

46

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

Л.М.Курдадзе, В.С.Панин, С.И.Эйдельман

**ВОССТАНОВЛЕНИЕ КИНЕМАТИКИ
ТРЕХ И ЧЕТЫРЕХЧАСТИЧНЫХ
РЕАКЦИЙ В e^+e^- АННИГИЛЯЦИИ**

ПРЕПРИНТ ИЯФ 79 - 62

Новосибирск

ВОССТАНОВЛЕНИЕ КИНЕМАТИКИ ТРЕХ И ЧЕТЫРЕХЧАСТИЧНЫХ
РЕАКЦИЙ В e^+e^- АННИГИЛЯЦИИ

Л.М.Курдадзе, В.С.Панин, С.И.Эйдельман.

Институт ядерной физики СО АН СССР,
Новосибирск-90

А Н Н О Т А Ц И Я

Рассмотрен вопрос о разрешении по энергии и инвариантной массе регистрируемых частиц при восстановлении кинематики трех- и четырехчастичных реакций на встречных e^+e^- пучках. Исследована зависимость разрешения от энергии пучков и пространственной конфигурации событий.

Введение

Определение энергии регистрируемых частиц является важной проблемой в экспериментах по физике высоких энергий. Обычно она решается либо применением магнитного анализа импульсов, либо оценкой энергии частицы по её ионизационным потерям в регистрирующих устройствах. Между тем во многих случаях имеется чисто кинематический метод—определение энергий частиц по измеренным значениям их углов, если известен их суммарный 4-импульс.

Подобное восстановление кинематики неоднократно применялось при обработке экспериментов на встречных e^+e^- -пучках в различных лабораториях; в Орсе— для изучения реакций $e^+e^- \rightarrow \omega, \varphi \rightarrow \frac{1}{2}\gamma, \pi^0\gamma, \pi^+\pi^-\pi^0$ /1,2/, во Фраскати для изучения реакции $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$ /3/ и $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+ 2\pi^-$ /4-6/, в Новосибирске при исследовании четырехтрековых событий /7/, в Гамбурге для выделения событий реакции $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ /8/.

Однако, вопрос о разрешении по энергии регистрируемых частиц и инвариантной массе различных комбинаций частиц, достижимом в этом методе, практически не рассматривался. Между тем понятно, что именно оно определяет точность разделения различных механизмов реакций, а также чувствительность детектора при поиске резонансов. Настоящая работа посвящена изучению этого вопроса. В п. I описана методика восстановления кинематики, вводится параметр, определяющий разрешение по энергии, получена простая формула, позволяющая оценить разрешение по энергии для произвольного детектора. В п. п. 2, 3 приведены результаты расчетов разрешения по энергии и инвариантной массе для детектора "ОЛЯ", применявшегося в экспериментах на ВЭПП-2М. В приложении приведены некоторые формулы, используемые при восстановлении кинематики трехчастичных реакций.

I. Методика восстановления кинематики. Разрешение по энергии.

Уравнения, выражающие законы сохранения энергии и импульса для рождения n частиц ($n=3,4$) в системе центра инерции, можно записать в виде:

$$\sum_{i=1}^n \vec{n}_i p_i = 0 \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n (p_i^2 + m_i^2)^{1/2} = 2E \quad (2)$$

где m_i, p_i, \vec{n}_i — соответственно масса, модуль и единичный вектор вдоль направления импульса i -й частицы. Если все родившиеся частицы зарегистрированы, то число неизвестных (p_i) не превосходит числа уравнений, и система может иметь однозначное решение, которое находится следующим образом. Выразим с помощью линейной системы (1) $n-1$ неизвестную величину p_i , через, например, p_n :

$$p_i = p_n \Delta_i / \Delta \quad (3)$$

Величины выражаются через единичные векторы \vec{n}_i :
для трех частиц

$$\begin{aligned} \Delta &= 1 - (\vec{n}_1 \vec{n}_2)^2 \\ \Delta_1 &= (\vec{n}_1 \vec{n}_2)(\vec{n}_2 \vec{n}_3) - (\vec{n}_3 \vec{n}_1) \\ \Delta_2 &= (\vec{n}_3 \vec{n}_1)(\vec{n}_1 \vec{n}_2) - (\vec{n}_2 \vec{n}_3) \end{aligned} \quad (4)$$

для четырех частиц

$$\Delta = \vec{n}_1 \vec{n}_2 \vec{n}_3$$

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= -\vec{n}_4 \vec{n}_2 \vec{n}_3 \\ \Delta_2 &= -\vec{n}_1 \vec{n}_4 \vec{n}_3 \\ \Delta_3 &= -\vec{n}_1 \vec{n}_2 \vec{n}_4 \end{aligned} \quad (5)$$

Подставляя результаты в уравнение (2), решаем его численно относительно p_n . Для того, чтобы система (1)-(2) имела физически осмысленное решение требуется выполнение следующих условий:

для $n=3$ — все \vec{n}_i лежат в одной плоскости, но не в одном полукруге,
для $n=4$ — не все \vec{n}_i лежат в одной полусфере.
Случаи, когда все \vec{n}_i лежат на одной прямой (для трех частиц), или в одной плоскости (для четырех) являются вырожденными — для них однозначное восстановление кинематики невозможно.

Особенностью восстановления трехчастичных событий является то, что для них условие существования решения практически никогда не выполняется: неточности в измерениях координат регистрируемых частиц обязательно приводят к раскомпланарности. Для того, чтобы восстановление сделать возможным, нужно спроектировать импульсы всех частиц на одну плоскость, после чего можно пользоваться описанной процедурой (см. Приложение).

Точность восстановления кинематики трех- или четырехчастичного события определяется координатным разрешением регистрирующей аппаратуры и зависит от пространственной конфигурации события. С приближением к вырожденному случаю (при этом все $\Delta \rightarrow 0$) точность ухудшается, так как даже небольшие погрешности в измерении углов приводят к относительно большим изменениям величин Δ , через которые выражаются искомые величины p . Аналитическое вычисление точности (среднеквадратичной ошибки) восстановления энергии регистрируемых частиц в общем случае исключительно громоздко, поэтому использовалась

численная методика. Трех- и четырехчастичные события моделировались методом Монте-Карло. Направляющие векторы всех частиц подвергались "порче", имитирующей пространственное разрешение детектора (с учетом многократного рассеяния).

После этого восстанавливалась энергия каждой частицы и определялось отклонение ΔE_i восстановленной энергии от истинной. Дисперсия D_i распределения по ΔE_i для некоторого множества событий характеризует точность восстановления энергии i -й частицы $\sigma_{E_i} = \sqrt{D_i}$.

При фиксированном пространственном разрешении разрешение по энергии σ_E , как отмечалось выше, определяется геометрической конфигурацией события, т.е. степенью его близости к вырожденному случаю. В качестве количественной характеристики этой близости естественно ввести параметр $\delta^* = \min(\alpha, \beta)$. Для трехчастичных событий он связан с минимальным углом (δ) между прямыми, проходящими через направляющие векторы частиц: $\delta^* = \sqrt{\Delta} \sin \delta$, δ может меняться от 0 до 60° , эта величина более удобна для применения ввиду наглядности её геометрического смысла.

Для четырехчастичных событий будем пользоваться величиной $\delta = 100 \cdot \delta^*$, $0 < \delta < 100 \cdot 4\sqrt{3}/9 \approx 77$. Результаты моделирования показывают, что разрешение однозначно определяется параметром δ : улучшается с его ростом.

Зависимость разрешения σ_E от энергии пучков рассчитывалась в диапазоне энергий 1-15 ГэВ. При этом выяснилось, что если не учитывать многократное рассеяние, то искомое разрешение дается универсальной, не зависящей от энергии пучков функцией δ . Удобно ввести вспомогательную величину $h = \sigma_p / \bar{p}$, где \bar{p} - средний импульс частицы: $\bar{p} = \sqrt{\bar{E}^2 - m^2}$, $\bar{E} = 2E/n$. Функция $h(\delta)$ хорошо аппроксимируется гиперболой: $h = \sigma_\Omega (a/\delta + b)$. σ_Ω - угловое разрешение детектора, a и b - константы.

На рис. 1-2 показана зависимость $h(\delta)$ для событий реакций $e^+e^- \rightarrow 4\pi^\pm, 3\gamma$. Статистические ошибки здесь и ниже не указаны, чтобы не загромождать рисунки, масштаб их виден из разбро-

са точек.

Вклад многократного рассеяния можно приближенно учесть, умножив $h(\delta)$ на $(1 + \sigma^2(\bar{p})/\sigma_\Omega^2)^{1/2}$, где $\sigma(\bar{p})$ - средне-квадратичный угол многократного рассеяния, соответствующий среднему импульсу частицы в событии. Так для детектора "ОЛЯ" /9/ при энергии $2E = 1$ ГэВ фактор многократного рассеяния составляет примерно 1,5.

2. Разрешение по энергии для детектора "ОЛЯ".

На основании описанной выше процедуры были проведены расчеты энергетического разрешения при восстановлении кинематики реакций $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma, \pi^+\pi^-\gamma, 2\pi^+2\pi^-$ - для детектора "ОЛЯ" с учетом многократного рассеяния в стенке вакуумной камеры и первом запускающем счетчике. Во всех расчетах угловое разрешение принималось равным 1° для заряженной частицы и 3° для фотона.

На рис. 3 показана зависимость энергетического разрешения σ_E от δ и функция распределения событий $\varepsilon(\delta)$ по этому параметру ($\varepsilon(x)$ - доля числа событий с $x \leq \delta$) для реакции $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$. На рис. 4-5 то же самое для процессов $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$. Все процессы моделировались в приближении равномерного распределения по фазовому объему, поэтому зависимость $\varepsilon(\delta)$, показанная на рисунках, только для процесса $e^+e^- \rightarrow 4\pi^\pm$ хорошо отражает реальность, для остальных процессов кривые $\varepsilon(\delta)$ имеют лишь ориентировочный характер. Для точного определения зависимости $\varepsilon(\delta)$ требуется моделирование процесса с правильным матричным элементом.

Пользуясь рисунками 3-5, можно найти потерю эффективности за счет обрезания по параметру δ для любой желаемой точности восстановления кинематики рассмотренных процессов. Например, из рис. 3 видно, что для достижения точности $\sigma_E/\bar{E} = 5\%$ необходимо отобрать события с $\delta > 12$, при этом сохраняется около 40% статистики.

3. Разрешение по инвариантной массе для детектора "ОЛН"

При восстановлении кинематики различных реакций весьма актуальным является вопрос о разрешении по инвариантной массе для разных групп рождающихся частиц. Действительно, знание величины разрешения совершенно необходимо при поиске резонансов в системе двух или трех частиц в конечном состоянии или для сравнения экспериментальных распределений с теоретическими предсказаниями. Ясно, что разрешение по инвариантной массе трех частиц полностью определяется энергетическим разрешением из-за однозначной связи инвариантной массы с энергией четвертой частицы. Поэтому далее мы рассматриваем только резонансы в системе двух частиц, ограничиваясь реакциями, представляющими интерес для области энергии вблизи ψ -мезона.

При энергии $2E = 1300$ МэВ моделировался процесс $e^+e^- \rightarrow V^0 \pi^+ \pi^-$ с последующим распадом резонанса V^0 на $\pi^+ \pi^-$. Для определенности масса резонанса считалась равной массе

ψ -мезона. Расчеты проводились при трех значениях ширины резонанса: $\Gamma = 1, 10$ и 150 МэВ. Угловые распределения конечных частиц слабо зависят от Γ в этом диапазоне ширин, поэтому точность восстановления σ_M зависит только от δ и составляет около 20 МэВ при $\delta > 10$. При таком обрезании сохраняется около 50% статистики. Более подробная информация о разрешении в этом процессе представлена в таблице I. Все события разбиты на 3 группы в зависимости от значения параметра δ . Во 2-й строке указана вероятность попадания в данный интервал δ в%. В трех последних строках указаны значения σ_M в МэВ для разных пар частиц. Нумерация пар такова, что 1 соответствует паре π^+ -мезонов, полученных из распада V^0 , 2-паре оставшихся, 3-смешанным комбинациям.

Результаты аналогичного расчета для процесса $e^+e^- \rightarrow \psi^+ \pi^- \pi^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$ приведены в Таблице II. Нумерация инвариантных масс следующая: 1 соответствует паре заряженных π -мезонов, 2- паре фотонов; 3 -сочетаниям $\pi^+ \gamma$.

Видно, что при $\delta > 10$ разрешение по инвариантной массе пары фотонов составляет 14 МэВ, т.е. масса π^0 -мезона восстанавливается с точностью 10%. При этом сохраняется около 40% статистики.

Таблицы III и IV содержат результаты расчета разрешения для реакций $e^+e^- \rightarrow \pi^0 \gamma \rightarrow 3\gamma$ и $e^+e^- \rightarrow \eta^0 \gamma \rightarrow 3\gamma$. Здесь 1 соответствует паре фотонов, образовавшихся при распаде резонанса, 2 -смешанным комбинациям. При таком же обрезании $\delta > 10$ разрешение по массе π^0 и η^0 -мезонов составляет соответственно 13% и 6%. Статистическая ошибка при этом составляет около 5% от величин σ_M .

Таблица I

$$e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$$

$$2E = 1300 \text{ МэВ},$$

$$\sigma_{\Omega} = 1^\circ, N = 1000.$$

δ	: 0-5	: 5-10	: > 10
вероятность (%)	: 25	: 26	: 49
σ_M	: 1	: 65	: 42
(МэВ)	: 2	: 53	: 18
	: 3	: 47	: 13

Таблица II

$$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$$

$$2E = 1020 \text{ МэВ},$$

$$\sigma_{\Omega} = 1^\circ, \sigma_{\Omega\gamma} = 3^\circ,$$

$$N = 1000.$$

δ	: 0-5	: 5-10	: > 10
вероятность (%)	: 29	: 26	: 45
σ_M	: 1	: 40	: 23
(МэВ)	: 2	: 45	: 14
	: 3	: 65	: 24

Таблица III

$$e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma \rightarrow 3\gamma$$

$$2E = 1020 \text{ МэВ},$$

$$\sigma_{\Omega} = 3^\circ, N = 500.$$

δ	: 0-5	: 5-10	: > 10
вероятность (%)	: 28	: 32	: 40
σ_M	: 1	: 42	: 34
(МэВ)	: 2	: 74	: 63
			: 58

Таблица IV.

$$e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma \rightarrow 3\gamma$$

$$2E = 1020 \text{ МэВ},$$

$$\sigma_{\Omega} = 3^\circ, N = 500.$$

δ	: 0-5	: 5-10	: 10
вероятность (%)	: 3	: 7	: 90
σ_M	: 1	: 123	: 90
(МэВ)	: 2	: 63	: 47
			: 23

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для восстановления кинематики трех- и четырехчастичных реакций, наблюдаемых на установках со встречными пучками определен параметр ξ , характеризующий пространственную конфигурацию событий, который однозначно определяет разрешение по энергиям конечных частиц и инвариантным массам пар при известном угловом разрешении детектора и заданной полной энергии. Для процессов $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$, $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ найдены простые универсальные функции, позволяющие легко оценить энергетическое разрешение детектора.

Расчеты, проведенные для ряда типичных реакций применительно к детектору "ОЛН" при энергии около 1 ГэВ, показывают возможность наблюдения резонансов типа π^0, ρ^0, ω в процессах $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$, $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ и восстановления их масс с точностью порядка нескольких процентов при геометрической эффективности регистрации (за счет обрезания по параметру ξ) на уровне 50%. Недавно получены первые экспериментальные результаты по восстановлению кинематики реакции

$e^+e^- \rightarrow \varphi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma\gamma$ с применением описанной методики /10/. Разрешение по инвариантной массе двух фотонов составило 20 МэВ при $\xi > 5$, что находится в хорошем согласии с результатами расчетов.

Авторы благодарны В.А.Сидорову, Б.А.Шварцу, А.Г.Чилингарову, М.Д.Лельчуку за интерес к работе и полезные обсуждения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приведем некоторые формулы, используемые при восстановлении трехчастичных событий.

1) Проектирование вектора импульса фотона на плоскость разлета заряженных частиц.

Введем единичный вектор $\vec{\beta}$, направленный по нормали к плоскости: $\vec{\beta} = (\vec{n}_1 \times \vec{n}_2) / |\vec{n}_1 \times \vec{n}_2|$. Вектор проекции направляющего вектора фотона равен $\vec{n}'_3 = \vec{n}_3 - \vec{\beta}(\vec{n}_3 \vec{\beta})$, нормируем его на единицу, сохраняя обозначение $\vec{n}'_3 = (\vec{n}_3 - \vec{\beta}(\vec{n}_3 \vec{\beta})) / \cos \alpha$, α - угол раскомпланарности.

Решая систему (I) с \vec{n}'_3 вместо \vec{n}_3 , получаем:

$$P_i = P_3 \left((\vec{n}'_3 \vec{n}_2)(\vec{n}_2 \vec{n}_1) - (\vec{n}'_3 \vec{n}_1)(\vec{n}_2 \vec{n}_2) \right) / (1 - (\vec{n}'_3 \vec{n}_2)^2)$$

Подставляя в решение \vec{n}'_3 выраженный через \vec{n}_3 , с учетом того, что $(\vec{\beta}, \vec{n}_{1,2}) = 0$ получаем окончательно:

$$P_i = \Delta_i / (\Delta \cos \alpha) \quad i=1,2; \quad \Delta, \Delta_i \text{ определены в основном тексте.}$$

$$\sin \alpha = (\vec{n}_3 \vec{\beta}) = \frac{\vec{n}_1 \vec{n}_2 \vec{n}_3}{|\vec{n}_1 \times \vec{n}_2|} \equiv y$$

$$\cos \alpha \equiv x = \sqrt{1-y^2}$$

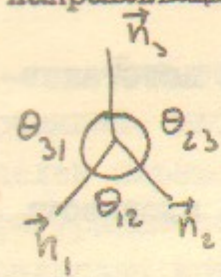
$$\alpha = \arctg(y/x) \quad -\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

По углу раскомпланарности α можно делать отбраковку при обработке экспериментальных данных.

2) Симметричная процедура для ультрарелятивистских частиц.

При отсутствии раскомпланарности можно выразить энергии частиц через углы между ними в плоскости разлета (I П) или через

направляющие векторы (2 П):



$$\nu_i \equiv \frac{\varepsilon_i}{E} = 1 - \operatorname{ctg} \frac{\theta_{ij}}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\theta_{ik}}{2} \quad (1 П)$$

$$\nu_i = 1 - \sqrt{\frac{(1 + C_{ij})(1 + C_{ik})}{(1 - C_{ij})(1 - C_{ik})}}, \quad C_{ij} = (\vec{n}_i, \vec{n}_j) \quad (2 П)$$

При наличии раскомпланарности проведем плоскость (Q) через концы векторов \vec{n}_i . Единичный вектор нормали \vec{p} к этой плоскости находится из условий $(\vec{p}, \vec{n}_1) = (\vec{p}, \vec{n}_2) = (\vec{p}, \vec{n}_3)$. Легко проверить, что $\vec{p} = \alpha (\vec{n}_1 \times \vec{n}_2 + \vec{n}_2 \times \vec{n}_3 + \vec{n}_3 \times \vec{n}_1)$ α - нормировочный множитель. Спроектируем все векторы \vec{n}_i на плоскость Q и нормируем их на единицу:

$$\vec{n}'_i = (\vec{n}_i - \alpha \vec{p}) / \sqrt{1 - \alpha^2}, \quad \alpha = (\vec{n}_i, \vec{p})$$

Для скалярных произведений имеем: $(\vec{n}'_i, \vec{n}'_j) = (\vec{n}_i, \vec{n}_j - \alpha^2) / (1 - \alpha^2)$. Подстановка в (2 П) \vec{n}'_i вместо \vec{n}_i приводит к результату, выраженному через исходные векторы задачи:

$$\nu_i = 1 - \sqrt{\frac{(1 - 2\alpha^2 + C_{ij})(1 - 2\alpha^2 + C_{ik})}{(1 - C_{ij})(1 - C_{ik})}} \quad (3 П)$$

$$\alpha^2 = \vec{n}_1, \vec{n}_2, \vec{n}_3 \left\{ 3 - C_{12}^2 - C_{23}^2 - C_{31}^2 + 2(C_{12}C_{23} + C_{23}C_{31} + C_{31}C_{12} - C_{12} - C_{23} - C_{31}) \right\}^{-1} \quad (4 П)$$

где C_{ij} - те же самые числа, что и в (2 П).

ЛИТЕРАТУРА

1. G. Cosme et al., Phys.Lett. B63(1976)352.
2. G. Parrou et al., Phys.Lett. B63(1976)357.
3. C. Bacci et al., Phys.Lett. B44(1973)530.
4. G. Barbarino et al., Lett. Nuovo Cimento 3(1972)689.
5. M. Grilli et al., Nuovo Cimento, 13A(1973)593.
6. M. Bernardini et al., Phys.Lett. B53(1974)384.
7. В.А. Сидоров, Труды 18 Международной конференции по физике высоких энергий, т.2, стр. В13, Тбилиси, 1976.
8. W. Braunschweig et al., Phys.Lett. B67(1977)249.
9. В.М. Аульченко и др., Материалы семинара по обработке физической информации, Ереван, 1976, стр.88.
10. Л.М. Курдадзе и др., Препринт ИЯФ 79-70, 1979.

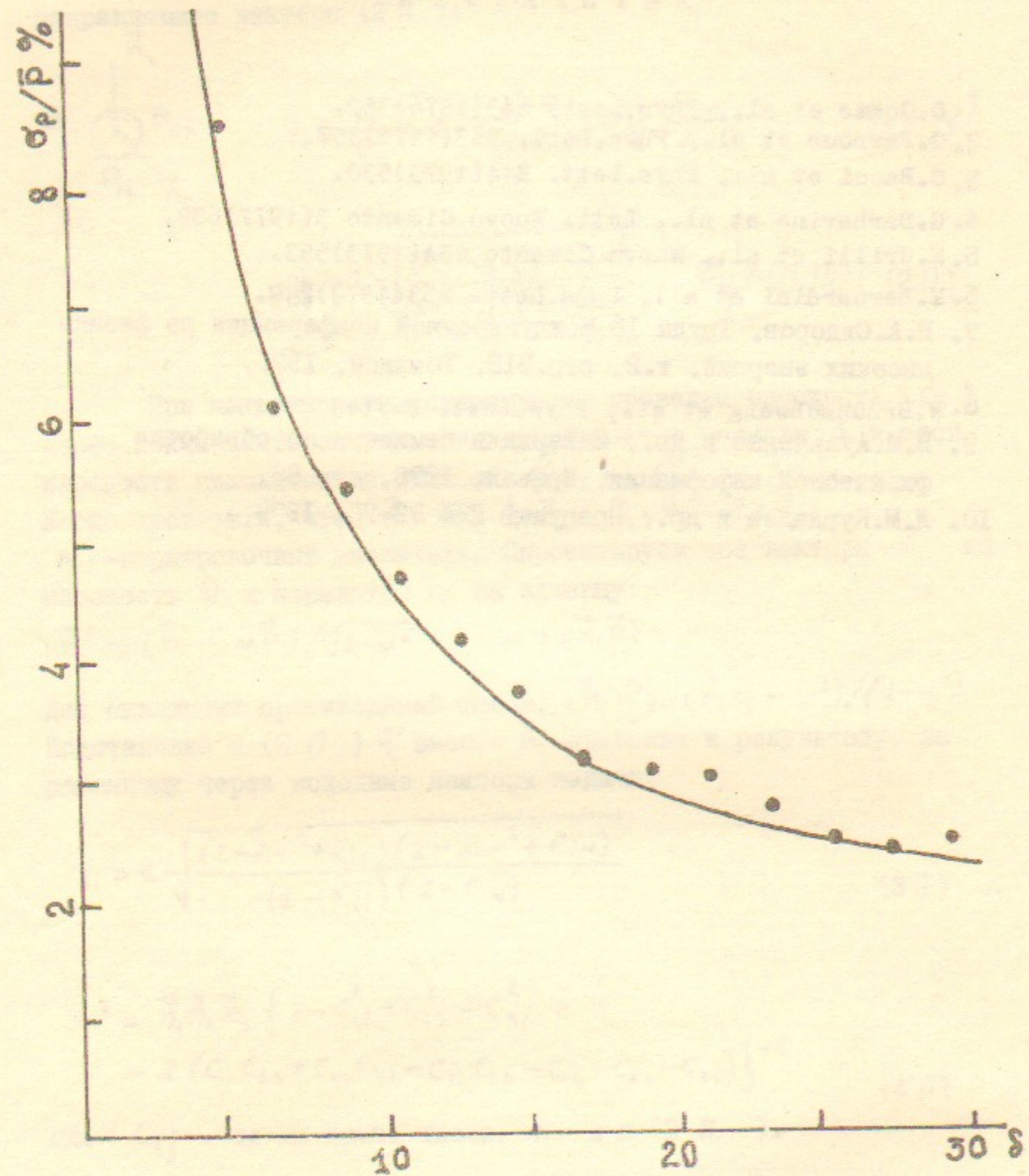


Рис.1. Зависимость разрешения от δ для процесса $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$. Сплошная кривая-гипербола: $\sigma_p/\bar{\sigma}_p = a/\delta + b$, $a=35$, $b=1.2$; $\sigma_\Omega=1^\circ$.

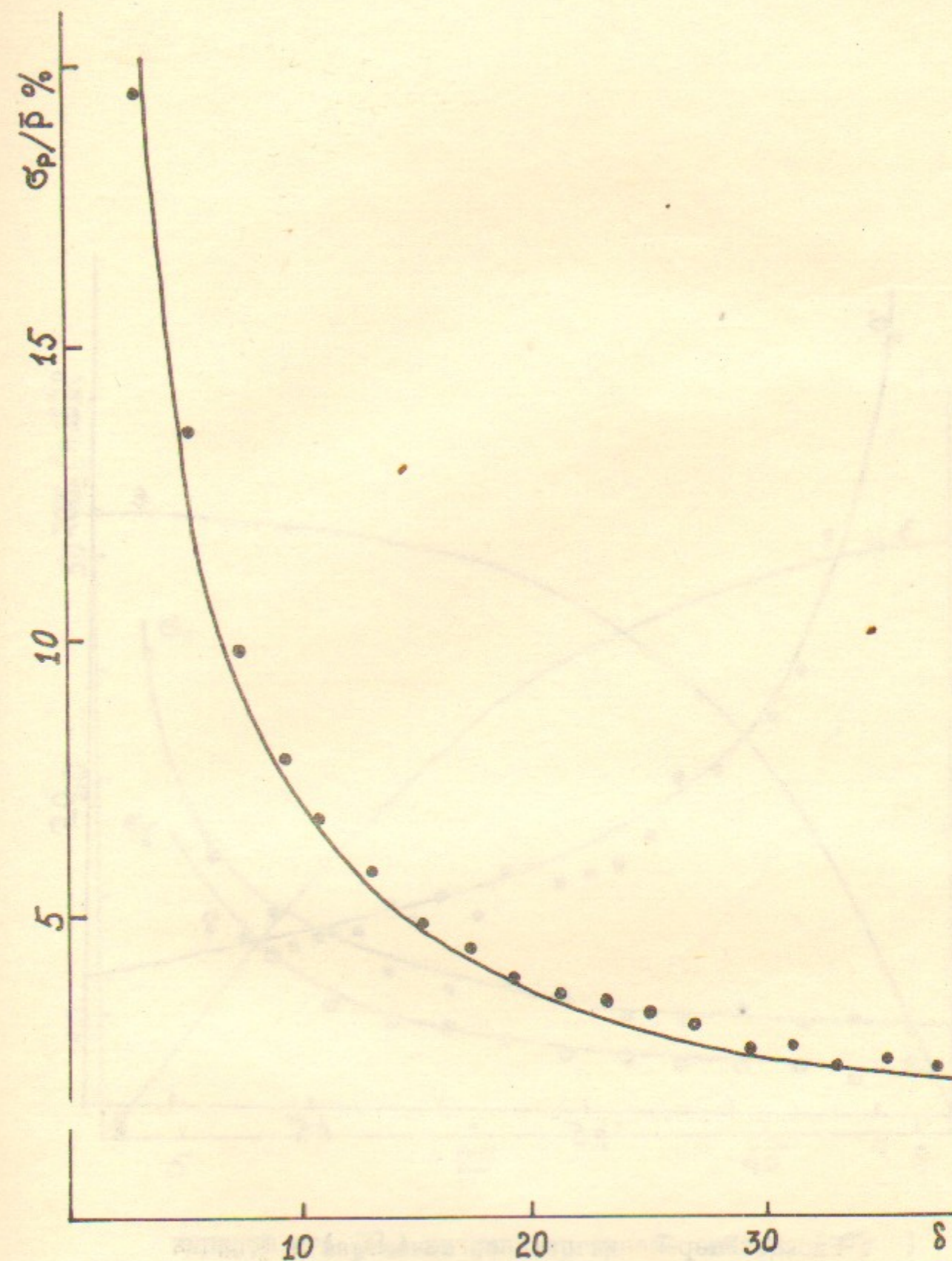


Рис.2. Зависимость разрешения от δ для процесса $e^+e^- \rightarrow 3\pi$. Сплошная кривая - гипербола: $\sigma_p/\bar{\sigma}_p = a/\delta + b$, $a=64$, $b=0.7$; $\sigma_\Omega=3^\circ$.

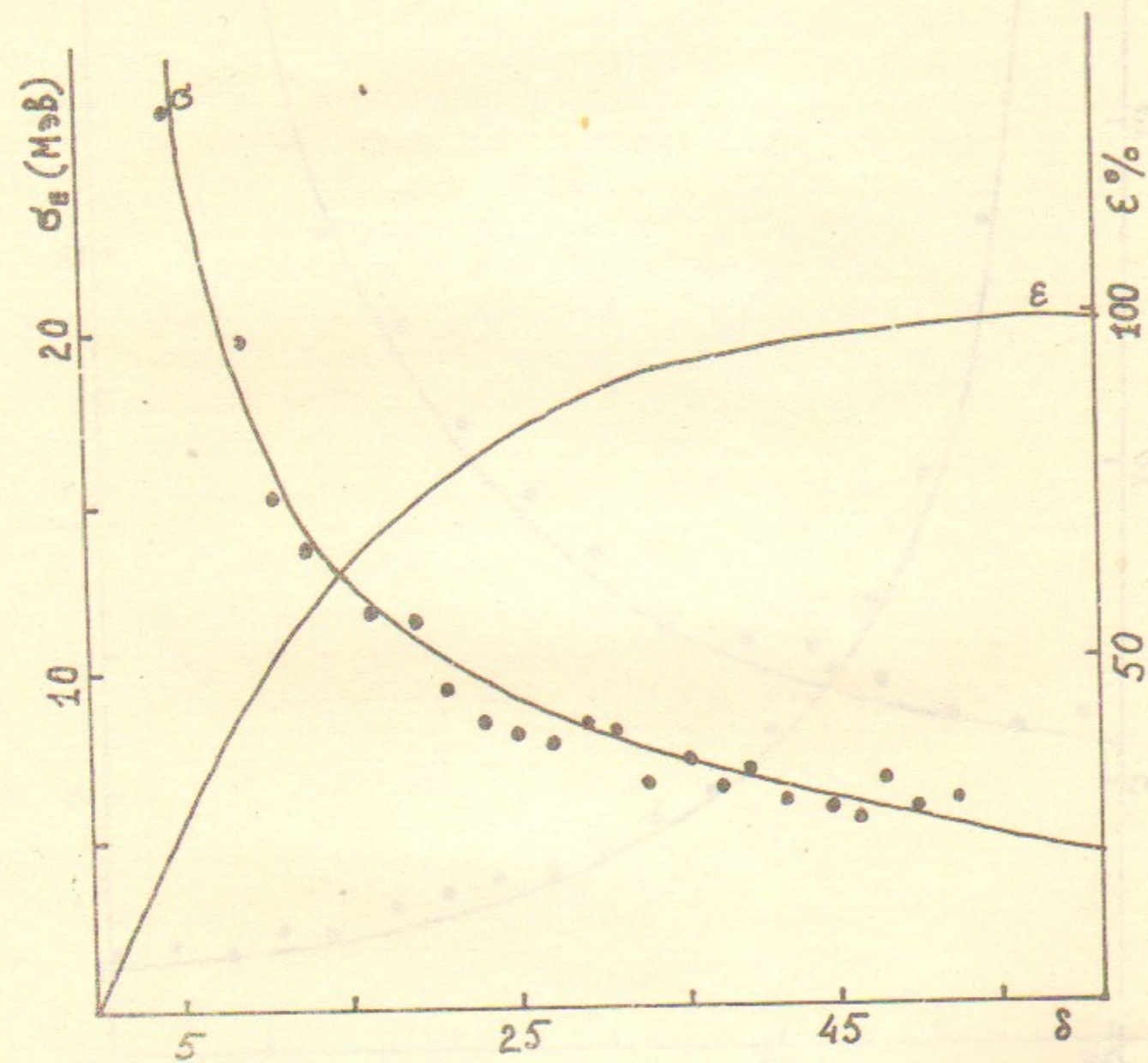


Рис.3. Разрешение по энергии (σ_E) и функция распределения (ε) для процесса $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$. $2E = 1200 \text{ МэВ}$, $\sigma_{\Omega} = 1^\circ$.

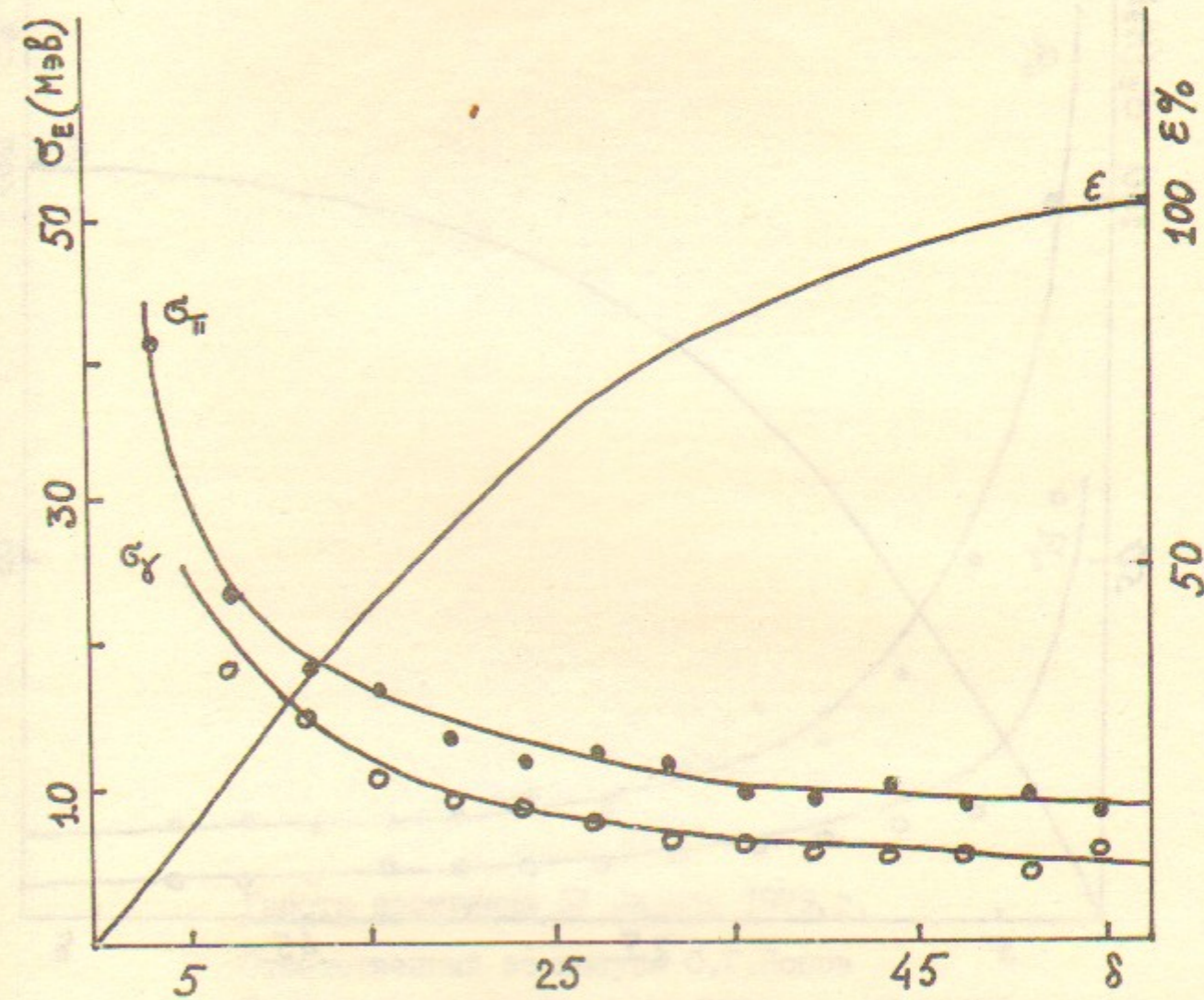


Рис.4. Разрешение по энергии π -мезона (σ_π) и фотона (σ_γ) и функция распределения (ε) для процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$, $2E = 1200 \text{ МэВ}$, $\sigma_{\Omega_\pi} = 1^\circ$, $\sigma_{\Omega_\gamma} = 3^\circ$.

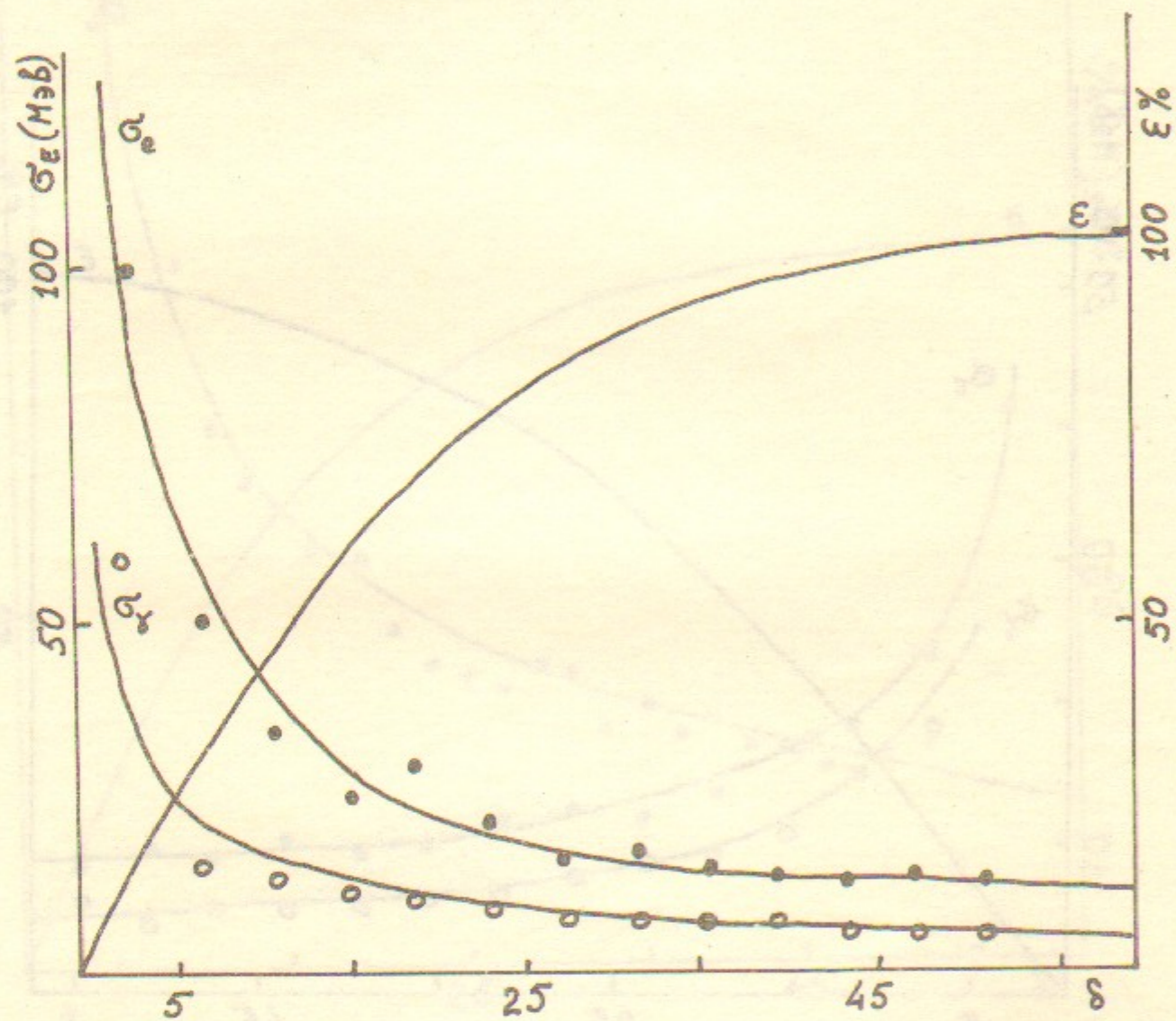


Рис. 5. Разрешение по энергии электрона (σ_e) и фотона (σ_γ) и функция распределения (ε) для процесса $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$, $2E = 1200$ МэВ, $\sigma_{\lambda e} = 1^\circ$, $\sigma_{\lambda \gamma} = 3^\circ$.

Работа поступила 31 января 1979 г.

Ответственный за выпуск С.Г.Попов

Подписано к печати 6.08.1979 г. МН 06077

Усл.л., 2 печ.л., 1,0 учетно-изд.л

Тираж 200 экз. Бесплатно

Заказ № 62

Отпечатано на ротационной машине ИЯФ СО АН СССР