергию другому $3s$ электрону

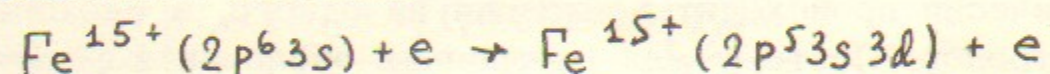


Вероятность автоионизационного распада (2.7) (в атомных единицах ~ 1) обычно значительно превышает вероятность радиационной стабилизации (скорость которой $\sim 1/c^3$).



Поэтому при ионизации из $2p$ оболочки иона Fe^{15+} фактически происходит ионизация двух электронов ($1 + n_a$) = 2. При ионизации из глубоких внутренних оболочек возможен целый каскад автоионизационных распадов. Однако, как уже отмечалось, в условиях близких к равновесию ионизация из внутренних оболочек обычно незначительна вследствие малости $\exp(-I_i/T)$.

Наряду с прямой ионизацией в некоторых случаях может быть существенна ионизация путем возбуждения автоионизационных состояний. Рассмотрим, например, ионизацию натриевого иона железа $Fe^{15+}(2p^6 3s)$. Потенциал ионизации из $3s$ оболочки равен 490 эВ. Энергия возбуждения из заполненной $2p$ оболочки в незаполненную $3d$ оболочку равна 750 эВ. Возбужденное состояние $Fe^{15+}(2p^5 3s 3d)$ является, таким образом, автоионизационным. Ионизация происходит в два этапа. На первом этапе возбуждается автоионизационное состояние



Последующий распад автоионизационного состояния приводит к ионизации



Процесс ионизации путем возбуждения автоионизационного состояния имеет порог, равный энергии возбуждения и превышающий потенциал ионизации из незаполненной оболочки. Поэтому рассмотренный процесс может быть эффективным, если энергия возбуждения не сильно превышает потенциал прямой ионизации из незаполненной оболочки $\hbar\omega - I \sim T$. Желательно также, чтобы в незаполненной оболочке было мало электронов. В этом случае скорость прямой ионизации, которая пропорциональна числу электронов в незаполненной оболочке, ослаблена. А скорость ионизации путем возбуждения автоионизационных состояний усилена, так как вероятность возбуждения из заполненной оболочки в

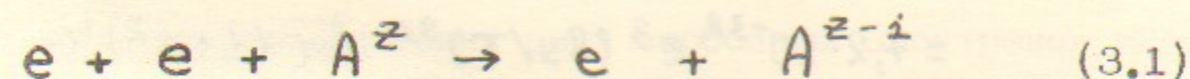
незаполненную пропорциональна числу свободных мест в незаполненной оболочке.

В случае иона Fe^{15+} наиболее эффективно возбуждение из заполненной $2p$ оболочки в пустую $3d$ оболочку. На рис. 1 сравниваются скорости прямой ионизации из $3s$ (пунктирная линия) и $2p$ (штрих-пунктирная линия) оболочек со скоростью ионизации путем возбуждения ($2p \rightarrow 3d$) автоионизационного состояния (сплошная линия). Константа прямой ионизации вычислялась по формуле Ситона. Константа возбуждения $2p \rightarrow 3d$ вычислялась в борн-кулоновском приближении с использованием параметров, приведенных в [2]. Видно, что ионизация путем возбуждения автоионизационных состояний в этом случае дает основной вклад в скорость ионизации в области температур, где существует ион Fe^{15+} . Максимальная концентрация иона Fe^{15+} достигается (см. раздел 8) при $T = 200-300$ эВ.

Такое соотношение между скоростями прямой ионизации и ионизации путем возбуждения автоионизационных состояний реализуется, разумеется, не всегда. Тем не менее следует подчеркнуть, что эффективность ионизации путем возбуждения автоионизационных состояний имеет тот же порядок, что и эффективность прямой ионизации. Поэтому ионизацию путем возбуждения автоионизационных состояний следует учитывать при расчетах распределения по степеням ионизации ионов в высокотемпературной плазме.

3. ТРОЙНАЯ РЕКОМБИНАЦИЯ

Тройная рекомбинация - процесс обратный ионизации



Согласно принципу детального равновесия, константа ионизации с данного уровня связана с константой рекомбинации α на этот уровень соотношением

$$g_{z-1} \langle \delta_i v \rangle \exp\left(\frac{I_{z-1}}{T}\right) = 2 \left(\frac{mT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} g_z \alpha \quad (3.2)$$

где g_z и g_{z-1} — статистические веса состояний иона до и после рекомбинации, I_{z-1} — потенциал ионизации уровня на который произошла рекомбинация. В частности, если в формулу (3.2) поставить константу ионизации из основного состояния иона, то формула (3.2) даст оценку снизу константы рекомбинации. Фактически тройная рекомбинация происходит обычно в основном через сильновозбужденные состояния.

Число столкновений электронов в единице объема равно $\delta_k v_T N_e^2$, где $\delta_k \sim 1/T^2$ — кулоновское сечение упругого рассеяния, $v_T \sim \sqrt{T}$ — тепловая скорость электронов. Рекомбинация происходит, если электроны сталкиваются вблизи иона, на расстоянии, где потенциал иона z/r порядка температуры электронов, т.е. $r \sim z/T$. Вероятность этого равна $\sim N_z r^3$, где N_z — концентрация ионов. Следовательно, в единице объема происходит $\sim \delta_k v_T N_e^2 N_z r^3$ актов рекомбинации. Отсюда получим оценку коэффициента тройной рекомбинации

$$\alpha \sim \delta_k v_T r^3 \sim z^3 / T^{9/2}$$

Точно коэффициент тройной рекомбинации был вычислен Гуревичем и Питаевским [7]

$$\alpha \left(\frac{\text{см}^6}{\text{сек}}\right) = \frac{4\sqrt{2} \pi^{3/2} e^{10} z^3 \ln(1+z^2)^{1/2}}{9 m^{1/2} (T)^{9/2}} = 7,2 \cdot 10^{-32} z^3 (Ry/T)^{9/2} \ln(1+z^2)^{1/2} \quad (3.3)$$

Формула (3.3) получена для случая, когда потенциал иона заметно превышает температуру электронов.

4. ВОЗБУЖДЕНИЕ ИОНОВ ЭЛЕКТРОНАМИ

Как и в случае ионизации, полуклассическое рассмотрение позволяет получить некоторые закономерности возбуждения ионов электронами. Будем считать, что возбуждение уровня с энергией ϵ_n (ϵ_n отсчитывается от энергии основного состояния) происходит, если налетающий электрон передает связанному электрону энергию $\epsilon_n \leq \epsilon \leq \epsilon_{n+1}$. Интегрируя выражение (2.1) в этих пределах, получим сечение возбуждения

$$\delta_n \sim \frac{\pi}{E_1} \frac{\epsilon_{n+1} - \epsilon_n}{\epsilon_n \epsilon_{n+1}} \quad (4.1)$$

где E_1 — начальная энергия электрона. Сечение возбуждения ионов, конечно, в пороге и имеет асимптотику $\delta(E_1) \sim 1/E_1$ при $E_1 \gg \epsilon_n$. В случае возбуждения сильно возбужденных уровней ($\epsilon_n \approx I - z^2/2n^2$) получим

$$\delta_n \sim \frac{\pi z^2}{E_1 I^2 n^3}, \quad \frac{z^2}{2n^2} \ll I \quad (4.2)$$

Формула (4.1) описывает прямое возбуждение. Если конечное состояние имеет спин отличный от спина начального состояния (например, возбуждение $1s^2 \ ^1S - 1s 2p \ ^3P$ перехода в гелиоподобных ионах), то возбуждение происходит обменным путем. Налетающий электрон переходит в связанное состояние, а один из связанных электронов переходит в непрерывный спектр. В этом случае налетающий электрон должен передать связанному электрону энергию

$$E_1 + I - \epsilon_{n+1} < \epsilon < E_1 + I - \epsilon_n \quad (4.3)$$

При упругом столкновении двух свободных электронов передать энергию (4.3), превышающую начальную энергию электрона, невозможно. Тем не менее, по-прежнему, можно использовать формулу (2.1), предполагая в этом случае, что в E включена не только начальная энергия налетающего электрона, но и энергия, набранная электроном в поле иона. Интегрируя выражение (2.1) в пределах (4.3), получим

$$\delta_{of} \sim \frac{\pi (\epsilon_{n+1} - \epsilon_n)}{\epsilon_1 (\epsilon_1 + I - \epsilon_n) (\epsilon_1 + I - \epsilon_{n+1})} \quad (4.4)$$

Сравнивая (4.4) и (4.1) видим, что даже в пороге обменное сечение возбуждения при прочих равных условиях обычно мало по сравнению с прямым сечением возбуждения. Сечения (4.4) и (4.1) сравнимы в пороге, если энергия возбуждения порядка потенциала ионизации. Такая ситуация реализуется в гелиеподобных ионах, при возбуждении которых обменный канал дает вблизи порога хотя и не преобладающий, но заметный вклад в сечение возбуждения (см. рис. 2). С увеличением энергии обменное сечение возбуждения очень быстро $\delta_{of}(\epsilon_1) \sim 1/\epsilon_1^3$ убывает.

При описании возбуждения переходов без изменения спина в полную амплитуду возбуждения наряду с амплитудой прямого возбуждения входит и амплитуда обменного возбуждения. Однако, как уже было сказано, роль обменного возбуждения обычно не велика, и при расчетах потерь энергии на излучение в сечениях возбуждения обменный вклад обычно не учитывают.

Приведенные формулы (4.1)–(4.4), разумеется, самым грубым образом описывают возбуждение ионов электронами. Количественное описание основано на теории возмущений, в рамках которой сечение прямого возбуждения имеет вид

$$\delta(f_0 \rightarrow f) = \frac{2\pi v_2}{g(f_0)} \sum_{f_0, f} \int |\langle \Psi_{f_0}(r_1) F_{v_1}(r_2) | \frac{1}{r_{12}} | \Psi_f(r_1) F_{v_2}(r_2) \rangle|^2 d\theta \quad (4.5)$$

где f_0 и f – квантовые числа основного и возбужденного состояния, $g(f_0)$ – статистический вес основного состояния, v_1 и v_2 – скорость электрона до и после столкновения, F_{v_2} – функция налетающего электрона, нормированная на единичную плотность потока $F_{v_1} \xrightarrow{r_2 \rightarrow \infty} \frac{1}{v_1} \exp(i\vec{v}_1 \vec{r}_2)$; F_{v_2} – волновая функция электрона рассеянного в элемент телесного угла $d\theta$, $F_{v_2} \xrightarrow{r_2 \rightarrow \infty} (2\pi)^{-3/2} \exp(i\vec{v}_2 \vec{r}_2)$.

В борновском приближении в качестве функций F_v используют плоские волны. В борн-кулоновском приближении –

функции, описывающие рассеянии в кулоновском поле с зарядом Z . Получить аналитические выражения по формуле (4.5) обычно не удастся, поэтому результаты численных расчетов табулируют, или представляют в виде несложных аналитических формул, содержащих достаточное число свободных параметров, которые подбирают путем сравнения с численными расчетами. Константы возбуждения многих переходов от водородоподобных до неоноподобных ионов, вычисленные в борн-кулоновском приближении с “нормировкой” (о “нормировке” смотри далее), табулированы в [2].

Для описания возбуждения дипольно разрешенных переходов широко используется (при отсутствии более точных расчетов) бете-борн-кулоновское приближение, состоящее в учете лишь первого, дипольного члена разложения межэлектронного взаимодействия по обратным степеням расстояния до ядра налетающего электрона

$$\frac{1}{r_{12}} = \frac{\vec{r}_1 \vec{r}_2}{r_2^3} \quad (4.6)$$

Факторизация межэлектронного взаимодействия (4.6) (т.е. распад на множители зависящие отдельно от первого и второго электрона) позволяет получить простое аналитическое выражение для сечения возбуждения. Матричный элемент от \vec{r}_1 по определению есть дипольный момент перехода. Матричный элемент от \vec{r}_2/r_2^3 зависит лишь от двух параметров Z/v_1 и Z/v_2 и совпадает с матричным элементом, описывающим тормозное излучение. Поэтому формула (4.5) при учете (4.6) имеет вид

$$\delta(f_0 \rightarrow f) = \frac{4\pi^2 f_{f_0, f}}{v_1^2 v_2^2 \omega} g\left(\frac{Z}{v_1}, \frac{Z}{v_2}\right) \quad (4.7)$$

где ω – энергия перехода, $g\left(\frac{Z}{v_1}, \frac{Z}{v_2}\right) \approx 1$ – гаунт-фактор (см. раздел (7)), сила осциллятора для перехода $f_0 \rightarrow f$ определяется выражением

$$f_{f_0, f} = \frac{2\omega}{3g(f_0)} \sum_{f_0, f} \int |\langle \Psi_{f_0}(r_1) | \vec{r}_1 | \Psi_f(r_1) \rangle|^2 \quad (4.8)$$

Если от кулоновских волновых функций F_ν перейти к парциальным волнам, описывающим рассеяние электрона с определенным моментом ℓ , то формулу (4.7) можно представить в виде

$$\sigma(\delta_0 \rightarrow \delta) = \frac{\pi}{v_1^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) P_\ell \quad (4.9)$$

$$P_\ell = \frac{f_{\delta_0 \delta}^2 2\pi^2}{\omega(2\ell+1)} \sum_{\ell'=\ell \pm 1}^{\ell_{\max}} \langle R_{v_1^2/2z^2, \ell'} | \frac{1}{r_2^2} | R_{v_2^2/2z^2, \ell} \rangle^2 \quad (4.10)$$

здесь $R_{v^2/2z^2, \ell}$ — нормированные на энергию радиальные волновые функции, описывающие рассеяние электрона с энергией $v^2/2z^2$ в поле Кулона с единичным зарядом.

Дипольное разложение (4.6) справедливо, если в сечении (4.9) дает вклад много моментов. Можно показать, что вблизи порога много моментов дает вклад в сечение возбуждения, если выполняется условие $\sqrt{2\omega}/z \ll 1$. Это условие выполняется при возбуждении переходов без изменения главного квантового числа. Если параметр $\sqrt{2\omega}/z \sim 1$, то формула (4.7) обычно несколько завышает сечение возбуждения, поэтому часто формулу (4.7) домножают на полуэмпирический коэффициент. В частности, в работе [18] предлагается использовать вместо истинного гаунт-фактора эффективный гаунт-фактор $g_{\text{эф}} = 0,4$.

Теория возмущений часто завышает сечения возбуждения нейтральных или слабоионизованных атомов. Это проявляется в том, что вероятности возбуждения для небольших моментов оказываются больше единицы. Для устранения этого используют различные способы "нормировки" сечений [2]. Смысл "нормировки" состоит в том, что вероятности возбуждения, в случаях когда они превышают единицу, заменяются величиной меньшей единицы. Существенность "нормировки" удобно исследовать в бете-борн-кулоновском приближении. В формуле (4.10) P_ℓ имеет смысл средней вероятности возбуждения при рассеянии с моментом ℓ . Видно, что вблизи по-

рога P_ℓ зависит лишь от двух параметров $f_{\delta_0 \delta}/\omega$ и $\sqrt{2\omega}/z$, поэтому "нормировку" можно провести в общем виде. Простейший способ нормировки состоит в следующем: если формула (4.10) дает $P_\ell < 1/2$, то это значение используется в формуле (4.9), если же формула (4.10) дает $P_\ell > 1/2$, то в формуле (4.9) используется $P_\ell = 1/2$. Сечение возбуждения можно затем представить в виде

$$\sigma(\delta_0 \rightarrow \delta) = \frac{\pi f_{\delta_0 \delta}^2}{v_1^2 \omega} F(f_{\delta_0 \delta}/\omega, \sqrt{2\omega}/z) \quad (4.11)$$

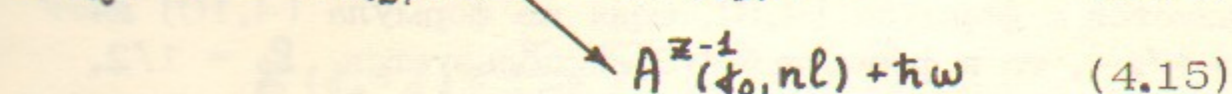
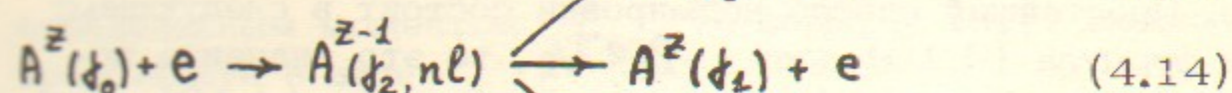
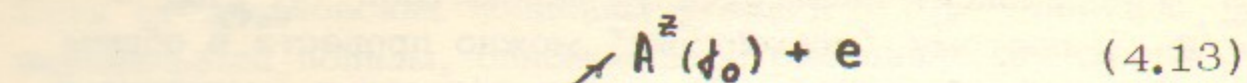
Значения функции F , учитывающей "нормировку", приведены в таблице 1.

Нормировка наиболее существенна в случае возбуждения переходов без изменения главного квантового числа. В таблице 2 приведены нормировочные коэффициенты F для возбуждения переходов без изменения главного квантового числа в случае ионов железа. С увеличением заряда иона роль нормировки уменьшается и для $z > 10$ нормировка не существенна.

Константа возбуждения в бете-борн-кулоновском приближении имеет вид

$$\langle \sigma \nu \rangle (\text{см}^3/\text{сек}) = 3,15 \cdot 10^{-7} g_{\text{эф}} f_{\delta_0 \delta} \left(\frac{Ry}{\omega}\right)^{3/2} \left(\frac{\omega}{T}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{\omega}{T}\right) \quad (4.12)$$

Недавно Пресняковым и Урновым [15] было показано, что заметный вклад в сечение возбуждения может дать резонансное возбуждение. Суть резонансного возбуждения в следующем. Пусть налетающий электрон имеет энергию, достаточную для возбуждения уровня δ_1 , но недостаточную для возбуждения уровня δ_2 . Тогда возбуждив уровень δ_1 , налетающий электрон сам перейдет в связанное состояние. Далее для определенности будем считать, что налетающий электрон попадает в сильновозбужденное связанное состояние $n\ell$. Образовавшееся дважды возбужденное состояние $(\delta_2, n\ell)$ является автоионизационным и имеет три наиболее существенные канала распада



Если первый электрон перейдет из состояния j_2 в j_0 , передав энергию сильновозбужденному электрону, то в результате столкновения энергия налетающего электрона не изменится; таким образом, схема (4.13) описывает упругое рассеяние. Если первый электрон перейдет из состояния j_2 в j_1 , передав энергию сильновозбужденному электрону, то в результате такого процесса (схема (4.14)) образуется возбужденное состояние. Это и есть интересующее нас резонансное возбуждение. Наконец, если первый электрон перейдет из состояния j_2 в j_0 , излучив квант света, то в результате образуется связанное состояние иона $A^Z(j_0, nl)$, т.е. произойдет рекомбинация электрона (схема (4.15)). Такая рекомбинация называется диэлектронной рекомбинацией и будет подробно обсуждаться в разделе 5.

Процессы (4.13)–(4.15) называются резонансными, так как имеют очень резкую зависимость от энергии. Амплитуда вероятности образования автоионизационного состояния велика, если энергия налетающего электрона практически совпадает с энергией автоионизационного состояния

$$\frac{v_1^2}{2} = E_{nl} = \omega_{j_0 j} - \frac{Z^2}{2n^2} \quad (4.16)$$

Если же $|v_1^2/2 - E_{nl}|$ заметно превышает ширину распада автоионизационного состояния, то вероятность процессов (4.13)–(4.15) мала. По этой причине резонансное неупругое рассеяние дает адитивную добавку к обычному рассеянию (называемому потенциальным) и может рассматриваться независимо.

Основные закономерности описания резонансных столкновений можно понять, используя хорошо известные формулы

Брейта и Вигнера

$$\delta_f = \frac{(2l+1)\pi}{v_1^2} \frac{\Gamma_f \Gamma_{j_0, nl}}{(v_1^2/2 - E_{nl})^2 + \Gamma^2/4} \quad (4.17)$$

где $\Gamma_{j_0, nl}$ – ширина упругого распада (4.13), Γ_f – ширина распада по интересующему нас каналу, $\Gamma = \sum \Gamma_f$ – полная ширина распада. В частности, резонансное возбуждение (4.14) описывается выражением

$$\delta_{nl}(j_0 \rightarrow j) = \frac{(2l+1)\pi}{v_1^2} \frac{\Gamma_{j_1, nl} \Gamma_{j_0, nl}}{(v_1^2/2 - E_{nl})^2 + \Gamma^2/4} \quad (4.18)$$

Как уже было сказано, формулы (4.17) и (4.18) при изменении $v_1^2/2$ описывают ряд узких резонансов. Практически интерес представляет лишь усредненное по небольшому интервалу энергий вблизи $v_1^2/2$ сечение. Дифференцируя формулу (4.16), получим

$$dE_{nl} = \frac{Z^2}{n^3} dn$$

Следовательно, плотность резонансных состояний равна

$$\rho(v_1^2/2) = \frac{dn}{dE_{nl}} = \frac{n^3}{Z^2} \quad (4.19)$$

Усредняя сечение (4.18) с плотностью (4.19) и суммируя по l , получим усредненное сечение возбуждения

$$\delta(j_0 \rightarrow j) = \sum_{l=0}^{n-1} \frac{(2l+1) 2\pi^2 n^3 \Gamma_{j_1, nl} \Gamma_{j_0, nl}}{v_1^2 Z^2 \Gamma} \quad (4.20)$$

Связь $v_1^2/2$ с n дается соотношением (4.16).

Здесь следует сделать следующие замечания. Формулы Брейта–Вигнера не учитывают вырождение уровней j_0 и j_1 . Учет вырождения сводится к домножению формулы (4.20) на отношение статистических весов состояний j_1 и j_0

$$S(j_0 \rightarrow j_1) = \sum_{l=0}^{n-1} \frac{(2l+1) g(j_2) 2\pi^2 n^3 \Gamma_{j_2, nl} \Gamma_{j_0, nl}}{g(j_0) v_1^2 z^2 \Gamma} \quad (4.21)$$

Кроме того, мы в формулах (4.17)–(4.21) оперируем фактически средними ширинами автоионизационных состояний различных термов конфигурации (j_2, nl) . Подробный анализ [2] однако показывает, что обычно это не отражается на точности полученных результатов.

Автоионизационные ширины распада определяются формулой

$$\Gamma_{j, nl} = \frac{2\pi}{(2l+1)g(j_2)} \sum_{j_2, m, l, m'} |\langle \Psi_{j_2}(r_2) \varphi_{nlm}(r_2) | \frac{1}{r_{12}} | \Psi_j(r_2) \varphi_{\ell m}(r_2) \rangle|^2 \quad (4.22)$$

Радиационная ширина распада равна

$$\Gamma_r = 2 \omega_{j_2 j_0}^2 f_{j_2 j_0} / c^3 \quad (4.23)$$

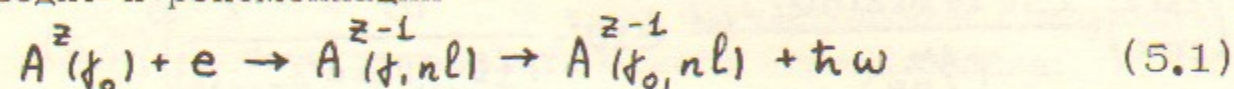
Обсудим свойства резонансного возбуждения. Сечение резонансного возбуждения перехода $j_0 \rightarrow j_1$ через автоионизационные состояния (j_2, nl) обращается в нуль, если энергия налетающего электрона превышает энергию перехода (так как в этом случае не возможно образование автоионизационных состояний (j_2, nl)). Поэтому резонансное возбуждение существенно вблизи порога. Сечение резонансного возбуждения уровня j_1 по сути пропорционально сечению прямого возбуждения перехода j_2 , поэтому наибольшее значение резонансное возбуждение имеет в том случае, когда сечение прямого возбуждения перехода $j_0 \rightarrow j_1$ мало, а сечение прямого возбуждения перехода $j_0 \rightarrow j_2$ велико. Такая ситуация реализуется в литиеподобных ионах (см. Рис. 3).

Аналитические формулы, описывающие резонансное возбуждение, в настоящее время отсутствуют. В расчетах по потерь энергии на излучение резонансное возбуждение до сих пор не учитывалось. Оправданием этому отчасти служит

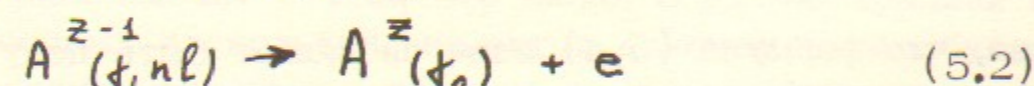
тот факт, что в возбуждение дипольно разрешенных переходов, дающих основной вклад в потери энергии на излучение, резонансное возбуждение дает обычно небольшой вклад.

5. ДИЭЛЕКТРОННАЯ РЕКОМБИНАЦИЯ

Механизм диэлектронной рекомбинации (ДР) кратко был описан в предыдущем разделе (см. формулы (4.13)–(4.15)). Налетающий электрон, обладая энергией, меньшей энергии возбуждения уровня j , возбуждает уровень j , попадая в одно из связанных состояний (nl) . Образующееся в результате такого столкновения автоионизационное состояние (j, nl) может распасться различными способами (см. (4.13)–(4.15)). Радиационный канал распада приводит к рекомбинации



В ДР основной вклад обычно дают первые несколько возбужденных уровней j , для которых наряду с радиационным каналом распада (5.1) достаточно учесть лишь обратный автоионизационный распад



ДР описывается той же формулой (4.17), что и резонансное возбуждение. Следует лишь в качестве Γ_j использовать радиационную ширину распада (4.23). Усредненное по резонансам сечение ДР описывается формулой, аналогичной (4.21). В случае ДР удобно однако исследовать не сечение рекомбинации, а непосредственно константу рекомбинации. Усредняя сечение (4.17) с помощью максвелловской функции (2.4) и учитывая вырождение уровней j_0 и j (см. замечание после формулы (4.20)), получим следующую формулу для константы ДР

$$\alpha_{nl} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^{3/2} \frac{g(l)}{g(l)_{nl}} \sum \frac{(2l+1)\Gamma_r \Gamma_{nl}}{\Gamma_{nl} + \Gamma_r} \exp\left(-\frac{\omega}{T} + \frac{z^2}{2n^2 T}\right) \quad (5.3)$$

Здесь Γ_{nl} - автоионизационная ширина распада (5.2),

$\Gamma_r = 2\omega^2 c^{-3} f_{\downarrow\downarrow_0}$ - радиационная ширина распада,

$(\omega - z^2/2n^2)$ - энергия автоионизационного состояния (\downarrow, nl) .

Важную роль ДР впервые отметил Берджес [20], показав, что скорость ДР часто превышает скорость фото-рекомбинации. Берджесом было проведено большое число численных расчетов коэффициентов ДР, результаты которых он аппроксимировал формулой [20]

$$\alpha_{nl}(\text{сек}) = \frac{2.40 \cdot 10^{-9} B(z) A(x) f_{\downarrow\downarrow_0}}{T^{3/2}(\text{эВ})} \exp\left(-\frac{\omega}{T(1+0.015z^2/(z+1)^2)}\right) \quad (5.4)$$

$$B(z) = (z/(z^2+13.4))^{1/2} (z+1)^{5/2}, \quad A(x) = x^{1/2}/(1+0.105x+0.015x^2)$$

$$x = \omega(\text{эВ})/(z+1)Ry, \quad x > 0.05, \quad z \leq 20, \quad \frac{\omega}{T} \leq 5$$

Ясно, что формула (5.4) едва ли может быть получена аналитическим путем.

Простое аналитическое выражение для коэффициента ДР было получено автором [10]. В бете-борн-кулоновском приближении (состоящем в замене $1/r_{12} = (\bar{r}_1 \bar{r}_2)/r_2^3$) автоионизационная ширина (4.22) имеет вид [10]

$$\Gamma_{nl} = \frac{z^2 f_{\downarrow\downarrow_0}}{\omega n^3} g_l\left(\frac{v}{z}\right), \quad \frac{v}{z} = \frac{\sqrt{\omega(\text{эВ})/Ry}}{z} \quad (5.5)$$

Радиационная ширина распада мала $\sim 1/c^3$, поэтому Γ_{nl} сравнивается с Γ_r лишь при $n \gg 1$. Следовательно, в ДР через уровень \downarrow дает примерно равный

вклад большое число автоионизационных состояний (\downarrow, nl) . Это дает основание заменить множитель

$\exp(-z^2/2n^2)$ единицей и, воспользовавшись формулой (5.5), заменить суммирование по n интегрированием. Выполняя эти операции, получим

$$\alpha_{nl} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^{3/2} \frac{\pi \omega (2z)^{2/3} f_{\downarrow\downarrow_0}}{3 \sin(\pi/3) c^2} D(v/z) \exp\left(-\frac{\omega}{T}\right) \quad (5.6)$$

$$D(v/z) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) g_l^{1/3}\left(\frac{v}{z}\right) \quad (5.7)$$

Численный расчет показывает, что функцию (5.7) с хорошей точностью можно представить выражением $D(x) = 5.0 \cdot x^{-1/2}$. В этом случае получим следующую формулу, удобную для практического использования:

$$\alpha_{nl}(\text{сек}) = \frac{4.94 \cdot 10^{-10} \omega^{3/4}(\text{эВ}) z^{2/6} f_{\downarrow\downarrow_0}}{T^{3/2}(\text{эВ})} \exp\left(-\frac{\omega}{T}\right) \quad (5.8)$$

Основным допущением при получении формулы (5.8) было предположение о том, что вклад в ДР по крайней мере для первых нескольких моментов дают сильно возбужденные автоионизационные состояния с n , значительно превышающим $n_{\downarrow} = (z+1)(Ry/I_{\downarrow})^{1/2}$ - эффективное главное квантовое число возбужденного состояния $A^z(\downarrow)$ (I_{\downarrow} - потенциал ионизации иона $A^z(\downarrow)$). Из формул (5.3) и (5.5) видно, что в ДР дают вклад состояния с $n \leq$

$\leq z^{2/3} g_l^{1/3} c / \omega$. Полагая для оценок для нескольких первых моментов в среднем $g_l \sim 0.25$, получим условие применимости формулы (5.8)

$$(5.9)$$

При невыполнении условия (5.9) формула (5.8) дает завышенное значение коэффициента ДР.

Условие (5.9) применимости формулы (5.8) несколько более жесткое, чем условие применимости формулы Берджеса (5.4). При выполнении условия (5.9) коэффициенты ДР, вычисленные по формулам (5.4) и (5.8) хорошо (с точностью

25%) согласуются друг с другом. В ряде работ [2,24,29] были проведены численные расчеты коэффициентов ДР. Согласие численных расчетов с результатами, полученными по формуле Берджеса (5.4), как правило, хорошее. Все эти факты свидетельствуют о том, что формулу Берджеса (5.4) можно с успехом использовать для вычисления коэффициентов ДР.

ДР происходит в основном на сильновозбужденные уровни, с которых рекомбинировавший электрон может быть снова ионизован электронами плазмы. Учесть влияние плотности электронов можно, используя следующие упрощения [5,12]:

1. Основной вклад в ДР дают автоионизационные состояния с временами распада, меньшими времени излучения $A^Z(j) \rightarrow A^Z(j_0)$, поэтому можно не учитывать влияние плотности электронов плазмы на элементарный акт ДР.

2. При данном n сечения перемешивания состояний с разными l значительно превышают сечение ионизации, поэтому можно считать, что на уровнях $n l$, заметно ослабляемых ионизацией, происходит полное перемешивание по моментам l .

3. Сечения переходов между уровнями с разными n и сечения ионизации одного порядка, поэтому можно не учитывать население уровня n за счет переходов, вызванных столкновениями с электронами плазмы, с уровнями с другими n .

Тогда вклад в ДР на уровень n будет уменьшен на $A_n / (A_n + N_e \langle \beta; \nu \rangle)$

$$d_d = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^{3/2} \frac{2\omega^2 f_{\text{tot}}}{c^3} \exp\left(-\frac{\omega}{T}\right) \sum_{nl} \frac{(2l+1) \Gamma_{nl} A_n}{(\Gamma_r + \Gamma_{nl})(A_n + N_e \langle \beta; \nu \rangle)} \quad (5.10)$$

где A_n - вероятность спонтанного излучательного распада на уровни, неподверженные ионизации, $N_e \langle \beta; \nu \rangle$ - вероятность ионизации электронным ударом, N_e - концентрация электронов в плазме.

Величина A_n заключена в пределах $A(n \rightarrow n_0) < A_n < A(n)$, где $A(n \rightarrow n_0)$ - вероятность излучательного перехода в основное состояние, $A(n)$ - вероятность излучательного перехода на все уровни с главными квантовыми числами, меньшими n . В приближении Крамерса имеем ($A_0 = 0,80 \cdot 10^{10} z^4 \text{ сек}^{-1}$)

$$A(n \rightarrow n_0) = \frac{2 A_0}{n^3 n_0 (n^2 - n_0)}, \quad A_n = \frac{3 A_0}{n^5} \ln \left| \frac{n}{(1,4 n_0 - 1)^{2/3}} \right|$$

Поскольку зависимость от n сильная $\sim 1/n^5$, то в качестве A_n можно взять как $A(n \rightarrow n_0)$, так и $A(n)$. Математически более удобно взять промежуточное значение

$$A_n = 3 A_0 / n^5$$

Скорость ионизации сильновозбужденных уровней имеет вид

$$\langle \beta; \nu \rangle \left(\frac{\text{см}^3}{\text{сек}}\right) = 10^{-7} \frac{n^2}{z^2} (Ry / T(\text{эВ}))^{1/2}$$

Заменяя в (5.10) суммирование по n интегрированием, получим [12]

$$d_d = \left(\frac{2\pi}{T_e}\right)^{3/2} \frac{(2z)^{2/3} \omega f_{\text{tot}}}{c^2} \exp\left(-\frac{\omega}{T}\right) F\left(\frac{\nu}{z}, x\right)$$

$$F\left(\frac{\nu}{z}, x\right) = \int_0^\infty \sum_{l=0}^\infty \frac{(2l+1) g_l^{4/3} dy}{(1+y^2)(1+(g_l^{1/3} \cdot y/x)^2)}$$

$$x = 3,19 \cdot 10^{-4} z^{1/3} \omega(\text{эВ}) \left(\frac{10^{17} \sqrt{T(\text{эВ})}}{z N_e (\text{см}^{-3})}\right)^{1/7}$$

Вводя функцию $K_e(\frac{v}{z}, x) = F(\frac{v}{z}, x) / F(\frac{v}{z}, \infty)$,
запишем коэффициент ДР в виде

$$d_d = d_d^0 K_e(\frac{v}{z}, x) \quad (5.11)$$

где d_d^0 — коэффициент ДР без учета плотности электронов. Значения коэффициента $K_e(\frac{v}{z}, x)$, показывающего, во сколько раз уменьшается коэффициент ДР при учете плотности электронов, приведены в табл.3.

Анализ формулы (5.11) и более детальные численные расчеты [23] позволяют сделать для плазмы с параметрами $N_e = 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $T = 1+10 \text{ кэВ}$ следующее заключение: плотность электронов практически не влияет на ДР через переходы с изменением главного квантового числа и уменьшает скорость ДР через переходы без изменения главного квантового числа на коэффициент порядка 0,5. Отметим, что при $T \sim 1 \text{ кэВ}$ переходы с изменением и без изменения главного квантового числа дают соизмеримый вклад в ДР. Роль переходов без изменения главного квантового числа возрастает с уменьшением температуры и падает с увеличением температуры.

6. ФОТОРЕКОМБИНАЦИЯ

Анализ фоторекомбинации удобно начать с кулоновского случая. Будем считать, что v_1 — скорость налетающего электрона заметно меньше заряда иона z . Условие $z/v_1 \gg 1$, как известно, является условием применимости квазиклассического приближения. Поэтому основные закономерности фоторекомбинации в этом случае можно получить в результате простого полуклассического рассмотрения. Пусть ρ — прицельный параметр, а $\Gamma_m(\rho)$ — расстояние наименьшего сближения (см. рис.4) для траектории с данным прицельным параметром. Условие $z/v_1 \gg 1$ соответствует электронам с небольшой энергией. Поэтому

траектории, дающие основной вклад в фоторекомбинацию, сильно искривлены. Кинетическая энергия электрона в точке Γ_m равна $v_m^2/2 = v_1^2/2 + z/\Gamma_m$. В случае сильноискривленных траектории $v_1^2/2 \ll z/\Gamma_m$, поэтому

$$v_m \sim (z/\Gamma_m)^{1/2} \quad (6.1)$$

Закон сохранения момента количества движения дает еще одну связь между параметрами траектории

$$v_m \Gamma_m = v_1 \rho \quad (6.2)$$

Интенсивность дипольного излучения за единицу времени в данной точке траектории определяется формулой $\frac{2}{3c^3} |\ddot{r}|^2$,

Ускорение электрона в точке Γ_m равно z/Γ_m^2 .

Интенсивность излучения за единицу времени в точке наименьшего сближения равна

$$\frac{2}{3c^3} |\ddot{r}|^2 \sim z^2 / c^3 \Gamma_m^4 \quad (6.3)$$

Если домножить (6.3) на время столкновения $\sim \Gamma_m/v_m$, то получим интенсивность излучения при пролете с данным прицельным параметром

$$I(\rho) \sim \frac{z^2}{c^3 \Gamma_m^3 v_m} \quad (6.4)$$

Домножая (6.4) на $2\pi\rho d\rho$ — число частиц с данным прицельным параметром, получим дифференциальную (по прицельному параметру) интенсивность излучения

$$dW = \frac{z^2 \rho d\rho}{c^3 \Gamma_m^3 v_m} \quad (6.5)$$

Подставляя (6.1) в (6.2), получим

$$z \Gamma_m \sim v_1^2 \rho^2 \quad (6.6)$$

Дифференцируя (6.6) и подставляя в (6.5), получим

$$dW \sim \frac{z^2 d\Gamma_m}{c^3 r_m^3 v_m v_1^2} \quad (6.7)$$

Учтем теперь, что основная частота излучения на данной траектории равна

$$\omega \sim v_m / r_m \quad (6.8)$$

Подставляя (6.1) в (6.8), получим

$$\omega \sim z^{1/2} / r_m^{3/2} \quad (6.9)$$

Будем считать, что рекомбинация на уровень с главным квантовым числом n происходит, когда

$$z^2/2(n+1)^2 + v_1^2/2 < \omega < z^2/2n^2 + v_1^2/2 \quad (6.10)$$

Дифференцируя (6.10), получим

$$\Delta\omega \sim z^2/n^3 \quad (6.11)$$

Дифференцируя (6.9), получим

$$\Delta\omega \sim \frac{z^{1/2}}{r_m^{5/2}} \Delta r_m \sim \frac{z}{r_m^3 v_m} \Delta r_m \quad (6.12)$$

Сравнивая (6.11) и (6.12), получим

$$z/n^3 \sim \frac{\Delta r_m}{r_m^3 v_m} \quad (6.13)$$

Подставляя (6.13) в (6.7), получим W_n — интенсивность излучения при рекомбинации на уровень с главным квантовым числом n (численный коэффициент взят из точного расчета)

$$W_n = \frac{16\pi z^4}{3\sqrt{3} c^3 n^3 v_1^2} \quad (6.14)$$

Сечение фоторекомбинации связано с W соотношением

$$\delta_n = W_n / \omega, \quad \omega = \frac{z^2}{2n^2} + \frac{v_1^2}{2} \quad (6.15)$$

Формулы (6.14) и (6.15) называются формулами Крамерса для фоторекомбинации.

Формулы (6.14) и (6.15) применимы фактически при $v_1^2 \ll z^2/n^2$ в этом случае

$$\delta_n = \frac{32\pi z^2}{3\sqrt{3} c^3 v_1^2 n} \quad (6.16)$$

Из формулы (6.16) видно, что в случае медленных электронов рекомбинация происходит в среднем на много уровней. Если просуммировать (6.16) по n , то ряд $\sum_{n=1}^{n_0} \frac{1}{n} \approx \ln n_0$

расходится при $n_0 \rightarrow \infty$. В действительности полное сечение фоторекомбинации конечно, так как суммирование необходимо прекратить на том n , для которого формула (6.16) перестает быть справедливой. Заметим, что условие $v_1 \ll z$ соответствует условию $T \ll I$, где I — потенциал ионизации иона. Условие $T \ll I$ выполняется в равновесной плазме. В случае не полностью ионизованных ионов основной вклад в полное сечение фоторекомбинации также дают сильно возбуждаемые уровни, для которых можно использовать чисто кулоновские формулы. Таким путем Ситонем [30] была получена простая формула для константы фоторекомбинации

$$\alpha_{\text{rad}} \left(\frac{\text{см}^3}{\text{сек}} \right) = 1,1 \cdot 10^{-13} z^2 I^{1/2} (\text{эВ}) / T (\text{эВ}) \quad (6.17)$$

Более детальная формула для константы фоторекомбинации, полученная также в кулоновском приближении, приведена в работе [22].

Получим теперь формулу для потерь энергии на фоторекомбинационное излучение. Согласно формуле (6.14), интенсивность фоторекомбинационного излучения быстро убывает с ростом главного квантового числа. Учитывая лишь фоторекомбинацию на основной уровень $n=1$, домножая (6.14) на скорость налетающего электрона, плотность ионов

и электронов и усредняя по скоростям, получим следующее выражение для интенсивности фоторекомбинационного излучения при столкновениях электронов с полностью ионизованными ионами

$$P_{\text{rad}} \left(\frac{W}{\text{см}^3} \right) = 4,2 \cdot 10^{-24} \frac{z^4}{T^{3/2}} N_e (\text{см}^{-3}) N_z (\text{см}^{-3}) \quad (6.18)$$

В случае кулоновского поля имеются [2] точные аналитические выражения (довольно сложные и неудобные для практического использования) для сечений фоторекомбинаций. В кулоновском случае фоторекомбинации часто представляют в виде формул Крамерса, домноженных на гаунт-фактор для сечения фоторекомбинации. Гаунт-фактор табулирован в ряде работ (см., например, [26]). Если ион не полностью ионизован и энергия налетающих электронов велика $v_1^2/2 \gg I$, то использование кулоновских формул не имеет оснований и необходимы численные расчеты.

7. ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Основные закономерности тормозного излучения (ТИ) электрона при столкновении с полностью ионизованным ионом также легко получить из простых полуклассических рассуждений. Пусть электрон пролетает по прямолинейной траектории на расстоянии ρ от ядра. Ускорение электрона в момент наибольшего сближения равно z/ρ^2 . Интенсивность дипольного излучения в единицу времени в момент наибольшего сближения равна

$$\frac{2}{3c^3} |\ddot{r}|^2 = \frac{2z^2}{3c^3 \rho^4} \quad (7.1)$$

Если домножить (7.1) на время столкновения $\sim \rho/v_1$, то получим интенсивность излучения при пролете с данным прицельным параметром

$$I(\rho) \sim 2z^2 / (3c^3 \rho^3 v_1) \quad (7.2)$$

Домножая (7.2) на $2\pi\rho d\rho$ — число частиц с прицельным параметром в интервале от ρ до $\rho+d\rho$, получим дифференциальную (по прицельному параметру) интенсивность излучения

$$dW \sim \frac{4\pi z^2}{3c^3 \rho^2 v_1} d\rho \quad (7.3)$$

При столкновении с данным прицельным параметром ρ излучается в основном частота

$$\omega \sim v_1 / \rho \quad (7.4)$$

Дифференцируя это соотношение, получим

$$d\omega/v_1 \sim d\rho/\rho^2 \quad (7.5)$$

Подставляя (7.5) в (7.3), получим дифференциальную (по частоте) интенсивность излучения

$$\frac{dW}{d\omega} \sim \frac{4\pi z^2}{3c^3 v_1^2} \quad (7.6)$$

Более точное рассмотрение добавляет множитель $4/\sqrt{3} = 2,3$

$$\frac{dW_k}{d\omega} = \frac{16\pi z^2}{3\sqrt{3} c^3 v_1^2} \quad (7.7)$$

Формула (7.7) называется формулой Крамерса для спектральной интенсивности ТИ.

Точный квантовомеханический расчет спектральной интенсивности ТИ представляют обычно в виде

$$\frac{dW}{d\omega} = g\left(\frac{z}{v_1}, \frac{z}{v_2}\right) \frac{dW_k}{d\omega} \quad (7.8)$$

где $g\left(\frac{z}{v_1}, \frac{z}{v_2}\right)$ — гаунт-фактор для спектральной интен-

сивности ТИ, v_1 и v_2 — скорость электрона до и после столкновения, ω — частота излучения

$$\omega = v_1^2/2 - v_2^2/2 \quad (7.9)$$

Точное аналитическое выражение гаунт-фактора (7.8) было получено Зоммерфельдом. Однако формула Зоммерфельда [2] имеет сложный вид, поэтому позднее гаунт-фактор был табулирован [26]. Гаунт-фактор (7.8) слабо меняется при изменении параметров. По абсолютной величине гаунт-фактор (7.8) порядка единицы. Характер изменения гаунт-фактора (7.8) легко понять из следующих рассуждений. Частота излучается не только при $\rho \sim v_1/\omega$, но и при $\rho < v_1/\omega$. Поэтому интенсивность излучения растет с уменьшением частоты, т.е. $g(\frac{z}{v_1}, \frac{z}{v_2})$ является монотонно возрастающей функцией параметра v_2/z .

В литературе часто приводятся формулы для сечения ТИ. Дифференциальное по частоте сечение ТИ связано со спектральной интенсивностью ТИ соотношением

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{1}{\omega} \frac{dW}{d\omega}$$

Если проинтегрировать спектральную интенсивность ТИ по частоте, то получим полную интенсивность ТИ

$$W = \int_0^{v_1^2/2} \frac{dW}{d\omega} d\omega = g\left(\frac{z}{v_1}\right) W_K \quad (7.10)$$

$$W_K = \frac{8\pi z^2}{3\sqrt{3} c^3} \quad (7.11)$$

где $g\left(\frac{z}{v_1}\right)$ — гаунт-фактор для полной интенсивности ТИ.

Домножая (7.10) на скорость электрона, усредняя с максвелловской функцией распределения по скоростям и домножая на плотность в единице объема электронов и ионов, получим полную интенсивность ТИ из единицы объема

$$P_{Brems} \left(\frac{W}{\text{см}^2}\right) = 1,54 \cdot 10^{-32} \bar{g} \cdot z^2 \cdot T^{1/2} N_e (\text{см}^{-3}) N_z (\text{см}^{-3}) \quad (7.12)$$

где $\bar{g}(z^2 R_y / T^{1/2})$ — усредненный гаунт-фактор для полной интенсивности ТИ (см. рис. 5). Здесь уместно еще раз отметить слабую зависимость гаунт-фактора от параметров, так $\bar{g}(x)$ меняется примерно на 30% при изменении параметра x на несколько порядков.

В случае не полностью ионизованных ионов для описания интенсивности ТИ обычно также используют формулы (7.8), (7.10) и (7.12), предполагая, что z — заряд ядра, и заменяя кулоновский гаунт-фактор эффективным гаунт-фактором $g_{эф}$. Эффективный гаунт-фактор учитывает экранировку заряда ядра электронами иона и может быть заметно меньше единицы в случае слабоионизованных ионов. Для вычисления $g_{эф}$ обычно используют статическое приближение, т.е. не учитывают возмущение электронов иона налетающим электроном. В работе [6] приведены результаты полуклассических расчетов эффективного гаунт-фактора для полной интенсивности ТИ при столкновениях электронов с ионами железа, молибдена, вольфрама. В работе [11] приведены результаты квантовых расчетов спектральной и полной интенсивности ТИ электронов с энергией 0,4–5 КэВ при столкновениях с нейтральными и ионизованными атомами от аргона до свинца. Спектральная интенсивность дипольного ТИ в квантовом случае определяется формулами

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{32 v_2}{3 c^3 v_1} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (M_{l,l+1}^2 + M_{l+1,l}^2)$$

$$M_{ll'} = \int_0^{\infty} \Psi_{v_1,l}(r) \Psi_{v_2,l'}(r) \frac{dU}{dr} dr$$

где $\Psi_{v,l}$ — радиальные волновые функции непрерывного спектра, имеющие асимптотику $\Psi_{v,l} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} v^{-1} \sin(vr)$, $U(r)$ — статический потенциал

иона. В работе 27 приведены результаты релятивистских расчетов ТИ электронов с энергией 1-500 КэВ при столкновениях с нейтральными атомами. На рис.6 сравниваются спектральные интенсивности ТИ из работ [11] и [27]. Небольшие различия связаны, по-видимому, с тем, что в [27] используется потенциал, учитывающий оболочечную структуру атомов, а в [11] - томас-фермиевский потенциал.

Законность использования статического приближения для описания ТИ килоэлектронвольтных электронов при столкновениях с нейтральными и частично ионизованными атомами не столь очевидна, как может показаться на первый взгляд. Это видно уже из того, что в классическом случае при столкновении электроны дипольно не излучают. Выяснению границ применимости статического приближения в последнее время был посвящен ряд работ (см. [9] и цитированные там работы), из которых можно сделать следующие выводы. Электроны иона можно грубо разбить на две группы: сильносвязанные электроны с энергией связи, превышающей энергию налетающего электрона, и слабосвязанные электроны с энергией связи, меньшей энергии налетающего электрона. Для описания слабосвязанных электронов статическое приближение не применимо. Основную роль в экранировке играют сильносвязанные электроны, для которых статическое приближение применимо. Поэтому в среднем статическое приближение хорошо описывает ТИ килоэлектронвольтных электронов.

В заключении этого раздела отметим, что учет экранировки представляет скорее общезначимый, нежели практический интерес. В случае высокотемпературной плазмы в условиях близких к равновесию ионы сильно ионизованы. Поэтому ТИ с хорошей точностью может быть описано чисто кулоновскими формулами. Кроме того, ТИ на многозарядных ионах мало по сравнению с рекомбинационным излучением.

8. КОРОНАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПО СТЕПЕНЯМ ИОНИЗАЦИИ

Распределение ионов по степеням ионизации определяется балансом процессов ионизации и рекомбинации. В условиях лабораторной и астрофизической плазмы плотность электронов обычно мала, и тройной рекомбинацией можно пренебречь. В этом случае ионизация электронным ударом уравнивается диэлектронной и фоторекомбинацией. Такое равновесие называется корональным (название происходит от плазмы солнечной короны). Условие применимости корональной модели можно получить, сравнивая коэффициент тройной рекомбинации (формула Гуревича и Питаевского (3.3)) с коэффициентом фоторекомбинации (формула Ситона (6.17) с $I \sim z^2 Ry$)

$$N_e (cm^{-3}) \ll 10^{17} (T(эВ)/Ry)^{7/2} \quad (8.1)$$

Уравнения баланса имеют вид

$$\frac{dN_z}{dt} = -(\alpha_i^z + \alpha_r^z) N_z N_e + \alpha_i^{z-1} N_{z-1} N_e + \alpha_r^{z+1} N_{z+1} N_e \quad (8.2)$$

Здесь z - заряд иона, α_i - константа ионизации электронным ударом, $\alpha_r = (\alpha_d + \alpha_{rad})$ - полная константа рекомбинации, равная сумме констант диэлектронной и фоторекомбинации.

Можно отметить три наиболее существенных свойства коронального равновесия.

1. В условиях коронального равновесия распределение по степеням ионизации не зависит от плотности электронов. Это свойство является следствием того, что как скорость ионизации, так и скорость рекомбинации пропорциональна плотности электронов.

2. В условиях коронального равновесия (как и в случае термодинамического равновесия) потенциал ионизации иона замет-

но превышает температуру электронов. Это свойство является следствием того, что сравнительно быстрый процесс — ионизация электронным ударом уравнивается сравнительно медленными процессами (пропорциональными $1/c^3$) — диэлектронной и фоторекомбинацией. Рекомбинация уравнивает ионизацию лишь если последняя экспоненциально мала, т.е. I/T заметно больше единицы. Действительно, приравнявая формулы (2.5) и (6.17), получим

$$\exp(-I/T) \sim 10^{-6} (I/Ry) (I/T)^{3/2} \ll 1 \quad (8.3)$$

Следует отметить, что с ростом температуры правая часть равенства (8.3) возрастает, поэтому отношение I/T уменьшается. В частности, для иона Fe^{25+} отношение $I/T \sim 1$ (см. рис. 8). Это является следствием того, что с увеличением заряда иона эффективность фотопроцессов быстро растет, а эффективность ионизации уменьшается.

3. Последнее свойство коронального равновесия, на котором мы остановимся, относится к возбуждению ионов. В условиях коронального равновесия заселенность возбужденных состояний ионов ниже термодинамически равновесной. Это связано с тем, что радиационное время жизни возбужденных состояний мало по сравнению с временем девозбуждения электронами плазмы. Используя формулу (4.12) для константы девозбуждения и формулу (4.23) для радиационной ширины, получим, например, для водородоподобных ионов, что девозбуждение электронным ударом несущественно по сравнению с радиационным распадом, если

$$N_e (\text{см}^{-3}) \ll 10^{17} z^6 (T/Ry)^{1/2} \quad (8.4)$$

Отношение правых частей формул (8.4) и (8.1) равно

$$z^6 (Ry/T)^3 = (I/T)^3 \gg 1$$

Следовательно, если условие (8.1) выполнено, то заведомо выполнено и условие (8.4).

Основные примеси в лабораторной плазме — углерод, кис-

лород, железо, молибден, вольфрам. Распределение по степеням ионизации кислорода, железа и молибдена представлены на рис. 7–9. В случае тяжелых элементов графически трудно изобразить долю всех степеней ионизации, поэтому доля некоторых степеней ионизации опущена.

9. ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ НА ИЗЛУЧЕНИЕ.

КРИТЕРИЙ ЛОУСОНА С УЧЕТОМ ПРИМЕСЕЙ

В P_{total} — полные потери на излучение электронов при столкновениях с ионами дает вклад P_{line} — линейчатое излучение, P_{diel} — излучение при диэлектронной рекомбинации, P_{rad} — излучение при фоторекомбинации и P_{brems} — тормозное излучение

$$P_{total} = P_{line} + P_{diel} + P_{rad} + P_{brems} \quad (9.1)$$

Потери энергии на излучение пропорциональны плотности электронов N_e , ионов N_e и зависят от температуры электронов и степени ионизации ионов. Ниже мы обсудим лишь случай коронального равновесия.

В формуле (9.1) потери энергии на излучение поставлены в порядке убывания их значения. Из формул разделов (6) и (7) следует, что фоторекомбинационное излучение (в случае водородоподобных ионов пропорциональное $z^4/T^{1/2}$) превышает тормозное излучение (пропорциональное $z^2 T^{1/2}$). В разделе 5 мы отмечали, что диэлектронная рекомбинация обычно более эффективна, чем фоторекомбинация, поэтому P_{diel} превышает P_{rad} . В условиях коронального равновесия диэлектронная и фоторекомбинация уравниваются ионизацией. Энергия возбуждения ионов меньше потенциала ионизации, поэтому скорость возбуждения превышает скорость ионизации. Следовательно, потери энергии на линейчатое излучение превышают потери энергии на рекомбинационное излучение. Здесь следует отметить, что возбужденные состояния ионов

заселяются также вследствие рекомбинации.

Результаты расчетов потерь энергии на излучение при столкновениях электронов с ионами кислорода, железа, молибдена, вольфрама (основные примеси в лабораторной плазме) представлены на рисунках 10-13. Здесь следует обратить внимание на синхронное изменение потерь энергии на линейчатое излучение и диэлектронное излучение. Этот факт объясняется механизмом диэлектронной рекомбинации (см. раздел 5). Диэлектронная рекомбинация происходит при возбуждении иона и захвате налетающего электрона в связанное состояние, поэтому интенсивность излучения при диэлектронной рекомбинации пропорциональна интенсивности линейчатого излучения, связанного с возбуждением иона.

Отношение потерь энергии на излучение на одном ионе примеси к потере энергии на тормозное излучение на одном протоне показано на рис. 14. Видно, что даже небольшая доля примесей дает мощный вклад в потери энергии на излучение.

Зная потери энергии на излучение и P_n - мощность выделения энергии в результате ядерных реакций, можно рассчитать минимальное значение $n\tau$ (n - плотность дейтерия и трития, τ - время удержания), необходимое для того, чтобы из плазмы выделялось энергии достаточно для ее поддержания (критерий Лоусона). Пусть η - коэффициент полезного использования уходящей из плазмы энергии, тогда $(1 - \eta)$ - доля безвозвратно уходящей энергии. Для самоподдержания необходимо, чтобы безвозвратно уходящая энергия была равна энергии, выделяемой вследствие ядерных реакций

$$(1 - \eta) (3nT/\tau + P_{total} + P_n) = P_n \quad (9.2)$$

Здесь температура и плотность электронов считается равной температуре и суммарной плотности ядер дейтерия и трития. $P_n \sim n^2$, $P_{total} \sim n \cdot n_{imp}$, поэтому из равенства (9.2) следует, что $n\tau$ является функцией двух

параметров T и n_{imp}/n - доли примесей. Критерий Лоусона для $\eta = 0.4$ и температур 10 и 20 КэВ, как функция доли примеси, приведен на рис. 15. Видно, что присутствие примесей в плазме чрезвычайно нежелательно для создания термоядерного реактора. В частности, при температуре 10 КэВ самоподдерживающийся режим практически не возможен, если доля кислорода больше 0,03 или доля вольфрама больше $5 \cdot 10^{-4}$, при температуре 20 КэВ критические доли примесей железа или вольфрама равны, соответственно, 0,04 и $4 \cdot 10^{-3}$.

10. РЕЗОНАНСНАЯ ПЕРЕЗАРЯДКА

В заключительных разделах данного обзора мы обсудим элементарные процессы при столкновениях тяжелых частиц. Таких процессов в высокотемпературной плазме немного: резонансная перезарядка нейтральных атомов водорода на протонах, перезарядка нейтральных атомов водорода на многозарядные ионы и реакции ядерного синтеза.

Длина волны, соответствующая ядерному движению, мала по сравнению с характерным атомным размером вследствие большой массы ядер. Поэтому движение ядер обычно можно рассматривать классически. При килоэлектронвольтовых энергиях ядер можно пренебречь потенциальной энергией взаимодействия и использовать приближение прямолинейных траекторий. Далее вероятность электронного перехода вычисляется с использованием зависящего от времени уравнения Шредингера. Сечение процесса с перераспределением электронов равно

$$\sigma = \int_0^{\infty} P(\rho) 2\pi\rho d\rho \quad (10.1)$$

где $P(\rho)$ - вероятность электронного перехода при данном прицельном параметре.

Рассмотрим перезарядку нейтрального атома водорода при столкновении с протоном. Если энергия относительного движения ядер меньше 10 КэВ, то v - скорость движения ядер мала по сравнению с v_0 - средней скоростью движе-

ния электрона в атоме водорода. Сечение перезарядки в этом случае велико и определяется прицельными параметрами, превышающими a_0 — размер атома. Это позволяет получить простую формулу для сечения перезарядки. Чтобы перезарядиться, электрону необходимо пройти (см. рис. 16) через потенциальный барьер, высота которого равна I — потенциалу ионизации, а длина R — межядерному расстоянию. В момент наименьшего сближения ядер вероятность перезарядки в единицу времени равна

$$P \sim \frac{v_0}{a_0} \exp(-2\sqrt{I(\text{эВ})/Ry} \frac{\rho}{a_0}) \quad (10.2)$$

здесь v_0/a_0 — атомная единица частоты, экспонента описывает вероятность проникновения через потенциальный барьер, вычисленную в квазиклассическом приближении. Домножая (10.2) на время пролета $\sim \rho/v$, получим вероятность перезарядки для траектории с данным прицельным параметром

$$P(\rho) \sim \frac{\rho v_0}{a_0 v} \exp(-2\sqrt{I(\text{эВ})/Ry} \frac{\rho}{a_0}) \quad (10.3)$$

Для небольших ρ формула (10.3) не применима, так как $P(\rho)$ оказывается больше единицы. Это означает, что электрон успевает много раз перейти от одного ядра к другому. Следовательно, в этом случае вместо (10.3) можно использовать вероятность перезарядки в среднем равную $1/2$. Характерный прицельный параметр перезарядки можно получить, приравняв (10.3) единице

$$\rho_0 \sim a_0 \ln v_0/v \quad (10.4)$$

Сечение перезарядки можно оценить по формуле

$$\delta \approx \pi \rho_0^2 / 2 = \frac{\pi a_0^2}{2} \ln^2 v_0/v \quad (10.5)$$

Более точный расчет [2,16] дает

$$\delta = \frac{\pi a_0^2}{2} \chi^2 \quad (10.6)$$

где χ определяется равенством $\chi^{3/2} \exp(-\chi) = 0,15 v/v_0$. Формулы (10.5) и (10.6) справедливы при $v_0/v > 1$. В этой адиабатической области скоростей сечение перезарядки слабо (логарифмически) убывает с увеличением скорости. С увеличением энергии движения ядер при $v_0/v \leq 1$ сечение перезарядки начинает быстро убывать (см. рис. 17).

Сравнение эффективности перезарядки и ионизации электронами при прохождении пучка нейтральных атомов водорода через плазму показывает (см. рис. 17), что перезарядка играет преобладающую роль.

11. ПЕРЕЗАРЯДКА НА МНОГОЗАРЯДНЫЙ ИОН

Инжекция пучка нейтральных атомов водорода или дейтерия в плазму и регистрация дополнительного излучения примесных ионов, обусловленного перезарядкой на ионы примесей, — один из методов спектральной диагностики плазмы [4]. Сечения перезарядки на многозарядный ион необходимы также для описания динамики прохождения пучка через плазму.

Взаимодействие электрона с протоном и многозарядным ионом описывается потенциалом

$$U(r) = -\frac{Z}{|r-R|} - \frac{1}{r} \quad (11.1)$$

где R — межядерное расстояние. Потенциал (11.1) существенно отличается от потенциала взаимодействия электрона с двумя протонами (см. рис. 16). Вероятность перезарядки в единицу времени пропорциональна вероятности прохождения через потенциальный барьер (см. рис. 16)

$$P \sim \frac{v_0}{a_0} \exp(-2 \int_0^{r_0} \sqrt{2(E+U(r))} dr) \quad (11.2)$$

где $E(R) = I + Z/R$ — энергия связи электрона.

Если относительная энергия движения ядер не велика, и перезарядка определяется большими прицельными параметрами,

то потенциал многозарядного иона вблизи протона можно разложить в ряд по параметру $r/R \ll 1$ (r - расстояние между электроном и протоном), оставив линейный член

$$U(r) = -\frac{Z}{R} - \frac{Zr}{R^2} - \frac{1}{r} \quad (11.3)$$

Поле протона (по ледний член в формуле (11.3)) слабо влияет на форму потенциального барьера, поэтому им можно пренебречь. Подставляя (11.3) в (11.2), получим

$$P \sim \frac{v_0}{a_0} \exp\left(-2 \int_0^{r_0} \sqrt{2\left(1 - \frac{Zr}{R^2}\right)} dr\right) \quad (11.4)$$

где r_0 определяется равенством $I = \frac{Zr_0}{R^2}$, т.е.

$r_0 = IR^2/Z$. Элементарное вычисление дает

$$P \sim \frac{v_0}{a_0} \exp\left(-\frac{4\sqrt{2}R^2 I^{3/2}}{3Z}\right)$$

Учитывая, что потенциал ионизации атома водорода в атомных единицах равен $I = 1/2$, и домножая $P(\rho)$ на время пролета $\sim \rho/v$, получим оценку вероятности перезарядки для траектории с данным прицельным параметром

$$P(\rho) \sim \frac{\rho v_0}{a_0 v} \exp\left(-\frac{2\rho^2}{3Z}\right) \quad (11.5)$$

В отличие от резонансной перезарядки электрон, перезарядившийся на многозарядный ион, имеет большой фазовый объем, поэтому вероятностью перезарядки назад можно пренебречь, т.е. можно считать, что при небольших прицельных параметрах вероятность перезарядки равна единице. Характерный прицельный параметр перезарядки ρ_0 можно найти, приравняв (11.5) единице

$$\frac{2\rho_0^2}{3Z} \approx \ln v_0/v$$

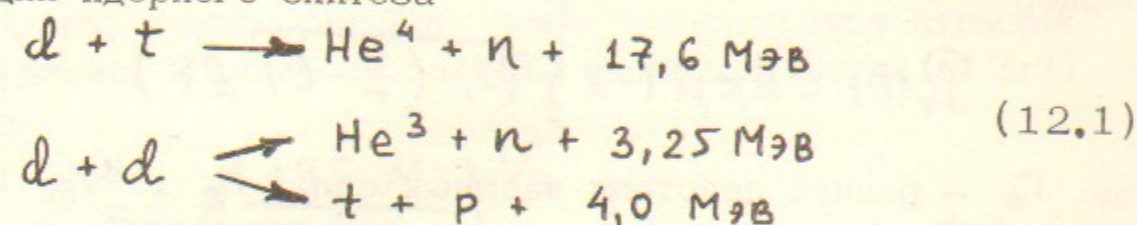
Сечение перезарядки равно

$$\delta = \pi \rho_0^2 = \frac{3\pi Z a_0^2}{2} \ln \frac{\sqrt{2} v_0}{v} \quad (11.6)$$

Формула (11.6) была получена Чибисовым [17]. Использованное приближение называется распадной моделью (расчет сечения перезарядки фактически свелся к вычислению вероятности распада атома водорода в электрическом поле). Более точные расчеты сечений перезарядки на многозарядный ион в рамках распада от модели проведены в работах [8]. Сечения перезарядки на конкретные уровни конкретных ионов вычислялись в работах [3,32].

12. ЗАВИСИМОСТЬ СКОРОСТЕЙ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ СИНТЕЗА ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Реакции ядерного синтеза



происходят, если частицы сблизятся на расстояние порядка радиуса действия ядерных сил. Сближению мешают кулоновский и центробежный потенциалы, поэтому сечение ядерных реакций синтеза быстро убывает с уменьшением E - энергии относительного движения. В приближении парциальных волн сечение реакции равно

$$\delta(E) = \frac{\pi}{k^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) P_{\ell}(E)$$

где $P_{\ell}(E)$ - вероятность реакции при рассеянии частиц с моментом количества движения ℓ , квадрат волнового вектора определяется равенством $k^2 = 2ME$, M - приведенная масса. Центробежное отталкивание приводит к тому,

что вероятность реакции при рассеянии с нулевым моментом мала по сравнению с вероятностью реакции с $l=0$. Не учитывая моменты с $l \neq 0$, получим

$$\sigma(E) \approx \frac{\pi}{2ME} P_0(E)$$

Вероятность реакции $P_0(E)$ равна произведению вероятности проникновения через кулоновский барьер и вероятности реакции частиц, сблизившихся на расстояние действия ядерных сил. Масштаб ядерных сил велик по сравнению с кинетической энергией относительного движения, поэтому можно считать, что вероятность реакции сблизившихся частиц не зависит от кинетической энергии. Следовательно сечение реакции можно представить в виде

$$\sigma(E) = \frac{\text{const}}{E} P_0(E)$$

где $P_0(E)$ — вероятность проникновения через кулоновский барьер

$$P_0(E) = \exp\left(-2 \int_{r_0}^{r_E} \sqrt{2M\left(\frac{1}{r} - E\right)} dr\right) \quad (12.2)$$

где r_0 — радиус действия ядерных сил, $r_E = 1/E$. Интеграл в (12.2) слабо зависит от нижнего предела, поэтому можно положить $r_0 = 0$. Элементарное интегрирование дает

$$P_0(E) = \exp\left(-\pi \sqrt{\frac{2M}{E}}\right) = \exp\left(-\frac{2\pi}{v}\right)$$

где v — скорость относительного движения ядер. Сечение реакции равно

$$\sigma(E) = \frac{\text{const}}{v^2} \exp\left(-\frac{2\pi}{v}\right)$$

Константа скорости реакции имеет вид

$$\begin{aligned} \langle \sigma v \rangle &= \frac{\text{const}}{T^{3/2}} \int_0^{\infty} v \exp\left(-\frac{2\pi}{v} - \frac{Mv^2}{2T}\right) dv = \\ &= \frac{\text{const}}{T^{2/3}} \exp\left(-\frac{3}{2}(2\pi)^{2/3} \left(\frac{M}{T}\right)^{1/3}\right) \end{aligned} \quad (12.3)$$

Значение константы в формуле (12.3) для реакций (12.1) табулированы в известной книге Л.А.Арцимовича "Управляемые термоядерные реакции" (М., 1963). Абсолютное значение константы в формуле (12.3) можно определить, разумеется, только экспериментально.

Следует отметить, что, ввиду сильной зависимости сечений реакций синтеза от энергии, основной вклад в константу реакции дают не частицы с энергией порядка кТ, а частицы с энергией, заметно превышающей тепловую энергию

$$\bar{E} = \left(\frac{\pi^2 M}{2T}\right)^{1/3} T \quad (12.4)$$

Напомним, что в этом разделе также используется атомная система единиц. В обычной системе единиц формула (12.4) имеет вид

$$\bar{E} = \left(\frac{135 M}{T(\text{эВ}) m}\right)^{1/3} T$$

где M/m — отношение приведенной массы ядер к массе электрона.

13. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключении автор хотел бы выразить благодарность Д.Д.Рютову и Г.Е.Векштейну за интерес к рассмотренным вопросам и инициативу, в результате которой был написан данный препринт.

Л и т е р а т у р а

1. И.И.Собельман. Введение в теорию атомных спектров. М.Наука. 1977, 320 с.
2. Л.А.Вайнштейн, И.И.Собельман, Е.А.Юков. Возбуждение атомов и уширение спектральных линий. М.Наука, 1979, 320 с.
3. В.А.Абрамов, Ф.Ф.Барышников, В.С.Лисица, ЖЭТФ, 74, 897, 1978.
4. В.В.Афросимов и др. Ф.П. 5, 987, 1979.
5. И.Л.Бейгман, Л.А.Вайнштейн, Р.А.Сюняев. УФН, 45, 267, 1968.
6. В.И.Гервидс, В.И.Коган. Письма в ЖЭТФ, 29, 308, 1975.
7. А.В.Гуревич, Л.П.Питаевский. ЖЭТФ, 46, 1281, 1964.
8. Е.Л.Думан, Б.М.Смирнов. ФП, 5, 1161, 1978.
Е.Л.Думан, Л.И.Меньшиков, Б.М.Смирнов, ЖЭТФ, 76, 516, 1979.
9. В.П.Жданов, ЖЭТФ, 73, 112, 1977.
10. В.П.Жданов, ЖЭТФ, 75, 1214, 1978
11. В.П.Жданов, ФП, 4, 128, 1978
12. В.П.Жданов, ФП, 5, 572, 1979
13. В.Д.Кириллов, Б.А.Трубников, С.А.Трушин, ФП, 1, 218, 1975
14. Л.П.Пресняков, УФН 119, 49, 1976.
15. Л.П.Пресняков, А.М.Урнов, ЖЭТФ, 68, 61, 1975.
16. О.Б.Фирсов, ЖЭТФ, 21, 1001, 1951.
17. М.И.Чибисов. Письма в ЖЭТФ, 24, 56, 1976.
18. DR Bates, A.E.Kingston, K.W.McWhirter
Proc. R. soc. 267A, 297, 1962.
19. C Breton et al. Nuclear Fusion 16, 891, 1976.
20. A. Burges Astrophys. J. 141, 1588, 1965.
21. H.W.Drawin Review paper A4. Advisory

- group meeting on atomic and molecular data for fusion. Culham Laboratory U.K. 1976.
22. S.V.Goeler et al. Nuclear Fusion 15, 301, 1975.
 23. V.L.Jacobs, J.Davis Phys. Rev. 18A, 697, 1978.
 24. V.L.Jacobs et al. Astrophys. J. 211, 605, 1977.
 25. R.V.Jeansen et al. Nuclear Fusion 17, 1187, 1977.
 26. W.J.Karzas, R.Latter Astr. J. Suppl.Ser. 6, 167, 1961.
 27. C.M.Lee et al. Phys. Rev. 13A, 1714, 1976.
 28. W.Lotz Zs. Physik 232, 101, 1970.
 29. L.J.Roszman Phys. Rev. 20A, 673, 1974.
 30. M.J.Seaton MNRAS 119, 81, 1959.
 31. M.J.Seaton Planet Space Sci. 12, 55, 1964.
 32. A.Salop, RE Olson Phys. Rev. 13A, 1312, 1976; 16A, 531, 1977; 16A, 1811, 1977
18A, 2964, 1978.
 33. TFR Group. Nuclear Fusion 15, 1053, 1975.

Таблица 1.

Функция $F\left(\frac{f_{d \rightarrow d'}}{\omega}, \frac{\sqrt{2\omega}}{z}\right)$, нижнее значение в каждой колонке соответствует значению параметров, при которых "нормировка" не существенна.

$f_{d \rightarrow d'}/\omega$	$\sqrt{2\omega}/z$						
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8	1
10	3,47	2,12	1,49	1,15	0,85	0,61	0,51
8	4,08	2,51	1,78	1,35	1,02	0,72	0,63
6	4,94	3,03	2,23	1,69	1,20	0,92	0,81
4	6,30	4,19	2,89	2,35	1,58	1,28	1,19
3	7,20	4,86	3,56	2,88	1,95	1,66	1,36
2	7,50	6,21	4,66	3,63	2,70	2,16	1,69
1		7,61	6,72	5,67	4,10	3,16	2,69
0,8			7,22	6,17	4,60	3,66	3,19
0,6			7,70	7,00	5,43	4,49	3,70
0,4			7,73	7,73	6,51	5,72	4,76
0,3				7,81	7,23	6,30	5,49
0,2					7,92	7,14	6,32
0,1						7,96	7,97

Таблица 2.

Нормировочные коэффициенты для возбуждения переходов без изменения главного квантового числа ионов железа. F - по формуле (4.11), F_0 - без учета "нормировки", т.е. по формуле (4.7) или (4.9), ω и $f_{d \rightarrow d'}$ взяты из [5].

z	Переход $d_0 - d'$	ω (гб)	$f_{d \rightarrow d'}$	F	F_0
4	$3p^6 3d^4 - 3p^5 3d^5$	50	2,4	4,1	7,9
5	$3p^6 3d^3 - 3p^5 3d^4$	50	2,8	4,4	7,8
6	$3p^6 3d^2 - 3p^5 3d^3$	51	3,0	5,0	7,7
7	$3p^6 3d - 3p^5 3d^2$	51	3,4	5,0	7,7
8	$3p^6 - 3p^5 3d$	52	3,4	5,1	7,6
9	$3p^5 - 3p^4 3d$	52	2,8	6,6	7,6
10	$3p^4 - 3p^3 3d$	51	1,9	7,6	7,6

Функция $K_e(\frac{v}{z}, x)$ Таблица 3.

x	v/z				
	0,1	0,2	0,3	0,6	1,0
1,0	1,0	0,98	0,96	0,94	0,91
0,8	1,0	0,96	0,94	0,91	0,86
0,6	0,98	0,93	0,90	0,84	0,80
0,4	0,94	0,86	0,82	0,75	0,71
0,3	0,89	0,79	0,74	0,68	0,62
0,2	0,78	0,66	0,61	0,55	0,51
0,1	0,54	0,45	0,41	0,39	0,34
0,08	0,47	0,39	0,36	0,34	0,29
0,06	0,37	0,31	0,29	0,28	0,25
0,04	0,27	0,23	0,22	0,20	0,19
0,03	0,20	0,18	0,18	0,17	0,15
0,02	0,14	0,13	0,13	0,12	0,11
0,01	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07

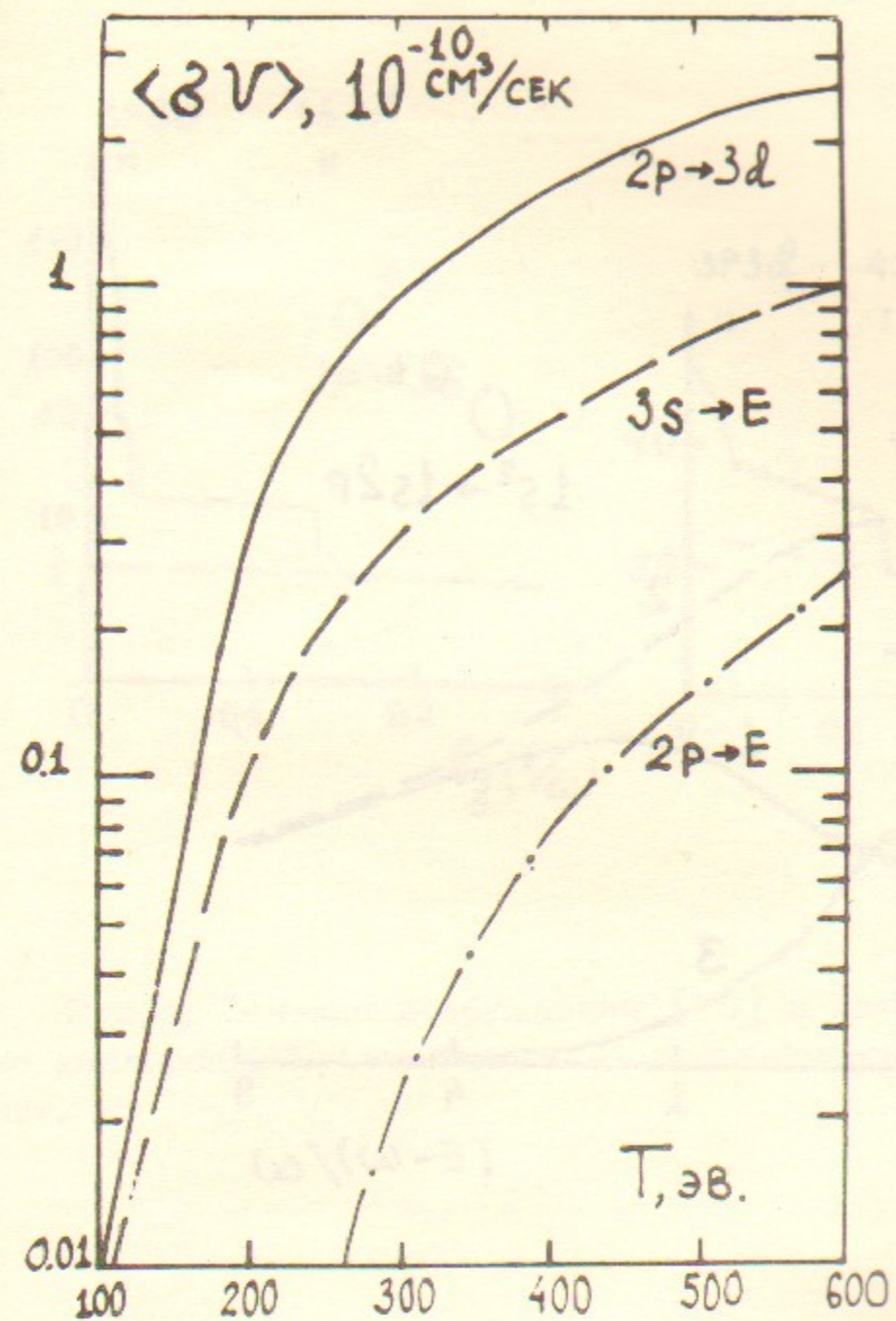


Рис. 1. Константы ионизации натриеподобного иона железа.

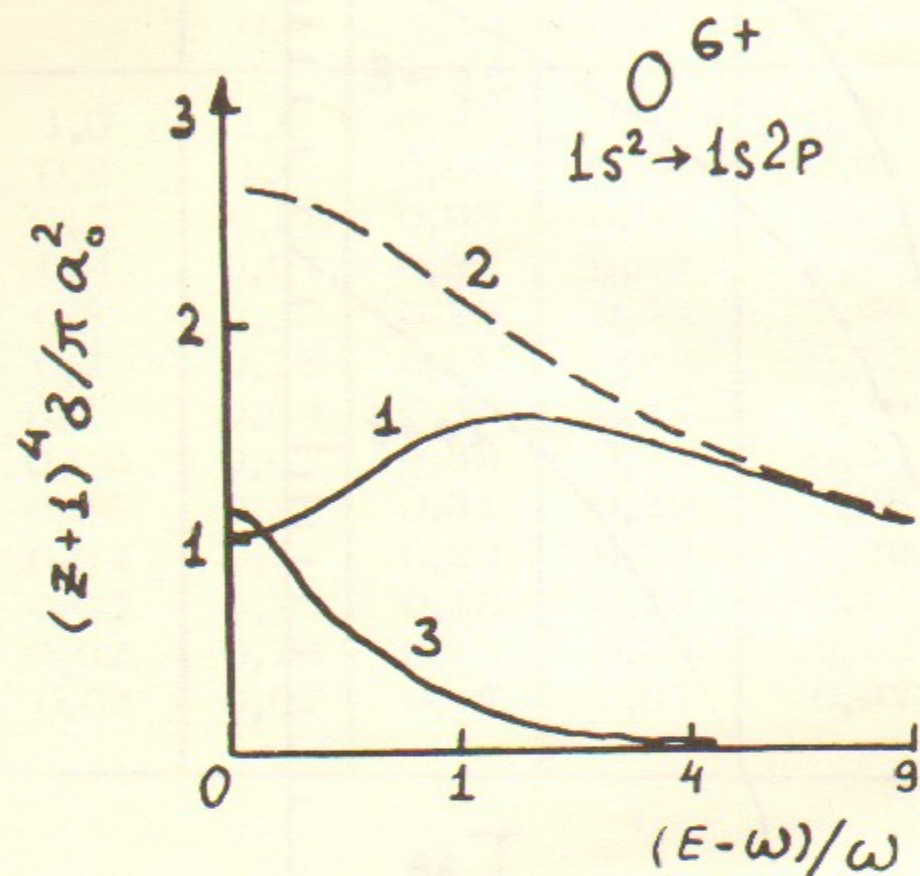


Рис.2. Сечения возбуждения [14] перехода $1s^2 \rightarrow 1s2p$ в гелиоподобном ионе кислорода. 1 – возбуждение 2^1P уровня с учетом обмена, 2 – возбуждение 2^4P уровня без учета обмена, 3 – возбуждение 2^3P уровня.

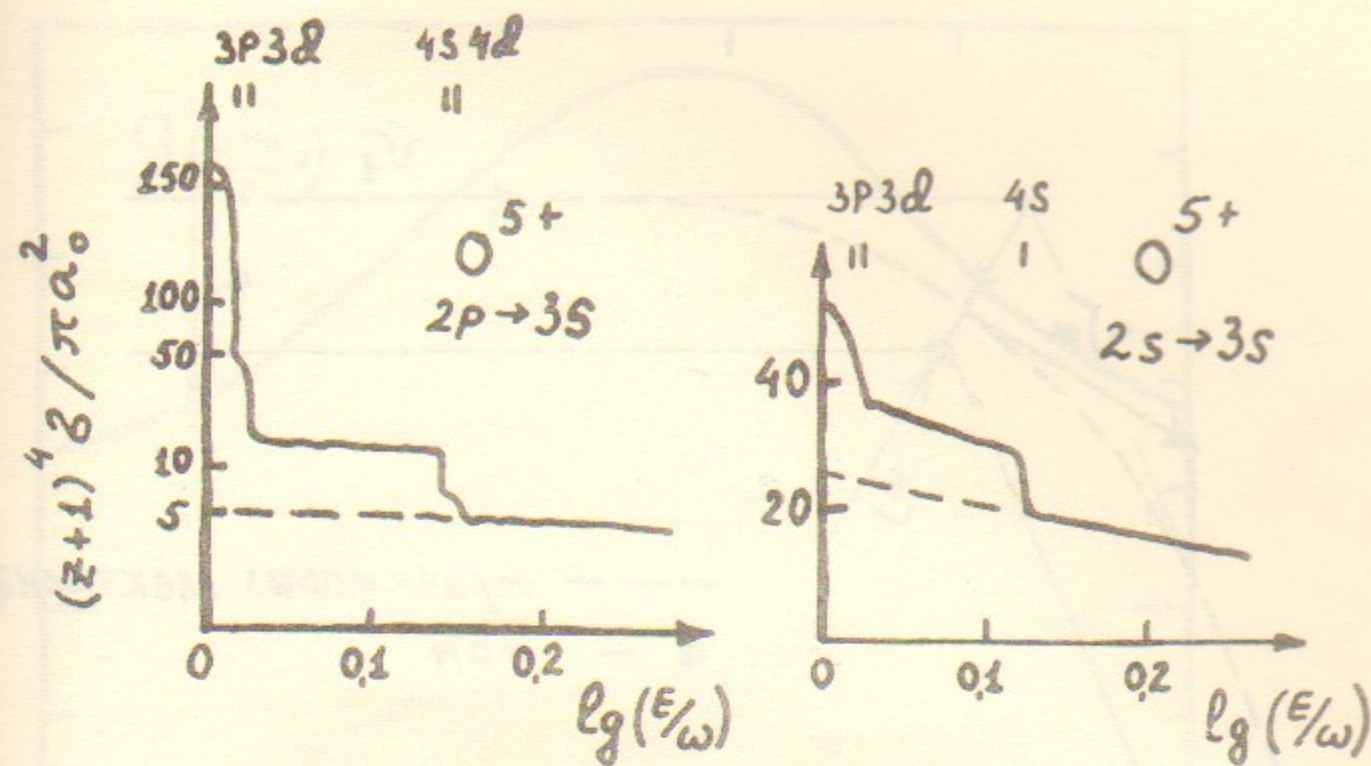


Рис.3. Сечения возбуждения [15] в литиоподобном ионе кислорода. Пунктиром указано потенциальное возбуждение.

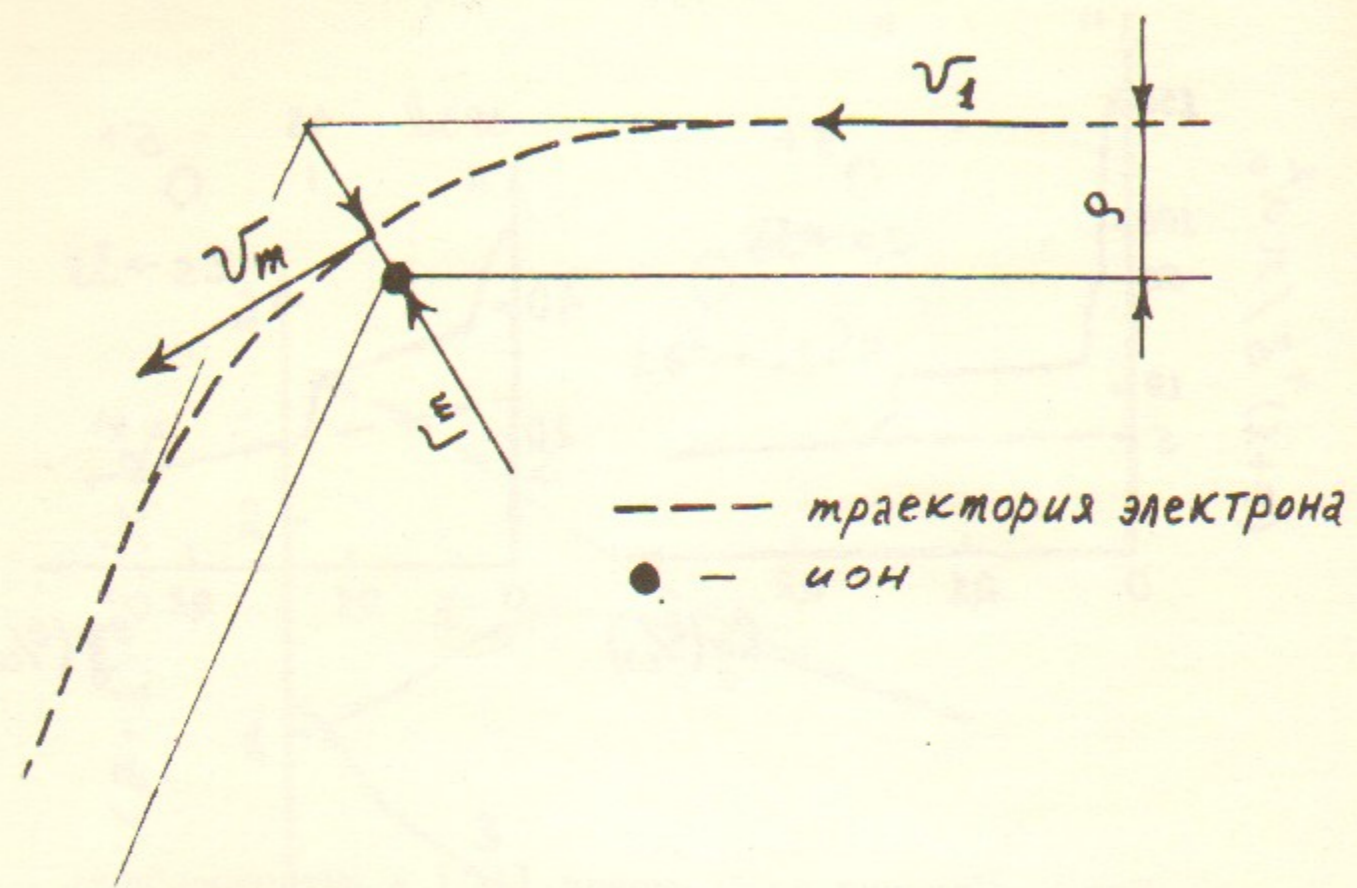


Рис.4. Траектория электрона в кулоновском поле иона

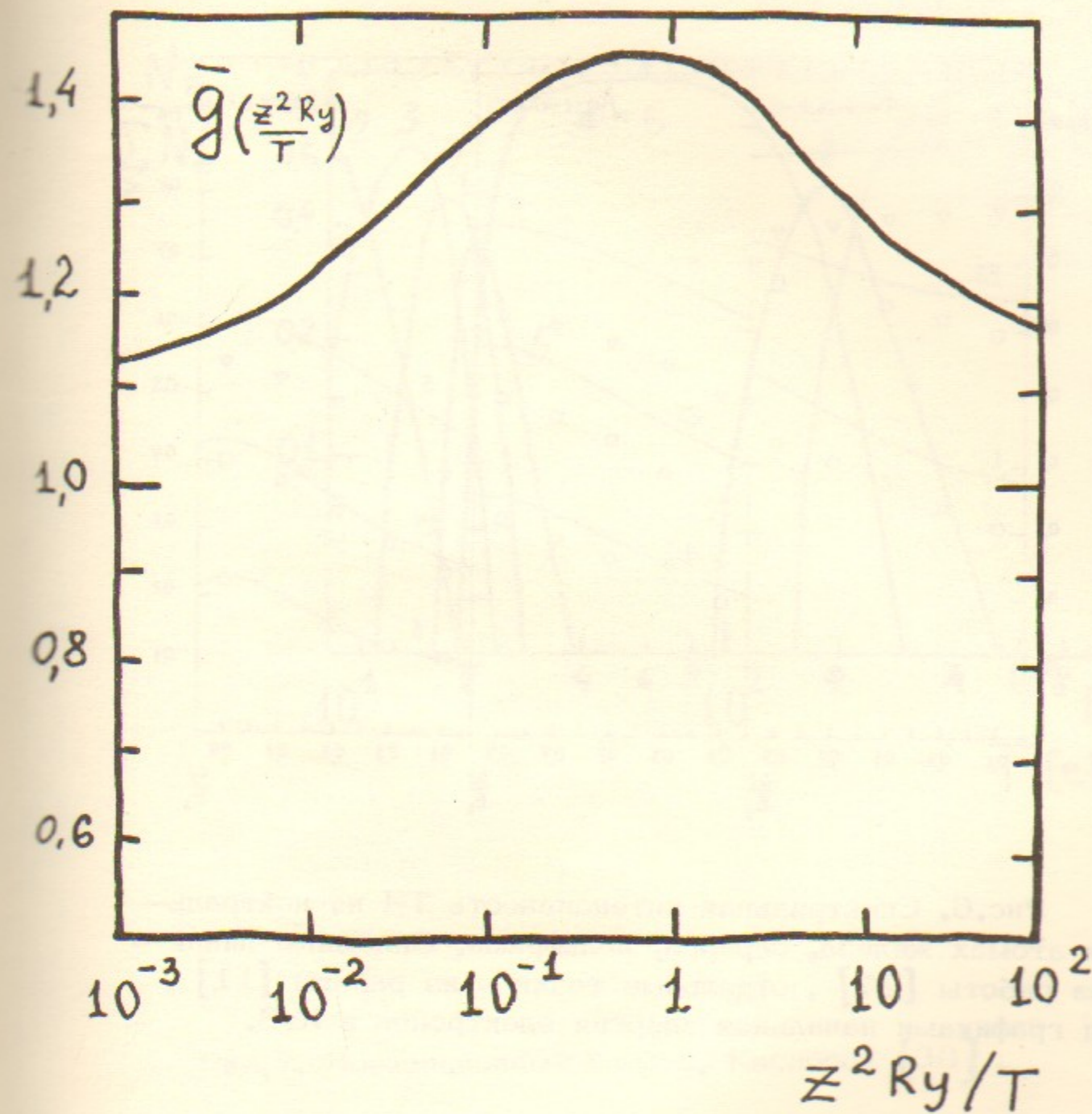


Рис.5. Усредненный гаунт-фактор для тормозного излучения [26]

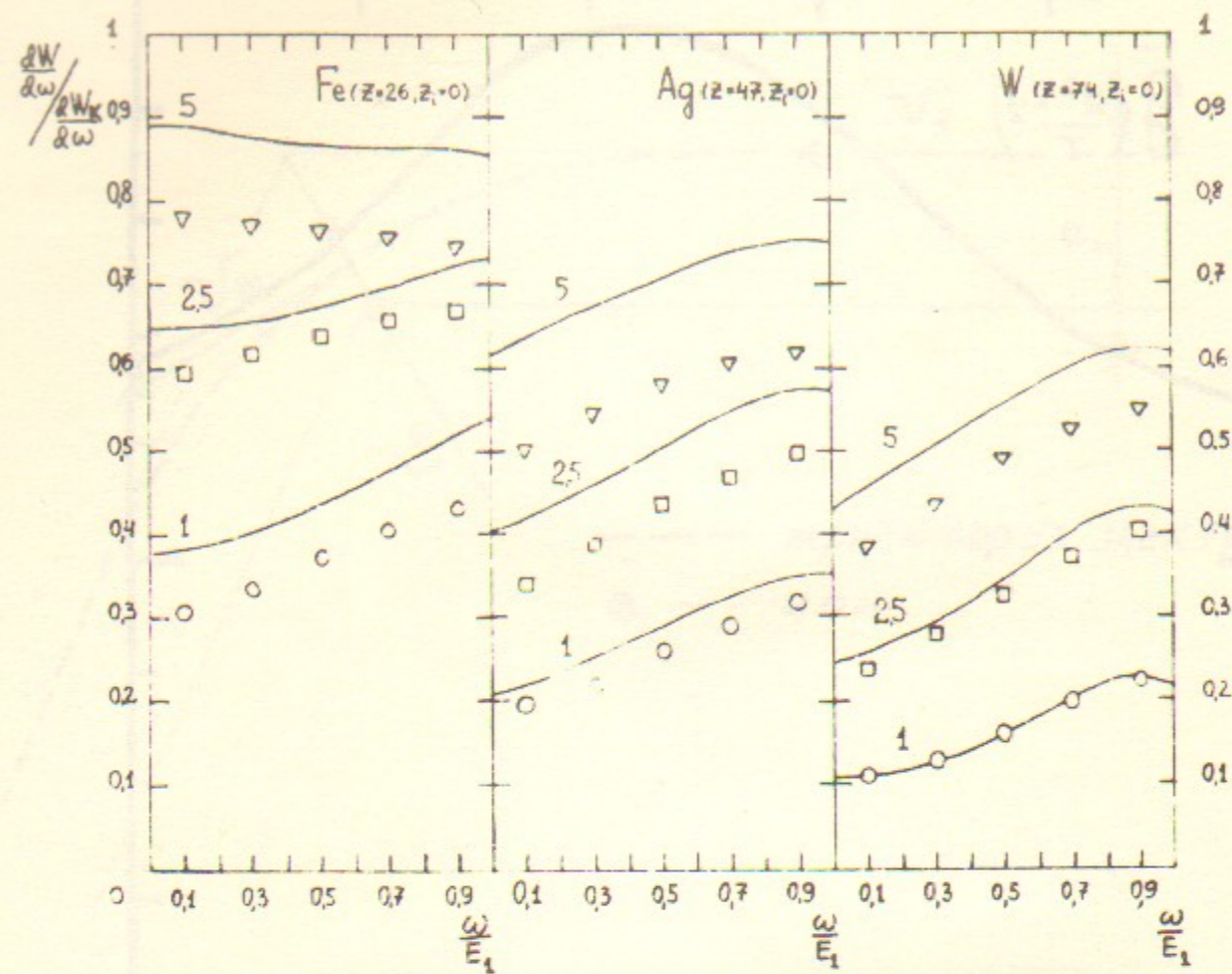


Рис.6. Спектральная интенсивность ТИ на нейтральных атомах железа, серебра, вольфрама. Сплошные линии — из работы [27], отдельные точки — из работы [11]. Над графиками начальная энергия электронов в КэВ.

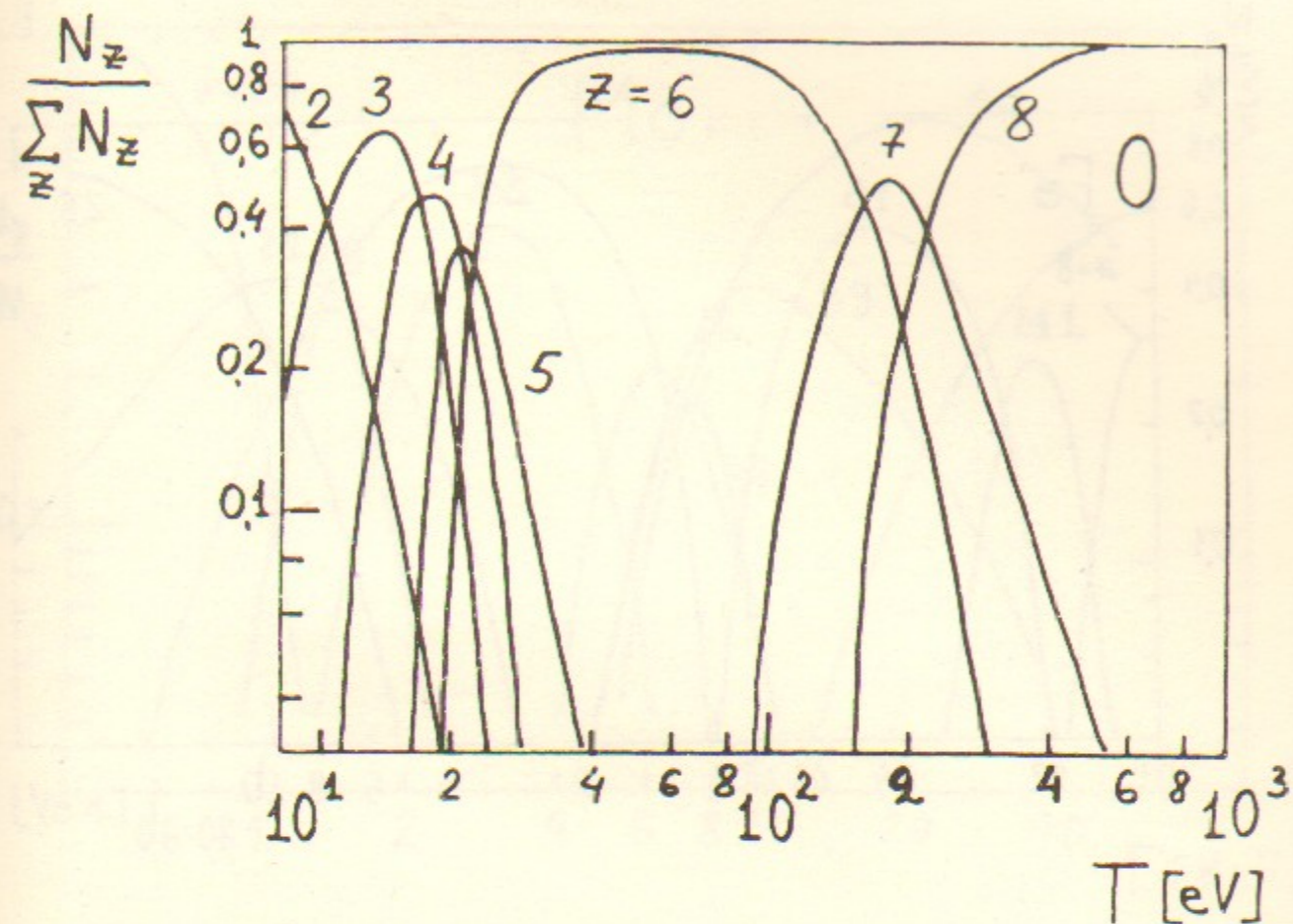


Рис.7. Ионизационный баланс. Кислород [33].

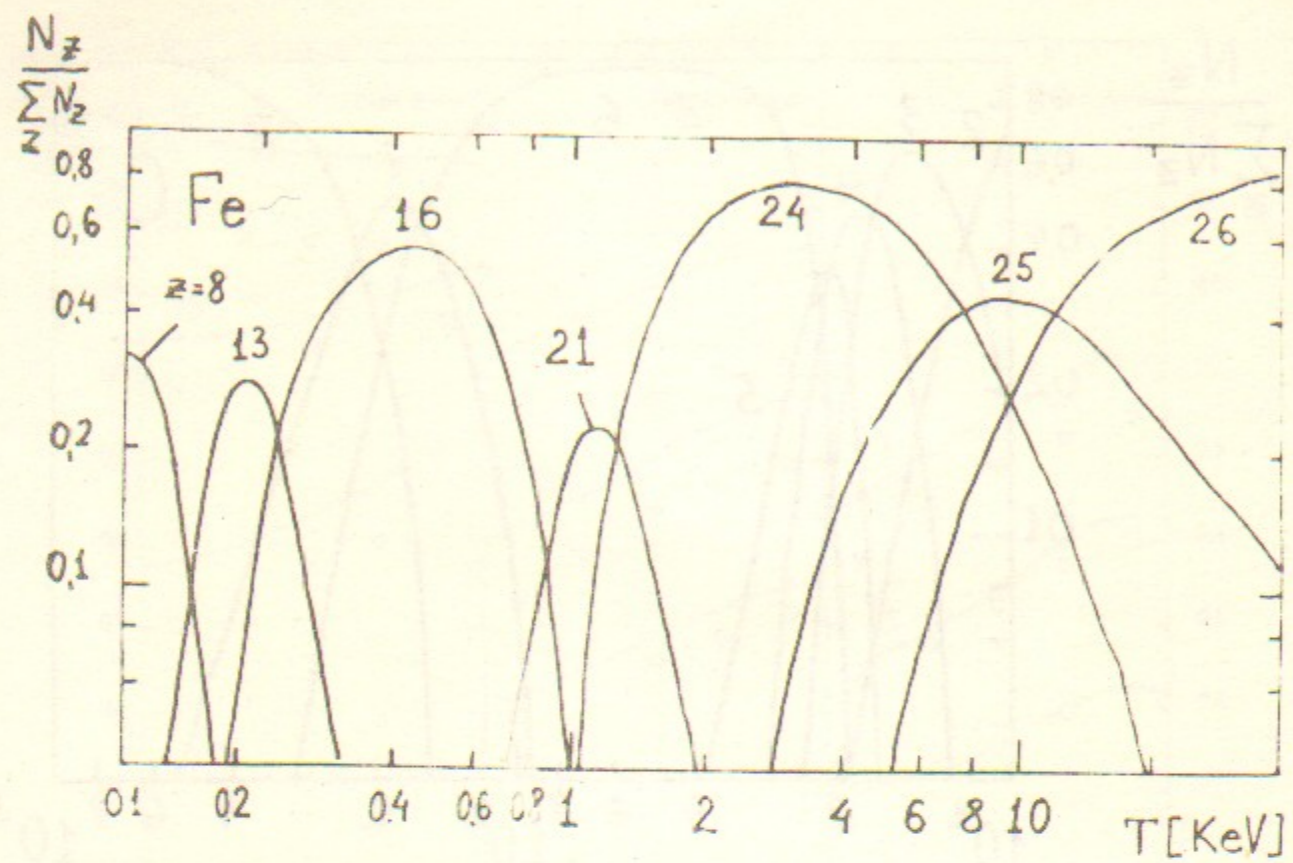


Рис.8. Ионизационный баланс. Железо [21].

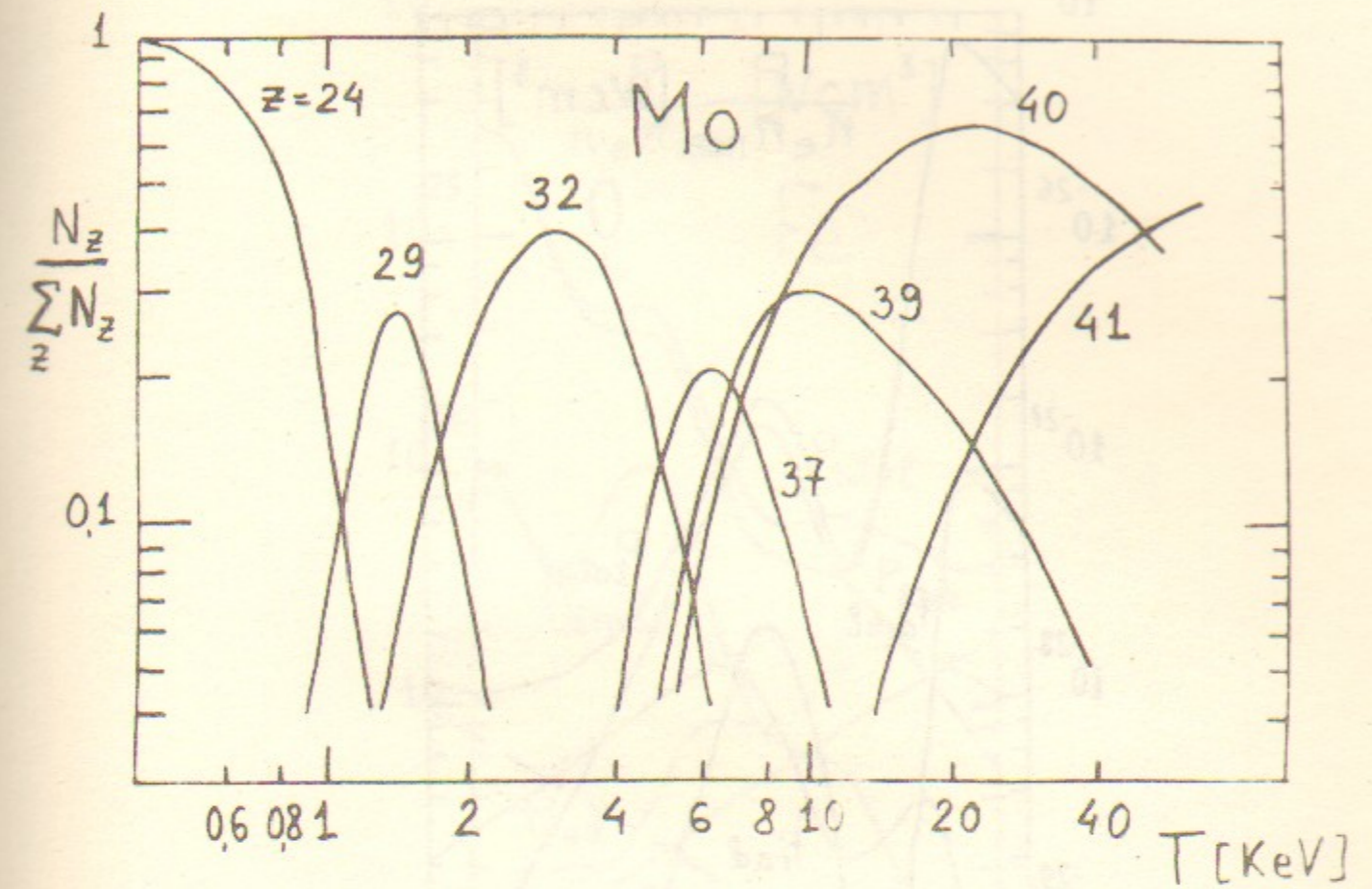


Рис.9. Ионизационный баланс. Молибден [21].

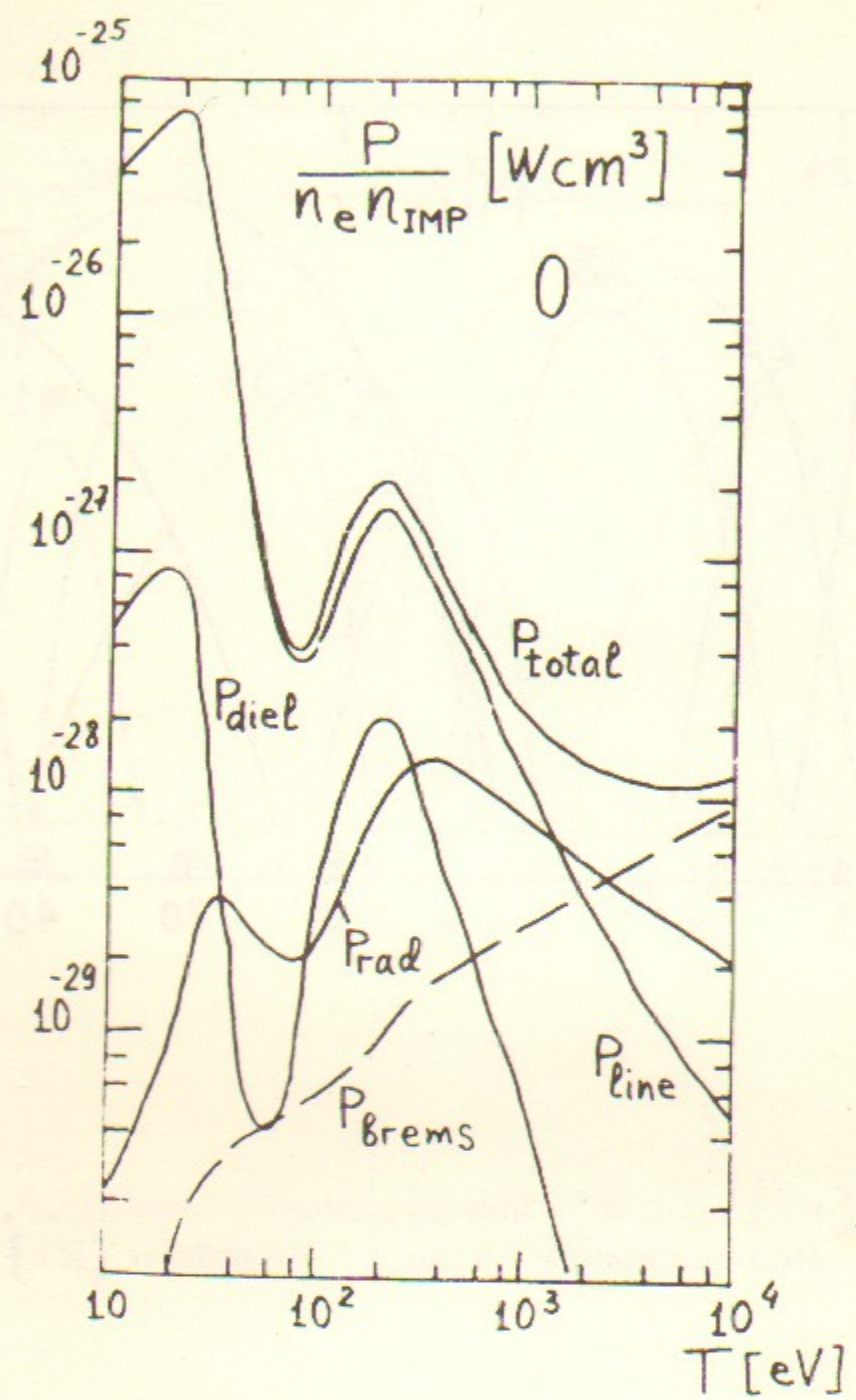


Рис.10. Потери энергии на излучение. Кислород [19].

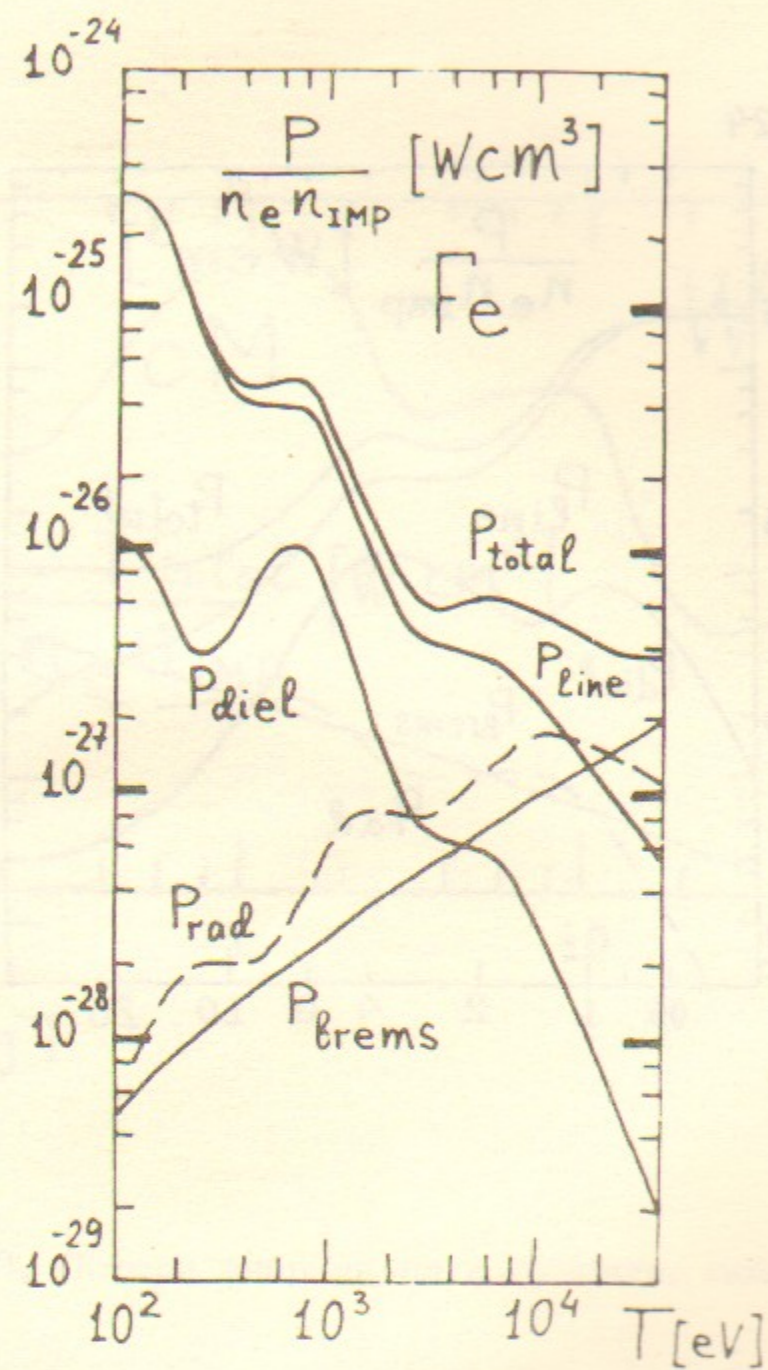


Рис.11. Потери энергии на излучение. Железо [19].

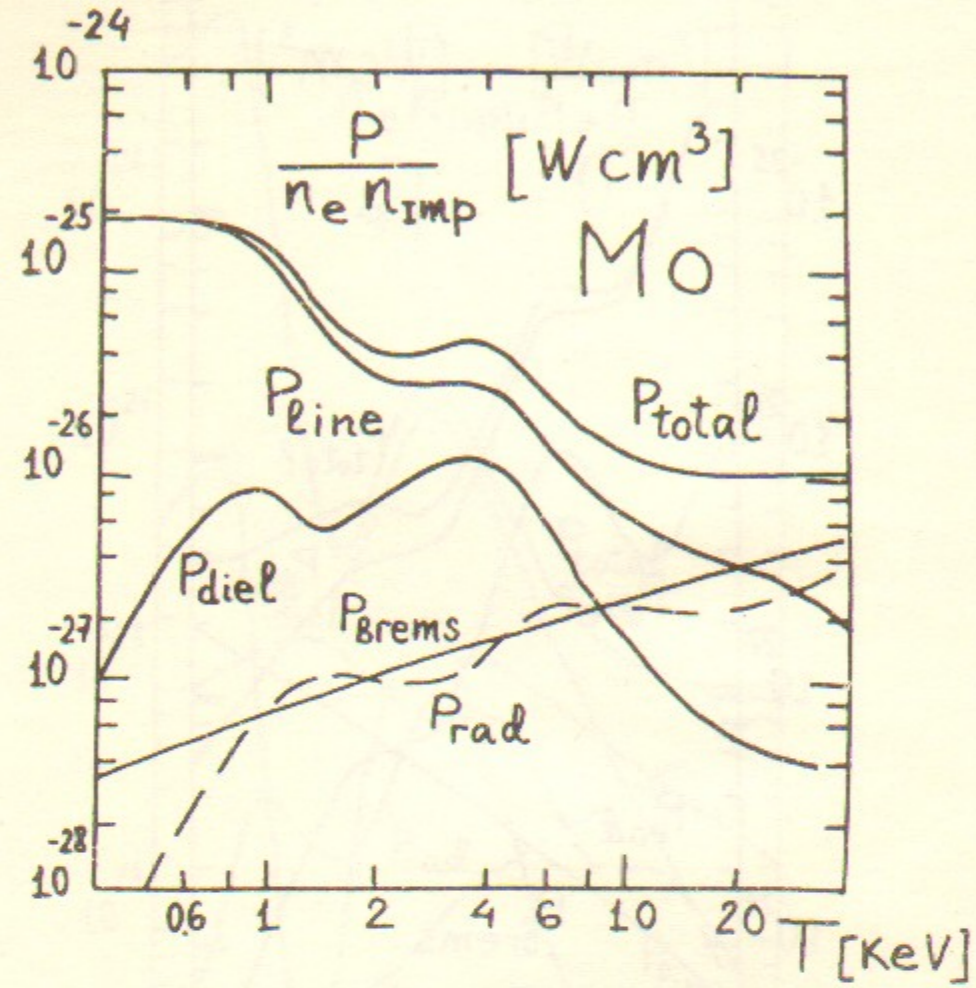


Рис.12. Потери энергии на излучение. Молибден [21].

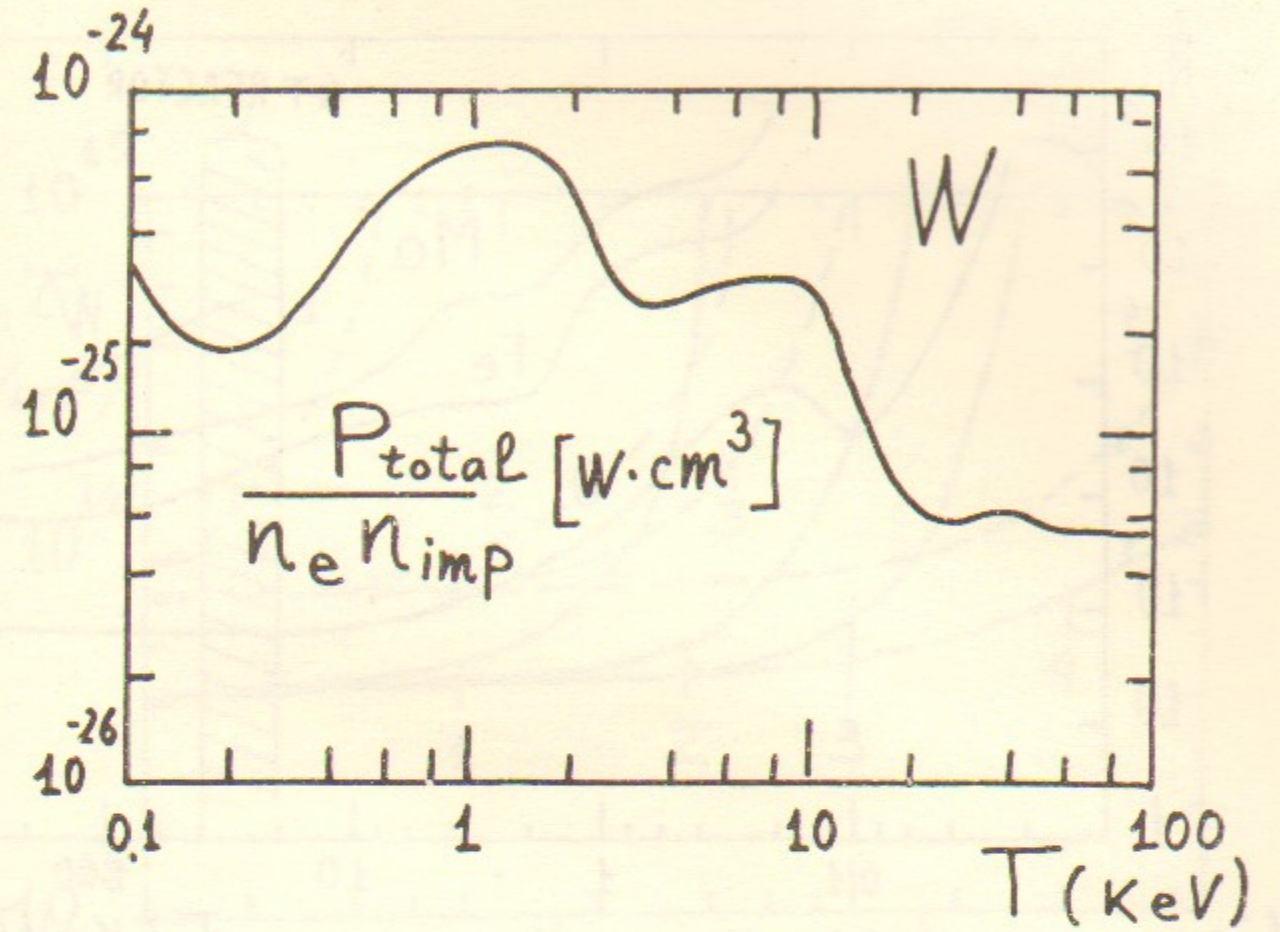


Рис.13. Потери энергии на излучение. Вольфрам [25].

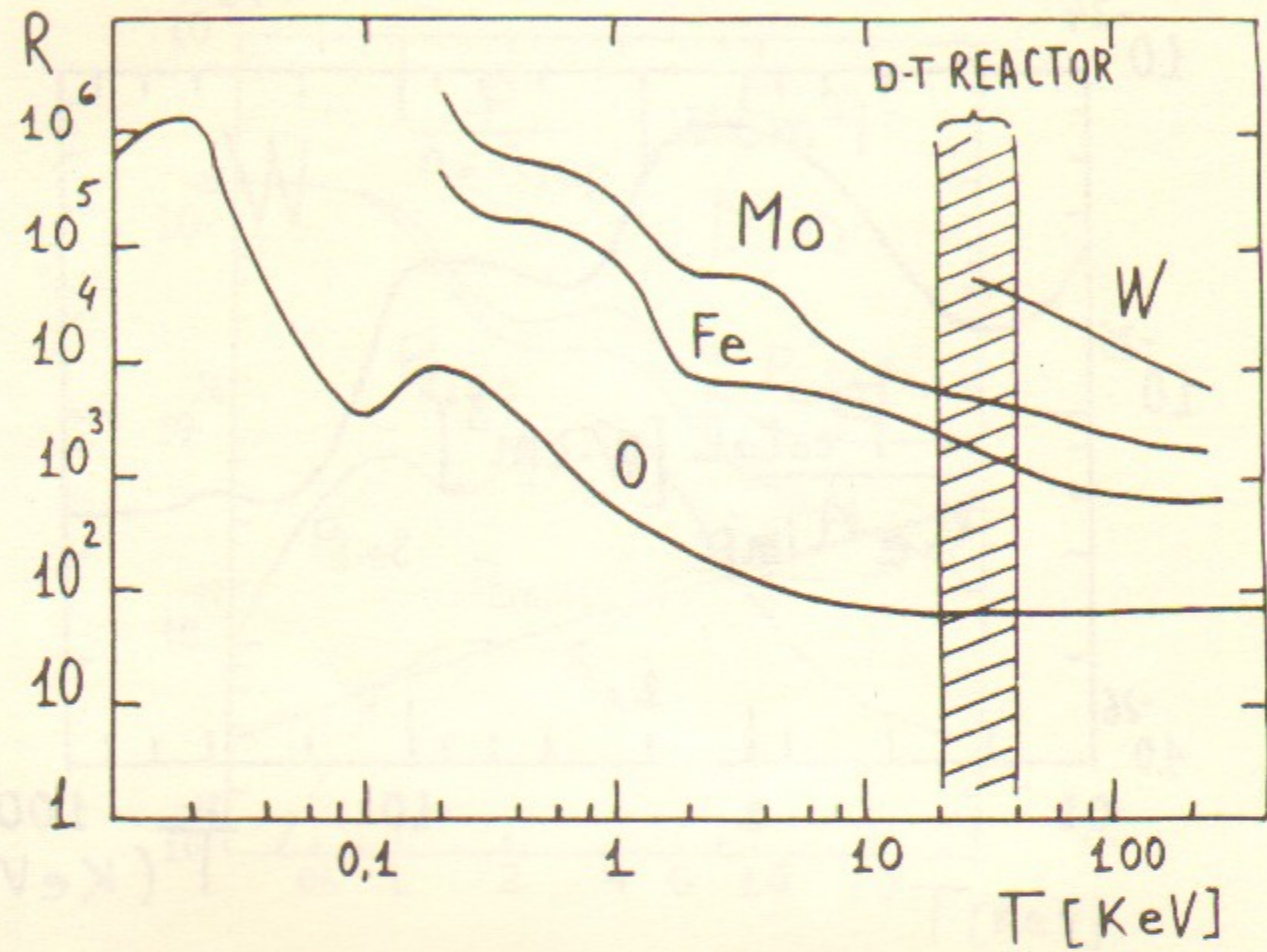


Рис.14. Отношение радиационных потерь на один ион примеси к потерям на тормозное излучение на один протон [21].

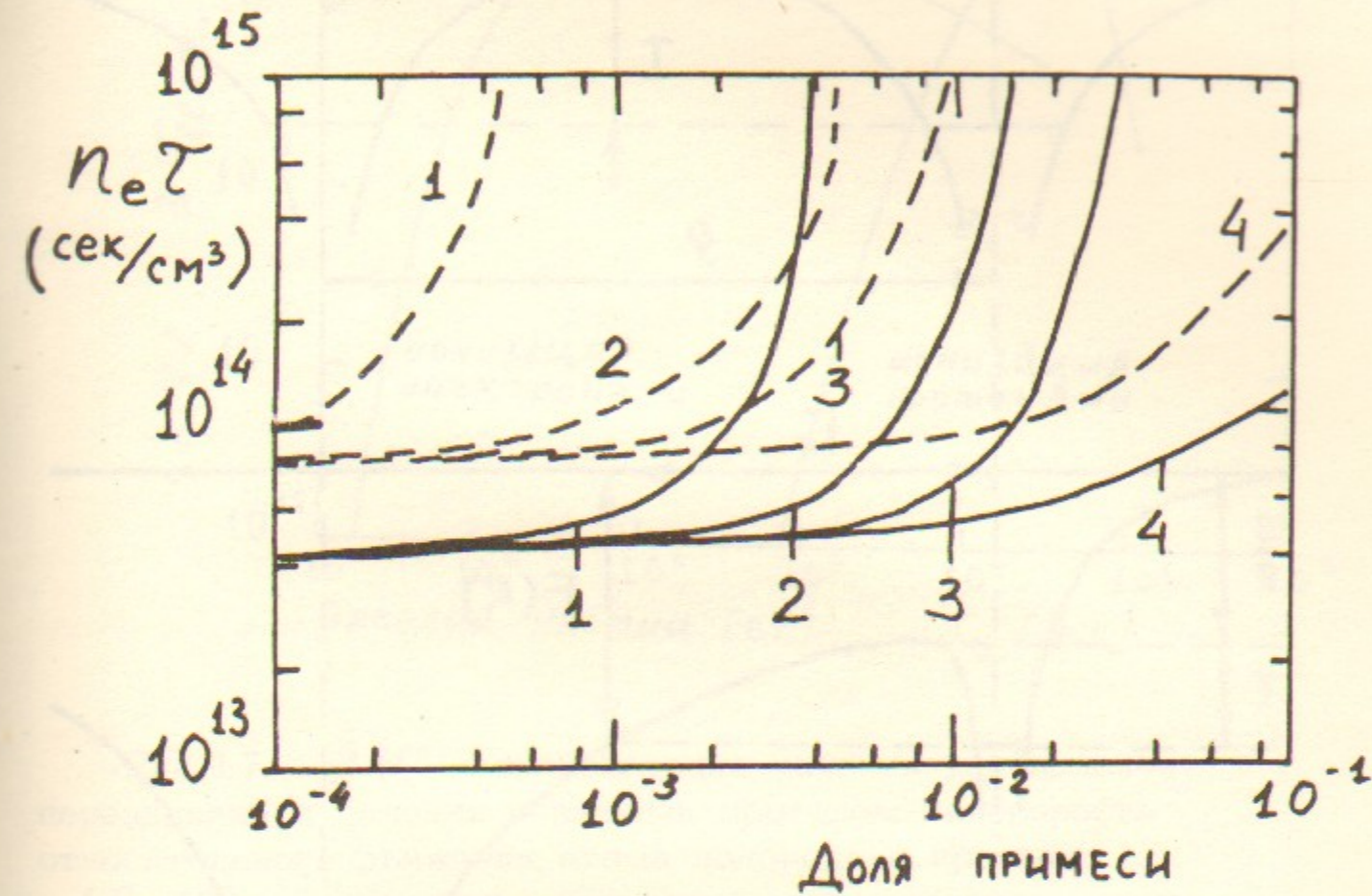


Рис.15. Критерий Лоусона для $d-t$ реактора [25], сплошные линии - для $T = 20$ КэВ, пунктир - для $T = 10$ КэВ.

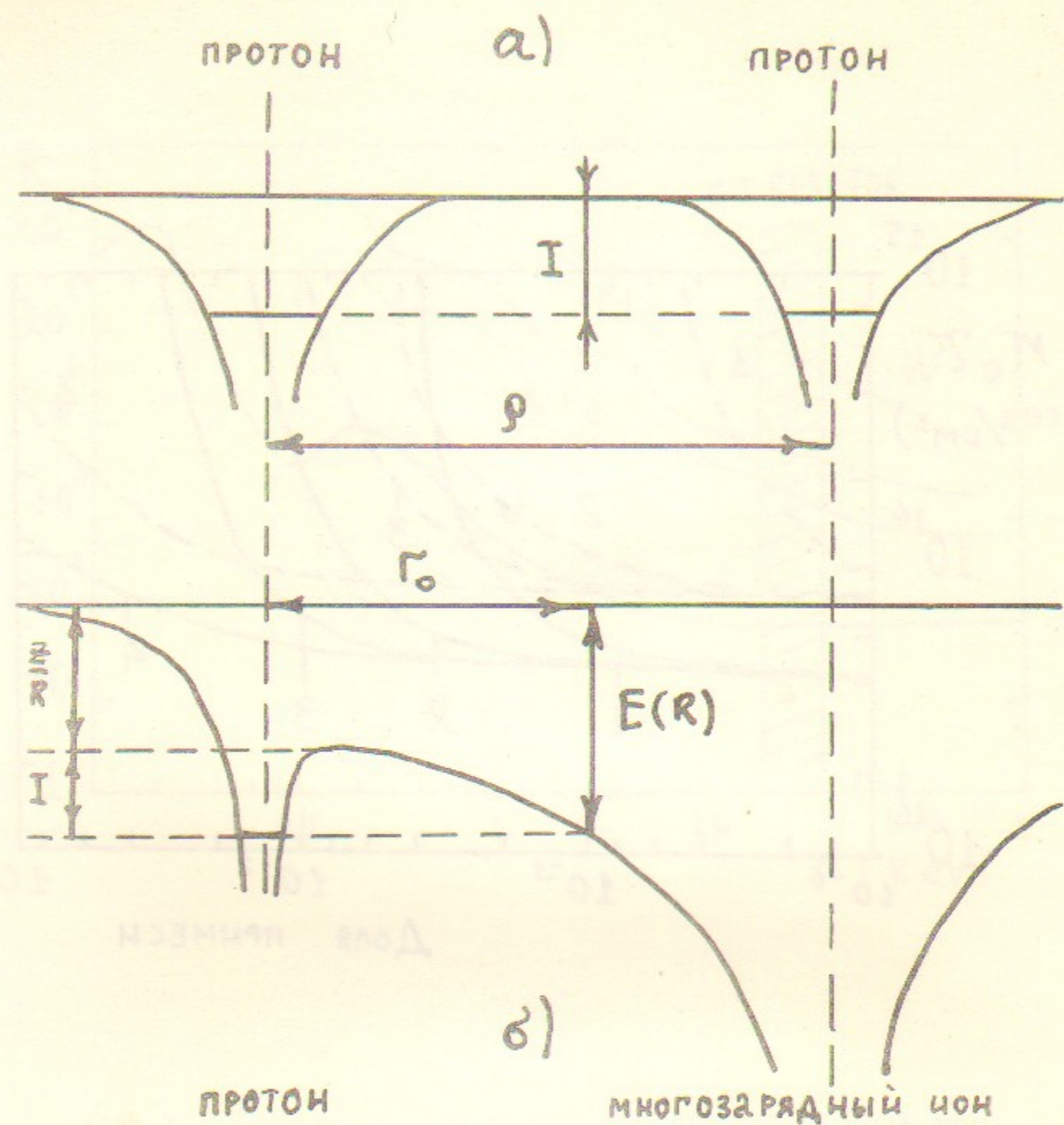


Рис.16. Потенциал взаимодействия электрона
 а) с двумя протонами, б) с протоном и многоза-
 рядным ионом.

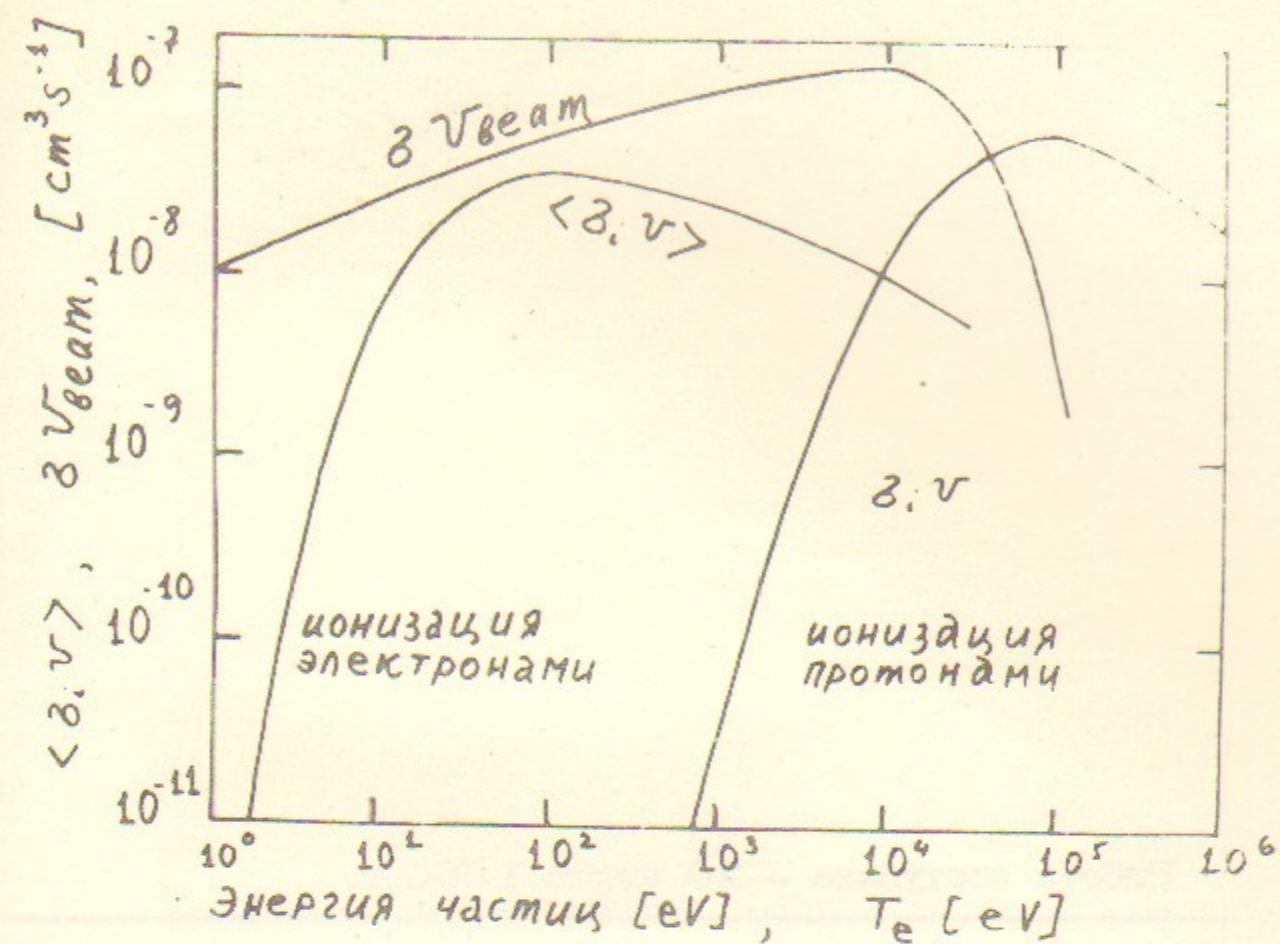


Рис.17. δV – произведение сечения резонансной
 перезарядки и сечения ионизации протоном на скорость
 относительного движения атома водорода и протона,
 $\langle \delta_i v \rangle$ – константа ионизации атома водорода элек-
 тронами.