49

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

Г.В.Ступаков

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ УМЕНЬШЕНИЯ ПОПЕРЕЧНЫХ ПОТЕРЬ ПЛАЗМЫ ИЗ АМБИПОЛЯРНОЙ ЛОВУШКИ

ПРЕПРИНТ ИЯФ 78-94

Новосибирск

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ УМЕНЬШЕНИЯ ПОПЕРЕЧНЫХ ПОТЕРЬ ПЛАЗМЫ ИЗ АМБИПОЛЯРНОЙ ЛОВУШКИ

Г.В.Ступаков

А Н Н О Т А Ц И Я

Радиальные смещения частиц Δr при отражении от аксиально-несимметричной пробки амбиполярной ловушки могут проявляться в усиленных потерях плазмы из ловушки. В работе рассматривается возможность уменьшения этих потерь с помощью специального выбора геометрии магнитного поля пробки, приводящей к существенному уменьшению Δr . В параксиальном приближении получено уравнение, связывающее напряженности аксиально-симметричной и квадрупольной компоненты такого поля.

ONE METHOD OF TRANSVERSE PLASMA LOSSES DECREASE IN AN AMBIPOLAR TRAP

G.V.Stupakov

A B S T R A C T

The particle radial displacement Δr due to reflection from the nonaxisymmetric mirror of the ambipolar trap can result in the enhanced plasma losses. We consider a possibility to reduce these losses by the special choice of the mirror magnetic field which gives essential decrease in Δr . Using paraxial approximation we obtaine the relationship between axisymmetric and quadrupole components of such a field.

Аксиальная несимметрия амбиполярных ловушек [I,2], как следует из работ [3-5], приводит к возрастанию поперечных потерь плазмы по сравнению с классическими. В строящихся сейчас амбиполярных ловушках предполагаемые параметры плазмы таковы, что в них должен осуществляться резонансный режим диффузии. Этот режим рассмотрен в работе [5], где показано, что максимальная скорость переноса пропорциональна квадрату радиального смещения Δr при отражении частицы от пробки, по порядку величины равному $\rho_H R/L_n$, где ρ_H – ларморовский радиус частицы, R – радиус плазмы, L_n – длина пробки. Естественный способ уменьшения поперечных потерь состоит в том, чтобы среди возможных конфигураций квадрупольной магнитной пробки выбрать такую, для которой бы Δr было минимально. В такой постановке эта задача была сформулирована в работе [6], хотя еще раньше возможность уменьшения Δr обсуждалась Д.А.Пановым. В настоящем сообщении показано, что существует довольно широкий класс магнитных полей квадрупольной симметрии, уменьшающих Δr в $(R/L_n)^2$ раз, до значения $\Delta r \sim \rho_H (R/L_n)^3$ (предполагается, что магнитное поле в пробке параксиально, так что R/L_n – малая величина), и получено уравнение, из которого определяются такие поля.

Отметим сразу, что вывод о том, что скорость переноса в резонансном режиме определяется только радиальным смещением в пробке, справедлив, когда поверхности $p = const$ аксиально-симметричны на длинной части ловушки. Вообще говоря, при конечном, хотя и малом β (β – отношение давления плазмы к давлению магнитного поля) это может быть не так: сечение поверхностей постоянного давления в центральной части ловушки могут отличаться от окружностей (см. [7]). При этом в перенос будет вносить вклад также азимутальное смещение в пробке и уменьшение Δr не приведет к существенному ослаблению потерь из ловушки. Таким образом, описанные ниже магнитные конфигурации обладают преимуществом только в случае цилиндрических поверхностей $p = const$.

Поле магнитной пробки в параксиальном приближении задается двумя функциями $\mathcal{H}(z)$ и $h(z)$:

$$H_z = \mathcal{H} - \frac{1}{4} r^2 \mathcal{H}'' - r^2 h' \cos 2\psi,$$

$$H_r = -2rh\cos 2\psi - \frac{1}{2} r \mathcal{H}', \qquad (I)$$

$$H_\psi = 2rh\sin 2\psi.$$

Здесь используется цилиндрическая система координат r, ψ, z с осью z, направленной вдоль оси системы. На большом расстоянии от пробки, $z \gg L_n$, h обращается в нуль, а $\mathcal{H}$ стремится к постоянному значению H_0. Величину смещения частицы при отражении от пробки можно определить, если известен продольный инвариант I (см., например, [8]),

$$I = \int v_{\parallel} ds = (2/m)^{1/2} \int (\varepsilon - \mu H)^{1/2} ds . \qquad (2)$$

Здесь ε и μ – энергия и магнитный момент частицы, ds – элемент дуги силовой линии, а интегрирование ведется по области магнитной пробки, там где подкоренное выражение в (2) больше нуля. Если I задан как функция координат силовой линии на большом расстоянии от пробки r_0, ψ_0 и параметров ε, μ, то $\Delta r \backsim \partial I/\partial \psi_0$. Выражение для I (точнее, той его части $\widetilde{I}$, которая зависит от ψ_0) в магнитном поле (I) с точностью до членов $\sim (R/L_n)^2$ получено в работе [4] и имеет вид

$$\widetilde{I} = (8m)^{-1/2} H_0 r_0^2 \cos 2\psi_0 \int_{z_1}^{\infty} dz\, (\varepsilon - \mu \mathcal{H})^{-1/2} \mathcal{H}^{-3} \cdot$$
$$\cdot \left\{ e^{-\Phi} (\varepsilon F_1 - \mu \mathcal{H} F_2) - e^{\Phi} (\varepsilon F_3 - \mu \mathcal{H} F_4) \right\} , \qquad (3)$$

$$\Phi(z) = -4 \int_{z}^{\infty} dz' h(z') / \mathcal{H}(z') ,$$

где z_1 определяется из условия $\mu \mathcal{H}(z_1) = \varepsilon$, а выражения для функций F_1, F_2, F_3, F_4 выписаны в [4] и здесь не приводятся. В качестве верхнего предела мы взяли бесконечность, имея в виду, что фактически поле пробки спадает на расстоянии $z \sim L_n$ и вклад больших z в интеграл незначителен.

Условие обращения Δr в нуль в первом приближении по параметру (R/L_n) эквивалентно требованию равенства нулю интеграла в (3) при произвольных значениях ε и μ. Для решения соответствующего уравнения удобно перейти в (3) к интегрированию по $\mathcal{H}$ и ввести параметр $\nu = \varepsilon/\mu$. После этого условие $\widetilde{I} = 0$ примет вид:

$$\int_{H_0}^{\nu} (\nu - \mathcal{H})^{-1/2} \nu G_1(\mathcal{H}) d\mathcal{H} = \int_{H_0}^{\nu} (\nu - \mathcal{H})^{-1/2} G_2(\mathcal{H}) d\mathcal{H} , \qquad (4)$$

где

$$G_1 = (\mathcal{H}')^{-1} \mathcal{H}^{-3} \left(F_1 e^{-\Phi} - F_3 e^{\Phi} \right) ,$$
$$G_2 = (\mathcal{H}')^{-1} \mathcal{H}^{-2} \left(F_2 e^{-\Phi} - F_4 e^{\Phi} \right) , \qquad (5)$$

Из (4), выполняя преобразование Абеля, выразим функцию G_2 через G_1:

$$G_2(\mathcal{H}) = \frac{1}{\pi} \frac{d}{d\mathcal{H}} \int_{H_0}^{\mathcal{H}} \nu (\mathcal{H} - \nu)^{-1/2} d\nu \int_{H_0}^{\nu} (\nu - \xi)^{-1/2} G_1(\xi) d\xi =$$
$$= \mathcal{H} G_1(\mathcal{H}) + \frac{1}{2} \int_{H_0}^{\mathcal{H}} d\xi\, G_1(\xi) .$$

Подставляя в полученное равенство выражения (5) для G_1, G_2 и расписывая функции F согласно [4], можно получить следующее уравнение

$$\mathcal{H}^2 \mathcal{H}' \int_{z}^{\infty} \frac{dz}{\mathcal{H}^3} S(z) = S(z) ,$$
$$S(z) = \left\{ 4h^2 + \frac{3}{4} (\mathcal{H}')^2 - \frac{1}{2} \mathcal{H} \mathcal{H}'' \right\} \operatorname{sh} \Phi + 2 \left(h' \mathcal{H} - h \mathcal{H}' \right) \operatorname{ch} \Phi \qquad (6)$$

Наконец, решая (6), найдем

$$S(z) = \alpha \mathcal{H}' \mathcal{H} , \qquad (7)$$

где α – произвольная постоянная. Таким образом, если конфигурация магнитного поля в пробке удовлетворяет уравнению (7), то радиальное смещение частицы при отражении от нее в первом порядке по параметру R/L_n обращается в нуль. Другими словами, частица после отражения от пробки возвращается на ту же магнитную поверхность, с которой она стартовала, хотя, вообще говоря, её дрейфовая траектория не лежит полностью на этой поверхности. Как показывает дополнительное исследование, только если $\alpha = 0$, магнитное поле устроено так, что в процессе дрейфа частица не выходит с магнитной поверхности. Это связано с тем, что условие $S(z) = 0$ оказывается эквивалентным требованию, чтобы скорость дрейфа, направленная в безвихревом магнитном поле вдоль вектора $[\vec{H} \nabla H]$, всюду была тангенциальна к магнитной поверхности:

$$\vec{n}\,[\vec{H}\nabla H] = 0, \qquad (8)$$

где $\vec{n}$ – нормаль к магнитной поверхности. Заметим, что именно такие конфигурации поля искались в работе [6], однако ошибка в вычислениях привела авторов к результату, отличающемуся от уравнения $S(z)=0$.

Для решения уравнения (7) удобно перейти от независимой переменной z к Φ. Вводя функции $a=\ln h$, $A=\ln H$ и обозначая дифференцирование по Φ точкой, вместо (7) получим

$$(1+3\dot{A}^2-2\dot{a}\dot{A}-2\ddot{A})\,\mathrm{sh}\,\Phi+2(\dot{a}-2\dot{A})\,\mathrm{ch}\,\Phi=\alpha\dot{A}e^{A-a} \qquad (9)$$

Задав функцию $A(\Phi)$ из этого уравнения можно найти в квадратурах $a(\Phi)$, а по известным a и A $\Phi(z)$ восстанавливается с помощью уравнения

$$\frac{d\Phi}{dz}=4e^{a(\Phi)-A(\Phi)}, \qquad (10)$$

$$\Phi(z)\to 0 \text{ при } z\to\infty.$$

В нашу задачу не входит анализ возможных решений уравнений (8), (10). Отметим здесь только, что магнитное поле пробки, удовлетворяющей условию (7), нельзя создать тонким асимметричным витком (типа катушки Инь-Янь), локализованным в области максимума поля. Это связано с тем, что на расстояниях $z \gtrsim L_n$ для такого витка $\mathcal{H}-H_0 \propto z^{-3}$, а $h \propto z^{-5}$. В то же время, нетрудно видеть, что уравнение (7) не имеет решений с такими асимптотиками.

В предыдущем выводе мы не принимали во внимание электростатических полей, которые могут существовать в плазме. В центральном пробкотроне, где давление плазмы изотропно, потенциал φ этого поля постоянен вдоль силовой линии и естественно считать, что в случае аксиально-симметричных поверхностей $p=const$ φ также будет распределен аксиально-симметрично на большом расстоянии от пробки: $\varphi=\varphi(r_0)$. Включение такого потенциала в рассмотрение приводит к тому, что в (2) необходимо заменить ε на $\varepsilon-e\varphi$, при этом по-прежнему $\Delta r \propto \partial I/\partial\psi_0$, а вся зависи-

мость I от ψ_0 содержится в $\tilde{I}$ (формула (3)). Следовательно, магнитное поле, зануляющее $\tilde{I}$ при $\varphi=0$, обратит Δr в нуль и при отличном от нуля потенциале φ.

В то же время, конечное значение давления плазмы вызывает искажение поля (1) и, как следствие, обусловливает дополнительное радиальное смещение, равное по порядку величины $\beta\rho_H R/L_n$. Поэтому преимущество пробки (7) проявляется до тех пор, пока это смещение мало по сравнению с $\rho_H R/L_n$, то есть при $\beta \ll 1$.

В заключение отметим еще одно достоинство магнитного поля с $\alpha=0$, т.е. удовлетворяющего условию (8). Учитывая, что нормаль к магнитной поверхности $\vec{n}$ параллельна ∇p, легко видеть, что из соотношения (8) следует бездивергентность поперечного тока $\vec{j}_\perp = cH^{-2}[\vec{H}\nabla p]$:

$$\operatorname{div}\vec{j}_\perp = 0.$$

Следовательно в ловушке с такими магнитными пробками по плазме не текут токи вдоль силовых линий, которые, как показано в [7], могут приводить к искажению поверхностей $p=const$.

Автор приносит благодарность Д.Д.Рютову за обсуждение работы и полезные замечания.

Литература

1. Г.И.Димов, В.В.Закайдаков, М.Е.Кишиневский. Физика плазмы, 2, 597, 1976.
2. T.K. Fowler, B.G. Logan. Comments on Plasma Phys. and Contr. Fusion, 11, 167, 1977.
3. Д.Д.Рютов, Г.В.Ступаков. Письма в ЖЭТФ, 26, 182, 1977.
4. Д.Д.Рютов, Г.В.Ступаков. Физика плазмы, 4, 501, 1978.
5. Д.Д.Рютов, Г.В.Ступаков. ДАН СССР, 240, 1086, 1978.
6. D.E. Baldwin, L.D. Pearlstein. Memorandum MFE/TC/78-189, Lawrence Livermore Lab., 1978.
7. Г.В.Ступаков. Препринт ИЯФ СО АН СССР № 78-93, 1978.
8. А.И.Морозов, Л.С.Соловьев. В сб. "Вопросы теории плазмы", вып.2, стр.177, 1963.

Работа поступила - 25 октября 1978 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.ПОПОВ
Подписано к печати 7.XII-1978 г. МН 07898
Усл. 0,4 печ.л., 0,3 учетно-изд.л.
Тираж 250 экз. Бесплатно
Заказ № 94.

Отпечатано на ротапринте ИЯФ СО АН СССР