

**И Н С Т И Т У Т  
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР**

**ПРЕПРИНТ И Я Ф 78 -19**

**Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин**

**НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И ЗАТУХАНИЕ  
СТОЯЧИХ ЛЕНГМЮРОВСКИХ ВОЛН  
С РАЗНЫМИ АМПЛИТУДАМИ**

**Новосибирск**

**1978**



# НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И ЗАТУХАНИЕ СТОЯЧИХ ЛЕНГМЮРОВСКИХ

## ВОЛН С РАЗНЫМИ АМПЛИТУДАМИ

Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин

### А Н Н О Т А Ц И Я

Методом численного эксперимента исследована неустойчивость и затухание одномерных стоячих ленгмюровских волн большой амплитуды  $E_0^2/8\pi nT \gg \frac{m}{M} > (k_0 z_d)^2$  с фазовой скоростью  $V_\phi/V_T = 16$ . Амплитуда менялась в диапазоне  $E_0^2/8\pi nT$  от 1,6 до 116. В этом диапазоне электронная нелинейность плазмы меняется от очень слабой до сильной, включая захват электронов волной.

Показано, что основными процессами, приводящими к неустойчивости и затуханию стоячих волн, также как и в случае бегущих волн, являются модуляционная неустойчивость, конверсия на неоднородности плотности (процесс  $K = K_e \pm \beta k_i$ ,  $\beta = 1/2$ ,  $K$  - волновой вектор) и захват электронов волной и ее гармониками. Рассмотрен механизм затухания, связанный с захватом и ускорением электронов с хвоста функции распределения. Показано, что увеличение амплитуды волны приводит к более раннему затуханию.



THE INSTABILITY AND DAMPING OF STANDING  
LANGMUIR WAVES WITH DIFFERENT AMPLITUDES

N.S. Buchelnikova, E.P. Matochkin

The numerical experiment was made to investigate the instability and damping of one-dimensional high-amplitude standing Langmuir waves  $E_0^2/8\pi nT \gg \frac{m}{M} > (k_0 z d)^2$  with phase velocity  $V_{ph}/V_T = 16$ . Waves amplitudes were changed in a range  $E_0^2/8\pi nT \sim 1,6 - 116$ . In this range plasma electron nonlinearity is changed from very low up to high, including the case of electron trapping.

It was shown that the main processes of instability and damping of standing waves are: modulational instability, waves conversion on the density perturbations (the process  $K = K_e \pm \beta K_i$ ;  $\beta = 1, 2, 3, \dots$ ;  $K$  - wave number) and electron trapping by the initial wave and its modes. The damping mechanism was considered which depends on the trapping by wave modes of the electrons from the tail of velocity distribution function. It was shown that the increase of the wave amplitude leads to the earlier damping of the wave.

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И ЗАТУХАНИЕ СТОЯЧИХ ЛЕНГМЮРОВСКИХ  
ВОЛН С РАЗНЫМИ АМПЛИТУДАМИ

Н.С. Бучельникова, Е.П. Маточкин

Ранее мы исследовали методом численного эксперимента неустойчивость и затухание бегущих ленгмюровских волн с большими амплитудами  $E_0^2/8\pi nT \gg (k_0 z d)^2$ . Были исследованы случаи, когда электронная нелинейность плазмы незначительна /1/ (далее будем называть I), мала - /2/ (II) или меняется за счет изменения амплитуды или фазовой скорости волн в широком диапазоне от линейного случая до захвата электронов волной /3/ (III). Было показано, что основными процессами при неустойчивости и затухании волны являются модуляционная неустойчивость, конверсия волн в обратные и более коротковолновые гармоники на неоднородности плотности и захват электронов самой волной и ее гармониками. Сравнительная роль этих процессов зависит от параметров волны и плазмы. В настоящей работе мы рассмотрим стоячие волны с большими амплитудами  $E_0^2/8\pi nT \gg (k_0 z d)^2$  в диапазоне, включающем случаи с нарастающей электронной нелинейностью от близкого к линейному до захвата электронов волной.

Для численного моделирования используется метод "частиц в ячейках". Рассматривается одномерная система с периодическими граничными условиями. Метод расчета более подробно рассмотрен в /1/, /4/.



Используемые в работе величины нормируются следующим образом

$$x^* = x/\lambda_d; \quad \lambda_d = \sqrt{T/4\pi n e^2}$$

$$t^* = t/T_{oe}; \quad T_{oe} = 2\pi/\omega_{oe}; \quad \omega_{oe} = \sqrt{4\pi n e^2/m}$$

$$v^* = v/v_T; \quad v_T = \sqrt{T/m}$$

$$E^* = \frac{E}{m\lambda_d/eT_{oe}^2}$$

$$W^* = W/W_e^0$$

Здесь  $T$  - температура электронов,  $\lambda_d$  - дебаевский радиус,  $\omega_{oe}$  - плазменная частота,  $T_{oe}$  - период плазменных колебаний,  $v_T$  - тепловая скорость электронов,  $W_e^0$  - тепловая энергия электронов.

В тексте мы опускаем знак  $*$  для нормированных величин.

Приведем некоторые обозначения и формулы, которые потребуются нам в дальнейшем:

$$W = E^2/8\pi n T \quad - \text{плотность энергии.}$$

$W_m = E_{max}^2/8\pi n_{min} T$  - плотность энергии во впадине плотности плазмы.  $E_{max}$  - максимальное значение  $E(x)$ ,  $n_{min}$  - минимальное значение  $n_i(x)$  в данный момент времени.

$W_E$  - энергия электрического поля.

$W_e, W_i$  - энергия электронов и ионов.

$\Delta W_e = W_e - W_e^0$ ;  $\Delta W_i = W_i - W_i^0$  изменение энергии электронов и ионов.

$E_0, \bar{\varphi}_0$  - амплитуда поля и потенциала волны в начальный момент времени.

$$V_3 = 2\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}} \quad - \text{граница захвата.}$$

$V_\phi$  - фазовая скорость.

$V_\phi + V_3, V_\phi - V_3$  - верхняя и нижняя граница захвата.

$\omega_B = k\sqrt{e\varphi_0/m}$ ;  $T_B = \frac{2\pi}{\omega_B}$  - частота и период фазовых колебаний захваченных частиц.

$f(v) = \frac{\Delta N_e}{\Delta v}(v)$  - функция распределения электронов по скоростям.  $\Delta N_e$  - число электронов в интервале скоростей  $\Delta v$ .

$N$  - номер гармоники.

Описанные ниже численные эксперименты проводятся при следующих параметрах: длина системы  $L = 100 \lambda_d$ ; отношение масс электронов и ионов  $M/m = 10^2$ ; отношение температур  $T_e/T_i = 30$ .

Численные параметры: временной шаг  $\tau = 0,05 T_{oe}$ ; число частиц электронов и ионов  $N_e = N_i = 10^4$ . Отметим, что при таком числе частиц функция распределения по скорости обрезана на  $v \sim 2v_T$ .

В начальный момент времени возмущением плотности и скоростей электронов задается стоячая волна с амплитудой  $E_0$   
 $E(x,t) = E_0 \sin \omega_0 t \sin k_0 x$ . Для задания стоячей волны задаются прямая и обратная бегущие волны с амплитудами  $E_0/2$  и с фазовыми скоростями  $V_\phi = \pm \omega_0/k_0$ . Фазы волн выбраны так, что поле в начальный момент времени равно нулю. Максимум поля достигается в  $t \sim \frac{1}{4} T_{oe}$ . Длина волны  $\lambda_0$  задается равной длине системы, так что основная гармоника всегда первая -  $N = 1$ . Частота волны  $\omega_0$  - собственная частота плазмы  $\omega_0^2 = \omega_{oe}^2 + \omega_{oi}^2 + 3k^2 v_T^2$ ;  
 $V_\phi = \omega_0/k_0$ ;  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ ;  $T_0 = 2\pi/\omega_0$ .

В случае бегущей волны мы задавали в начальный момент гармоники, связанные с нелинейностью плазмы. Здесь мы этого не делаем, так как начальное поле равно нулю. С ростом амплитуды эти



гармоники нарастают сами.

В работах II, III мы довольно подробно рассмотрели проявления электронной нелинейности плазмы. Было показано, что это явление проявляется в обострении распределения возмущенной плотности электронов в волне  $\tilde{n}_e(x)$  и укрупнении поля  $E(x)$ , так что возбуждается набор гармоник с фазовыми скоростями  $V_\phi \approx V_\phi$ . Кроме того возрастает по сравнению с синусоидальными возмущения скорости электронов.

Было показано, что электронную нелинейность можно характеризовать параметром  $\alpha = 2\sqrt{e\varphi/m}/(V_\phi - V_T)$ .

В случае стоячей волны электронная нелинейность проявляется, как результат действия на плазму прямой и обратной бегущих волн с амплитудами  $\varphi_0/2$ . Параметр здесь следует записать для каждой волны  $\alpha = 2\sqrt{e\varphi_0/2m}/(V_\phi - V_T)$ . Проявления электронной нелинейности, естественно, зависят от фазы поля. Укрупнение поля  $E(x)$  и обострение  $\tilde{n}_e(x)$  максимальны в фазе максимального поля, возмущение скорости — в фазе нулевого поля на  $1/4 T_0$  позже.

На рис. I показаны распределения поля  $E(x)$ , возмущенной плотности электронов в  $t = \frac{1}{4} T_0$ , в также вид фазовой плоскости электронов в момент фазы максимального ( $t = \frac{1}{4} T_0$ ) и нулевого ( $t = \frac{1}{2} T_0$ ) поля. Видно, что увеличение амплитуды волны приводит к нарастающему укрупнению волны и обострению  $\tilde{n}_e(x)$ , а также к нарастающему возмущению скорости. Характеризующие нелинейность отношения  $\Delta x_1/\Delta x_2$ ,  $n_+/n_-$ ,  $\Delta x_+/\Delta x_-$  приведены в таблице I ( $\Delta x_1$  — интервал укруп-

нения,  $\Delta x_2 = \lambda_0 - \Delta x_1$ ;  $n_+, n_-$  — максимальные значения положительного и отрицательного возмущения плотности,  $\Delta x_+$ ,  $\Delta x_-$  — интервалы, в которых возмущения плотности положительны и отрицательны).

Нелинейное возмущение скорости наиболее четко проявляется в  $t = \frac{1}{4} T_0$ , когда поле максимально. Если электронной нелинейности нет, скорости электронов в этот момент не возмущены. Наличие нелинейности приводит к возмущению скоростей в области узла сепаратрисы (рис. I). В таблице I приведены значения максимальной скорости электронов  $V_m$  и максимального возмущения скорости  $\Delta V_m = V_m - V_0$ , где  $V_0 = 2,2 V_T$  — максимальная невозмущенная скорость электронов. Видно, что нелинейное возмущение растет с ростом амплитуды волны.

Возмущение скорости максимально в  $t = \frac{1}{2} T_0$ . Вид фазовых плоскостей в этот момент показывает, что возмущение скорости нарастает с ростом амплитуды волны (рис. I, таблица I). Поскольку мы задавали в  $t = 0$  монохроматические волны, максимальное возмущение скорости и в  $t = \frac{1}{2} T_0$  мало отличается от синусоидального. Однако, отличие возрастает с ростом  $E_0$  и в случае I-4 начинается захват электронов волной. Отметим, что значения  $V_m$  в  $t = \frac{1}{2} T_0$  заметно превосходят нелинейные  $V_m$  в  $t = \frac{1}{4} T_0$ .



Для случая стоячих волн были определены граница нелинейности и захвата. Оказалось, что при малых  $\alpha$  нелинейность незначительна. Также, как в III, она становится заметной при  $\alpha > \alpha_n \sim 0,4$  т.ч.  $\alpha_n$  можно назвать границей нелинейности. Граница захвата также совпадает с найденной в III -  $\alpha_3 \sim 1,3$ .

В III мы рассмотрели механизм затухания волны, связанной с захватом электронов гармониками волны или самой волной. Было показано, что затухание начинается, когда становится возможным захват электронов с хвоста функции распределения (в нашем случае - граничные электроны с  $v \sim 2v_T$ ). Захват становится возможным, когда возбуждаются гармоники с фазовыми скоростями  $v_\phi^N \lesssim v_m$  - максимальной возмущенной скорости электронов. Назовем  $N_3$  - номер самой длинноволновой гармоники с  $v_\phi^N \lesssim v_m$ . Как видно, из рис. I и таблицы I в  $t = \frac{1}{2} T_0$  с ростом амплитуды растет  $v_m$  и  $N_3$  падает от  $N_3 = 4$  в I-I до I в I-4. Так что в I-I затухание может начаться только если за счет модуляционной неустойчивости

или конверсии появляется гармоника с  $N \geq 4$ , а в I-4 затухание идет с самого начала.

Если области захвата гармоник пересекаются, захваченные электроны могут переходить в область захвата гармоник с большими  $v_\phi$  и ускоряться. Особенно силен этот эффект, если становится возможным переход в область захвата первой гармоники, т.к. электроны здесь ускоряются до больших скоростей  $\sim v_\phi + v_3$ . Назовем  $N_n$  номер самой коротковолновой гармоники, фазовая скорость которой выше нижней границы захвата  $v_\phi^N \geq (v_\phi - v_3)$ . В случае I-I таких гармоник нет (даже  $v_\phi^N < v_\phi - v_3$ ), в случае I-2  $N_n = 4$  (рис. I), в I-3, I-4 у всех гармоник  $v_\phi^N$  лежат в пределах области захвата. Если  $N_n \geq N_3$ , т.е.  $(v_\phi - v_3) < v_m$  (например, случай I-2), то электроны, захваченные  $N_3$ -й гармоникой, могут попасть в область захвата первой и приобрести до  $v \sim v_\phi + v_3$ .

Поскольку при развитии модуляционной неустойчивости или конверсии более коротковолновые гармоники появляются последовательно во времени, можно ожидать, согласно с рис. I, что с ростом амплитуды затухание будет начинаться раньше и раньше. Основную роль в этом играет рост возмущения скорости электронов при увеличении амплитуды. Электронная нелинейность приводит к дополнительному росту  $v_m$  по сравнению с синусоидальным и тем самым к снижению  $N_3$ , т.е. к дальнейшему облегчению затухания. В приведенных ниже численных экспериментах  $N_3$  меняется за счет нелинейности не более, чем на I.



Волны большой амплитуды дают сильное возмущение скоростей и плотности ионов. Это видно из рис.2, где приведены фазовая плоскость ионов и распределение возмущенной плотности  $\tilde{n}_i/n_0$  ионов в момент первого максимума поля  $t = 1/4 T_0$  и в более поздний момент. Момент  $t = 1/4 T_0$  дает возмущение скоростей и плотности полем волны. Видно, что с ростом амплитуды  $E_0$  возмущения  $V_i$  и  $n_i$  нарастают и начинают отличаться от синусоидальных.

Возмущения  $V_i$  и  $n_i$  в более поздние моменты времени отличаются от начальных: начальные возмущения имели один максимум и один минимум, а более поздние - по два, причем впадины плотности расположены в области начальной локализации электрического поля. Как было показано в I и II, возмущения  $V_i$  и  $n_i$  такого типа связаны с развитием модуляционной неустойчивости. Действительно, действие ponderomotorной силы при наличии градиента  $E^2/8\pi nT$  приводит к выталкиванию плазмы из областей максимального поля, что и дает тот тип возмущения скоростей и плотности ионов, который мы видим на рис.2.

В работах I-III / I-3 / нами были исследована неустойчивость и затухание бегущих ленгмювских волн в широком диапазоне  $E_0$  и  $V_\phi$ . Было показано, что при небольших значениях  $\alpha$  (большие  $V_\phi$ , небольшие  $E_0$ ) основную роль играет развитие модуляционной неустойчивости, которая приводит к образованию впадин плотности и концентрации в них электрического поля. При больших возмущениях плотности ( $\tilde{n}_i/n_0 \sim 10^{-1} - 10^{-2}$ ) становится су-

щественной конверсия (процесс  $K = k_e \pm \beta k_i, \beta = 1, 2, \dots$ ) / 5, 6 / , приводящая к возбуждению обратных волн и коротковолновых гармоник. Возбуждение гармоник с  $N \approx N_3$  приводит к захвату ими электронов и затуханию волны. При больших  $\alpha > \alpha_3$  основную роль играет захват электронов основной волной и конверсия.

В II была также рассмотрена стоячая волна с  $w_0 = 1,6$  и  $\alpha = 0,5$ , т.е. почти линейный случай. Было показано, что модуляционная неустойчивость развивается и здесь, приводя к образованию впадин плотности в области минимумов концентрации энергии стоячей волны. Совместное действие модуляционной неустойчивости и конверсии приводит к росту впадин и плотности энергии в них и к затуханию волны.

В настоящей работе проведены численные эксперименты со стоячими волнами большей амплитуды. Для общности мы включили в рассмотрение и случай, рассмотренный в II. Численные эксперименты проводились при постоянной фазовой скорости  $V_\phi/V_T = 16$  и постоянной длине волны  $\lambda_0 = \lambda = 100 \lambda_d$ , так что  $(k_0 \lambda_d)^2 = 3,9 \cdot 10^{-3}$ . Амплитуда волны  $E_0$  изменялась от 70,4 до 600, что соответствует диапазону плотностей энергии от 1,6 до 116, так что всегда  $E_0^2/8\pi nT \gg \frac{m}{M} > (k_0 \lambda_d)^2$ . При этом  $\alpha$  меняется от 0,5 до 1,46, так что рассматривается диапазон от почти линейного случая до сильно-нелинейного с захватом электронов волной.

В таблице I приведены начальные данные численных экспериментов, включая рассмотренный ранее случай II, называемый здесь I-I. Результаты численных экспериментов представлены на рис.3-7 и в таблице II.



	I-1	I-2	I-3	I-4
$\alpha$	0,50	0,84	1,19	1,46
$E_0$	70,4	200	400	600
$E_0^2/8\pi nT$	1,59	12,8	51,3	115,5
$W_E^0/W_E^0(t=T_0/4)$	1,77	14,4	56,9	122
$n_+/n_-$	1,2	1,7	3,7	8,2
$\Delta X_+/\Delta X_-$	0,85	0,67	0,41	0,25
$\Delta X_1/\Delta X_2$	0,85	0,67	0,43	0,25
$V_m/V_T (t=T_0/4)$	2,5	3,2	5,6	13,4
$\Delta V_m/V_T (t=T_0/4)$	0,4	1,0	3,4	11,2
$V_m/V_T (t=T_0/2)$	4,1	7,2	12,3	17,5 (37)*
$N_3$	4	3	2	1
$V_3/V_T$	7,5	12,7	18	22
$V_3/V_\phi$	0,47	0,80	1,1	1,4
$N_2$	-	4	все	все
$T_B/T_{0e}$	4,2	2,5	1,8	1,5

\* ) Приведена величина  $V_m$ , задаваемой в  $t = 0$  и в скобках  $V_m$ , которая достигается при захвате за  $\sim T_B/2$ .

	I-1	I-2	I-3	I-4
$\alpha$	0,50	0,84	1,19	1,46
$\frac{t_{10\%}(\tilde{n}_i)_{\max}}{T_{0e}(\tilde{n}_i)_{\max}}$	5,9	2,2	1	0,6
$\frac{t_{10\%}(\tilde{n}_i)_{\min}}{T_{0e}(\tilde{n}_i)_{\min}}$	9	3,5	2	1,5
$\frac{t_{\max}}{T_0}$	13	5,2	2,2	-
$W_{\max}$	3,9	15,4	55,4	-
$W_{\max}/W_0$	2,5	1,2	1,1	-
$\frac{V_\phi + V_3}{V_T}$	23,6	28,8	34	38
$V^+/V_T$	10	24	32	38
$V^-/V_T$	9	24	32	38
$(\frac{\Delta N_e}{N_e})^+ \%$	5,1	17	24	33
$(\frac{\Delta N_e}{N_e})^- \%$	5,3	17	25	31
$\frac{\Delta W_e^+}{W_E^0}$	0,47	0,42	0,46	0,47
$\frac{\Delta W_e^-}{W_E^0}$	0,49	0,49	0,45	0,46
$\Delta W_i/W_E^0$	0,16	1,3	5,0	10
$\Delta W_i/W_E^0$	0,088	0,088	0,085	0,082

$W_{\max} = (E_{\max}^2/8\pi n_{\min} T)_{\max}$ , где  $E_{\max}$  - максимальное значение  $E(x)$ ,  $n_{\min}$  - минимальное значение  $n_i(x)$  в момент достижения максимума  $t_{\max}$ ,  $W_0 = E_0^2/8\pi nT$



Рис.3 - кривые  $W_m/W_0 = f(t)$ , характеризующие изменение плотности энергии поля в области впадины плотности. В таблице II приведены  $t_{max}$  - момент достижения максимума кривой,  $W_{max}$  - значения  $W_m$  в максимуме и  $W_{max}/W_0$ .

Рис.4. - кривые  $W_E(t)$ ,  $\Delta W_e(t)$ , характеризующие затухание электрического поля и рост энергии электронов. На рисунке представлены кривые, построенные по средним точкам, на самом деле величины  $W_E$ ,  $\Delta W_e$  до затухания изменяются в противофазе с периодом  $\sim T_0/2$ . В таблице I приведены значения начальной энергии поля  $W_E^0$ .

Рис.5а - кривые  $(\tilde{n}_i/n_0)_{min} = f(t)$ , характеризующие изменение возмущения плотности на дне впадины, рис.5б -  $(\tilde{n}_i/n_0)_{max} = f(t)$  - максимального возмущения плотности. В таблице II приведены  $t_{10\%}$  - моменты времени, когда  $(\tilde{n}_i/n_0)_{max}$  и  $(\tilde{n}_i/n_0)_{min}$  достигают величины 10%.

Рис.6 - кривые  $\tilde{n}_i/n_0 = f(x)$  в момент, когда плотность впадины минимальна.

Рис.7 - функции распределения электронов по скорости после затухания волны. В таблице II приведены величины верхней границы захвата, предельных скоростей в хвостах ( $|v| > 2v_T$ ) функции распределения  $V^+$  и  $V^-$ , число частиц и энергия в хвостах -  $(\Delta N_e/N_e)^{+,-}$  и  $(\Delta W_e/W_E^0)^{+,-}$ . В таблице приведены также величины изменения энергии ионов  $\Delta W_i/W_e^0$  и  $\frac{\Delta W_i}{W_E^0}$  через несколько ионных плазменных периодов после затухания волны.

Рис.8 - распределение поля  $E(x)$  и плотности  $\tilde{n}_i/n_0(x)$  в разные моменты времени.

Сопоставление рис.3 и 4 показывает, что основной эффект

при увеличении амплитуды стоячих волн - более раннее затухание, приводящее к поглощению энергии электрического поля электронами плазмы.

В II было показано, что рост  $W_m$  в случае I-I является следствием модуляционной неустойчивости, которая в результате действия пондеромоторной силы приводит к возмущению скоростей и образованию двух впадин плотности в области локализации поля (рис.2). Из рис.6, 2 видно, что две впадины образуются во всех случаях, в том числе в I-4, где волна быстро затухает. Это не удивительно, т.к. в стоячей волне поле локализовано и действие пондеромоторной силы должно приводить к выталкиванию плазмы из областей локализации (II).

В численных экспериментах с бегущими волнами было показано, что при возмущениях плотности  $\tilde{n}_i/n_0 \sim 10^{-1} - 10^{-2}$  существенную роль играет конверсия, приводящая к возбуждению коротковолновых гармоник и обратных волн. Как было показано выше, при увеличении амплитуды стоячих волн растет начальное возмущение скоростей ионов и плотности  $\tilde{n}_i$  полем волны (рис.2), далее к этому добавляется возмущение модуляционной неустойчивостью. Возмущение  $\tilde{n}_i/n_0$  быстро нарастает во времени, достигая величин  $\sim 10^{-1}$  за несколько плазменных периодов (рис.5а, б, таблица II -  $t_{10\%}$ ). Таким образом, можно ожидать, что конверсия будет играть существенную роль. Для доказательства этого требуются специальные эксперименты. Действительно, в случае бегущих волн мы регистрировали конверсию по появлению обратных волн и "отрицательных" (в области  $V < 0$ ) хвостов функции распределения. В случае стоячих волн обратные волны возбуждены



с самого начала и функции распределения симметричны (рис.7).

Рассмотрим численные эксперименты I-1 - I-4 последовательно.

I-1.  $W_0 = 1,59$ ;  $\alpha = 0,5$  - рассмотрен в II. Здесь мы отметим, что в этом случае существенную роль играет модуляционная неустойчивость, которая приводит к нарастанию гармоник поля (рис.9), чему в динамическом описании соответствует концентрация поля и разделение энергии по двум впадинам плотности (рис.8а).

Затухание начинается в  $t \sim 12$ , когда возбуждено достаточно много гармоник. Это согласуется с нашей гипотезой о механизме затухания. Действительно, здесь  $N_3 = 4$ , так что захватывать электроны могут только четвертая или более коротковолновые гармоники. Нижняя граница захвата первой гармоники лежит высоко ( $V_\phi - V_3 > V_m, V_\phi^{\text{II}}$ ), так что ускорения до скоростей, больших  $V_\phi$ , быть не должно. Действительно, по фазовой плоскости и функции распределения видно, что предельные скорости  $V^+, V^-$  меньше фазовой  $V_\phi$  (рис.7, 10а, таблица II). Практически вся энергия волны поглощается ускоренными электронами, причем число частиц и энергия в положительных  $V > 0$  и отрицательных  $V < 0$ , ( $|V| > 2V_T$ ) хвостах практически одинаковы (таблица II).

I-2.  $W_0 = 12,8$ ;  $\alpha = 0,84$ . Характер развития неустойчивости подобен случаю I-1 - наблюдается концентрация поля, разделение энергии по впадинам (рис.8б) и рост гармоник. Однако в этом случае  $N_3 = 3$ , так что затухание начинается раньше - в  $t \sim 4-5$ .  $N_n = 4 > N_3$ , так что захваченные третьей гармоникой электроны могут перейти в область захвата первой. Дейст-

вительно, по рис.7, 10б и таблице II видно, что предельные скорости близки к  $V \sim V_\phi + V_3$

Для выяснения роли конверсии был проведен численный эксперимент с большой массой ионов  $M/m = 10^6$ , чтобы исключить модуляционную неустойчивость. В начальный момент времени задавалось возмущение плотности, соответствующее возмущению в  $t = 3,7$  случая I-2. Если конверсия существенна, она должна приводить к концентрации поля и генерации гармоник. Действительно, оказывается, что в I-5 наблюдается концентрация поля и разделение энергии по впадинам подобно I-2, но раньше примерно на  $2,5 T_{oe}$ . Генерация гармоник приводит к захвату электронов, образованию хвостов на фазовой плоскости и функции распределения, и затуханию волны также  $\sim$  на  $2,5 T_{oe}$  раньше, чем в I-2. Таким образом, этот численный эксперимент подтверждает, что конверсия не только существенна, но и играет определяющую роль на стадии, когда возмущения плотности велики.

I-3.  $W_0 = 51,3$ ;  $\alpha = 1,19$ . В этом случае  $\alpha$  близко к границе захвата  $\alpha_3 \sim 1,3$ ,  $N_3 = 2 > N_n$ , так что небольшое нарастание второй гармоники уже в  $t \sim 1,5$  приводит к захвату, ускорению электронов в области захвата первой гармоники до  $V \sim V_\phi + V_3$  (рис.7, 10в, Таблица II) и затуханию волны, так как конверсия должна быть велика. Модуляционная неустойчивость тоже играет роль, что проявляется в образовании впадин плотности (рис.6), однако, затухание препятствует заметной концентрации поля (рис.8в).

Численный эксперимент I-6 с большой массой ионов  $M/m = 10^{10}$  и однородной плотностью, что исключает и модуляционную



неустойчивость и конверсию, показывает, что ни концентрации поля, ни затухания волны в этом случае не происходит. Таким образом, даже сильная электронная нелинейность ( $\alpha = 1,19$ ) не дает самостоятельных эффектов. Как было показано в II, III, нелинейность проявляется только на стадии затухания, приводя к росту  $V_m$ , т.е. снижению  $N_3$ . Этот численный эксперимент, кроме того, подтверждает нашу гипотезу о механизме затухания — действительно, здесь нет генерации гармоник, т.ч. захват электронов не может начаться, поэтому затухания нет.

I-4.  $W_0 = 116$ ;  $\alpha = 1,46$ . В этом случае  $\alpha > \alpha_3$ , так что захват первой гармоникой идет с самого начала (рис. I0Г), причем захватывается  $\sim 3\%$  электронов. Декремент затухания велик и значительно превосходит декремент затухания Ландау  $\gamma_L/\omega_{pe} \sim 10^{-52}$ . Модуляционная неустойчивость и конверсия в этом случае существенны. Это видно из численного эксперимента I-7 с  $M/m = 10^{10}$  и однородной плотностью. Также, как и в I-4, в I-7 с самого начала идет захват первой гармоникой и в течение  $\sim 1,5 T_{oe}$  волна затухает с той же скоростью, что и в I-4. Однако к  $t \sim 1,5$  амплитуда падает настолько, что захват прекращается, прекращается в I-7 и затухание. Энергия волны начинает нарастать и меняется далее с периодом колебаний захваченных частиц. В отличие от этого в I-4 генерация гармоник за счет модуляционной неустойчивости и конверсии приводит к захвату ими электронов (рис. I0Д) и продолжению затухания волны.

Таким образом, при развитии неустойчивости и затухании стоячих ленгмюровских волн, также как и для бегущих (III), существенны модуляционная неустойчивость, конверсия не однородности плотности и захват электронов гармониками или основной волной. Начальная локализация поля в стоячей волне облегчает модуляционную неустойчивость, так что она, в отличие от случая бегущих волн, проявляется даже в случаях с сильным захватом. Большие возмущения плотности при больших амплитудах волн  $((\tilde{n}_i/n_0)_{max})$  больше, чем для бегущих с теми же  $\omega_0$  приводят к тому, что конверсия играет существенную роль в развитии неустойчивости и затухании волны. Затухание связано с захватом электронов с хвоста функции распределения. Результаты численных экспериментов подтверждают предложенный механизм затухания, тот же, что и для бегущих волн. Электронная нелинейность плазмы проявляется на стадии затухания.

Сравнение кривых  $w_m(t)$ ,  $W_E(t)$ ,  $\Delta W_e(t)$  для случая бегущих и стоячих волн (рис. 4, 5 из III и рис. 3, 4 этой работы) показывает, что общий характер развития, изменение роли затухания и т.п. в обоих случаях одинаков. Однако, более детальное сопоставление не имеет смысла. Действительно, стоячая волна с амплитудой  $E_0^{CT}$  может быть представлена в виде прямой и обратной бегущих волн с амплитудами  $E_0^{CT}/2$ . Если при сравнении бегущей и стоячей волны, взять  $E_0^{Ser} = E_0^{CT}$ , будут одинаковы  $W_0$  и можно ожидать, например, одинаковой роли модуляционной неустойчивости (действительно, кривые  $(\tilde{n}_i/n_0)_{min} = f(t)$  характеризующие впадину плотности, образующуюся при модуляционной неустойчивости, близки в обоих случаях). Однако, области захва-



та и  $\alpha$  определяются для бегущей волны  $E_0^{\delta cr}$ , а для стоячей волны  $E_0^{cr}/2$ , так что затухание будет иметь разный характер. Если же взять  $E_0^{\delta cr} = E_0^{cr}/2$ , то будут одинаковы величины  $\alpha$ , области захвата (действительно, в этих случаях, одинаковы характер затухания и величины  $V^+$ ), но будут различны  $\omega_0$  и т.д. Таким образом, можно утверждать, что при развитии неустойчивости и затухании стоячей и бегущей ленгмювской волны основные процессы одинаковы, но относительная роль их различна.

Образование впадин плотности в области локализации электрического поля стоячей волны наблюдалось экспериментально /7/. В работе /8/ теоретически исследована модуляционная неустойчивость электромагнитной волны большой амплитуды. Получено численное решение гидродинамических уравнений, учитывающих нелинейное движение ионов. Модель справедлива также для ленгмювских волн в случае малых возмущений плотности. Для электромагнитной волны с частотой близкой к плазменной найдено, что модуляционная неустойчивость приводит к образованию впадин плотности, концентрации в них электрического поля и в конечном итоге к образованию квазистационарных стоячих солитонов. Отличие этого результата от наших можно объяснить тем, что в исходных уравнениях работы /8/ не учитывается затухание и конверсия волн. Следует, однако, отметить, что при малых амплитудах и больших фазовых скоростях волн, как мы покажем позже, и в нашей модели наблюдается образование солитонов. Так что для сравнения результатов, полученных с помощью нашей численной модели и аналитической /8/ следует взять одинаковый тип и параметры волн.

В описанных выше численных экспериментах при задании стоячей волны задавались монохроматические прямая и обратная волны. Однако в случаях I-2 - I-4 амплитуда этих волн такова, что

$\alpha > \alpha_n$ , так что следовало бы задавать не монохроматические, а нелинейные прямую и обратную волны.

Были проведены численные эксперименты I-8 - I-10, в которых задавались нелинейные волны - помимо основной гармоники с теми же параметрами, что и в I-2 - I-4 соответственно, задавались гармоники с  $V_{\phi}^N \doteq V_{\phi}$ . Амплитуды и фазы гармоник выбирались аналогично II, III так, чтобы вид  $E(x), \tilde{n}_e(x)$  соответствовал нелинейной волне с данной основной гармоникой. Задание гармоник приводит к росту энергии волны в I-8 - I-10 по сравнению с I-2 - I-4 в 1,01 - 1,13 - 1,18 раз соответственно. Возрастает максимальная возмущенная скорость  $V_m$ , однако, изменение ее не очень велико, так что номер гармоники, которая может захватывать электроны,  $N_3$  не меняется.

Найдено, что развитие неустойчивости и затухание в случаях I-8 - I-10 практически не отличаются от случаев I-2 - I-4. Все основные кривые  $\omega_m(t), W_E(t) - \Delta W_e(t)$ , फिल्мы  $E(x) - \tilde{n}_e(x)$  практически одинаковы и различаются только в деталях. Случай I-8 ( $\alpha_I = 0,8$ ) практически совпадает с I-2. В случаях I-9 ( $\alpha_I = 1,19$ ) и I-10 ( $\alpha_I = 1,46$ ) наличие гармоник нелинейной волны приводит к некоторому изменению начального возмущения плотности  $\tilde{n}_e(x)$  полем волны - к расщеплению центрального пика с образованием небольшой впадины в области укрупнения волны. Это однако, не сказывается на развитии модуляционной неустойчивости, так что через



несколько  $T_{oe}$ , когда возмущение плотности начинает определяться действием ponderomotorной силы, вид  $\tilde{n}_i(x)$  становится близким к I-3, I-4.

При затухании волны предельные скорости электронов в случаях I-8 - I-10 те же, что и в I-2 - I-4. Это подтверждает, что затухание волны определяется захватом электронов и ускорением их до скоростей  $\sim v_{\phi}^I + v_z^I$ . В случаях I-9 и I-10 полная энергия электронов в хвостах несколько больше, чем в случаях I-3 и I-4, в соответствии с тем, что начальная энергия поля в I-9 и I-10 больше, чем в I-3 и I-4.

Таким образом, задание стоячей волны монохроматическими или нелинейными волнами не меняет процессов неустойчивости и затухания волны.

## Л и т е р а т у р а

1. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость ленгмювской волны большой амплитуды". Препринт ИЯФ 77-15, Новосибирск, 1977. Proc. XIII Int. Conf. Phenomena in Ionized Gases, v.II, p. 831, 1977, Berlin.
2. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость нелинейной ленгмювской волны". Препринт ИЯФ 77-39, Новосибирск, 1977. Proc. III Int. Congress Waves and Instabilities in Plasmas, p. 71, 1977, Palaiseau.
3. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость и затухание ленгмювских волн с разными амплитудами и фазовыми скоростями". Препринт ИЯФ, 78-17, Новосибирск, 1978.
4. Астрелин В.Т., Бучельникова Н.С., Захаров Ю.П. ЖТФ 45, II84, 1975.
5. A.S.Bakai Nucl. Fusion 10, 53, 1970.
6. P.K.Kaw, A.T.Lin, J.M.Dawson Phys. Fluids 16, 1967, 1973.
7. P.Michelsen, H.Pécsceli, J.Rasmussen, N.Sato Phys. Fluids 20, 1094, 1977.
8. K.Baumgärtel Proc XIII Int. Conf. Phenomena in Ionized Gases, v. II, p. 835, 1977, Berlin.



Подписи к рисункам.

Рис.1. Распределение поля  $E(x)$ , возмущенной плотности электронов  $\tilde{n}_e/n_0(x)$  скоростей электронов (фазовая плоскость электронов) в момент первого максимума поля  $t = \frac{1}{4} T_0$ . Фазовая плоскость электронов в момент максимального возмущения скоростей  $t = \frac{1}{2} T_0$  ( $E(x) = 0$ ,  $\tilde{n}_e(x) = 0$ ).

Рис.2. Распределение скоростей ионов (фазовая плоскость ионов) и возмущенной плотности ионов  $\tilde{n}_i/n_0$  в момент первого максимума поля  $t = \frac{1}{4} T_0$  (возмущение полем волны) и в более поздние моменты (возмущение модуляционной неустойчивостью).

Рис.3. Зависимость от времени максимальной плотности энергии при разных амплитудах волны.  $W_m = E_{max}^2 / 8\pi n_{min} T$   
 $w_0 = E_0^2 / 8\pi n T$ ;  $E_{max}$  - максимальное значение  $E(x)$ ,  
 $n_{min}$  - минимальное значение  $n(x)$  в данный момент времени.  
 См. табл. I, II.

Рис.4. Зависимость от времени энергии поля  $W_E$  и энергии электронов плазмы  $\Delta W_e$ . См. табл. I.

Рис.5. Зависимость от времени возмущения плотности а. в минимуме впадины плотности  $(\tilde{n}_i/n_0)_{min}$ , б. в максимуме возмущения  $(\tilde{n}_i/n_0)_{max}$ . См. табл. I.

Рис.6. Распределение возмущения плотности  $\frac{\tilde{n}_i}{n_0}(x)$  в момент времени, когда  $(\frac{\tilde{n}_i}{n_0})_{min}$  близко к максимуму. См. табл. I.

Рис.7. Функции распределения электронов по скоростям после затухания волны.  $f_0(v)$  - начальная функция распределения.  $\Delta v/v_T = 0,95$ . См. табл. I, II.

Рис.8. Распределение поля  $E(x)$  и возмущения плотности ионов в разные моменты времени. Разные амплитуды волны. См. табл. I. а. I-1,  $w_0 = 1,59$ . б. I-2,  $w_0 = 12,8$ . в. I-3,  $w_0 = 51,3$ .

Рис.9. Зависимость от времени амплитуды гармоник электрического поля  $E_{max}^N(t)$ . Случай I-1.  $E_{max}^N$  - максимальные значения амплитуды.

Рис.10. Фазовые плоскости электронов.

а. I-1,  $t = 18,5$ ; б. I-2,  $t = 6,9$ ; в. I-3,  $t = 3,3$ ;  
 г. I-4,  $t = 1,0$ ; д. I-4,  $t = 2,2$ .



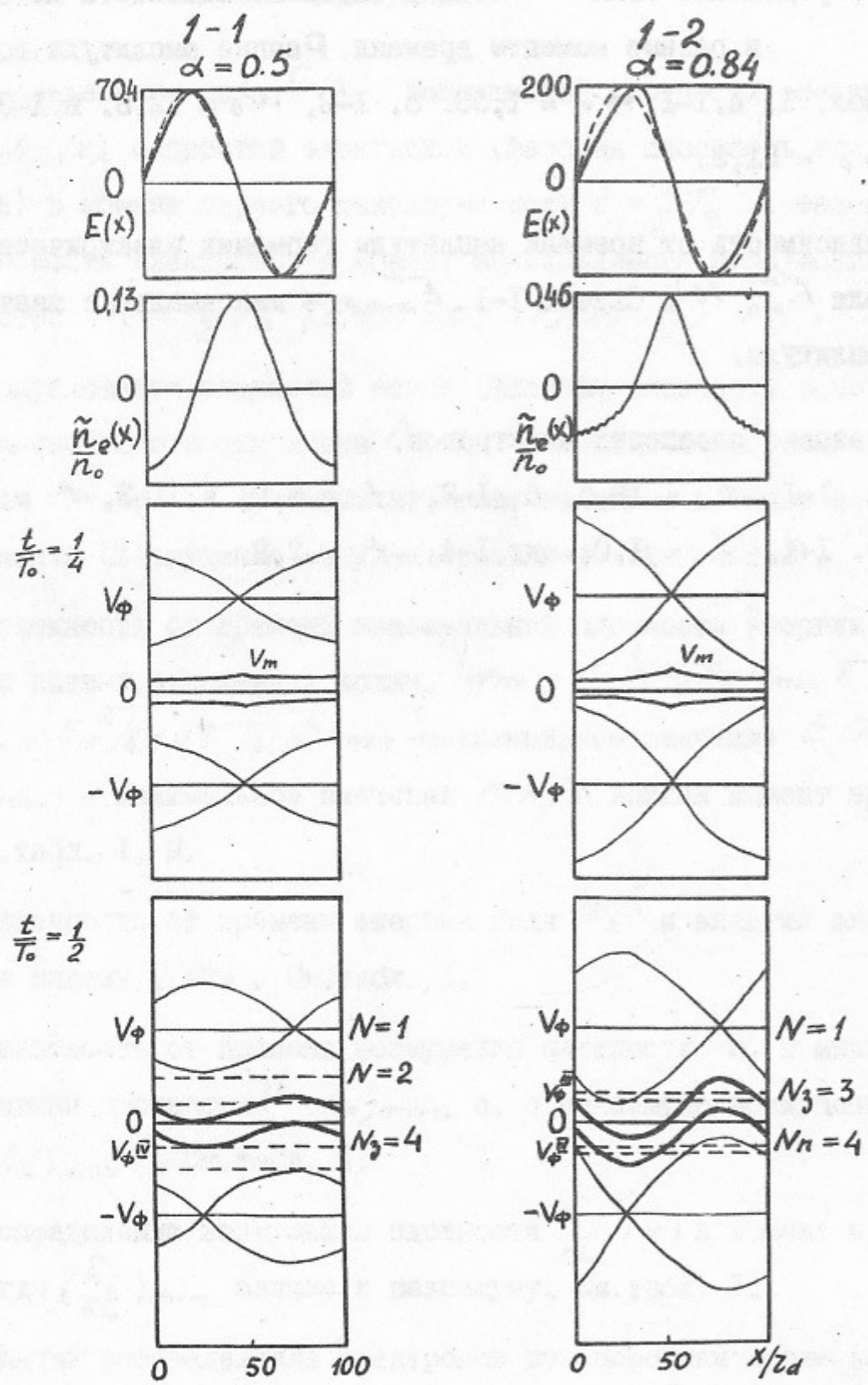


Рис. I

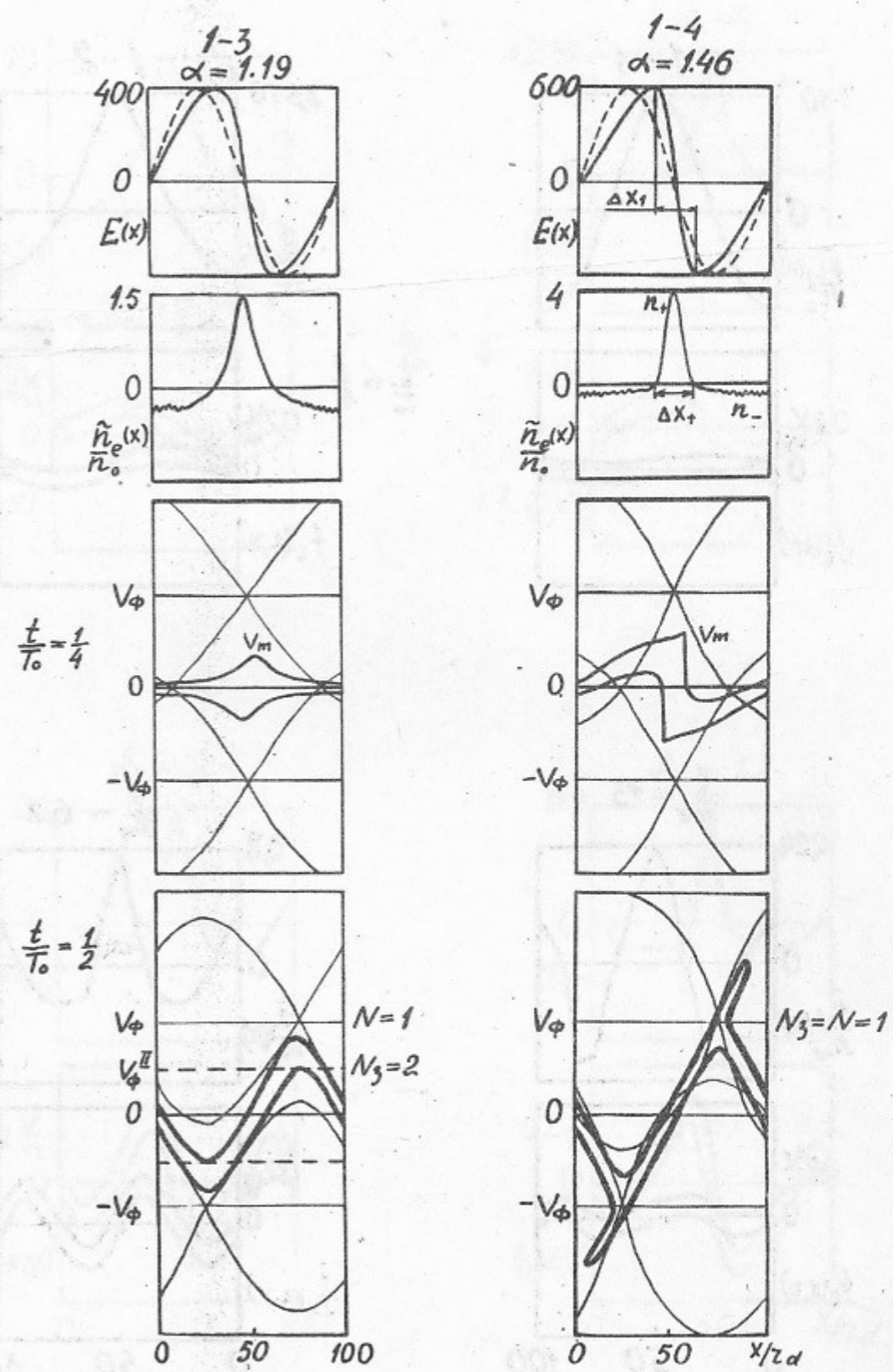


Рис. I.



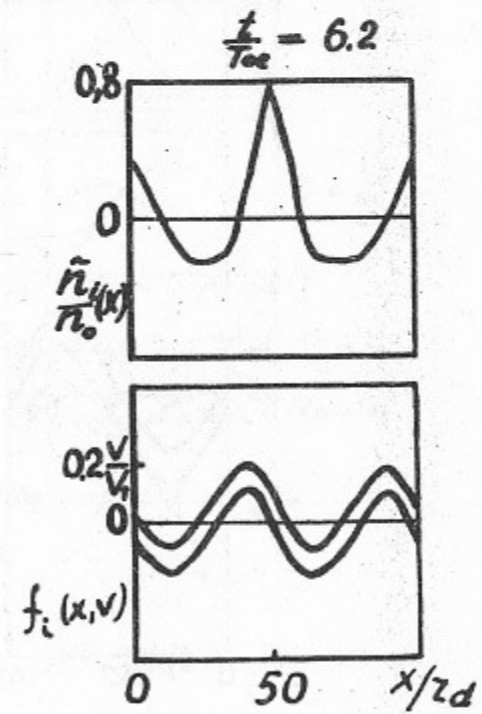
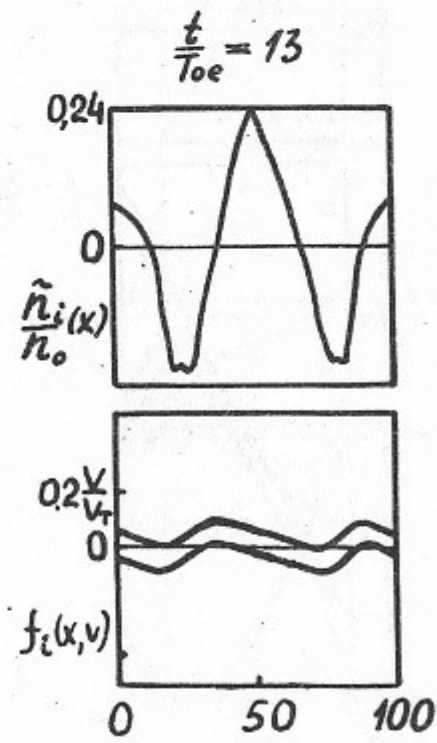
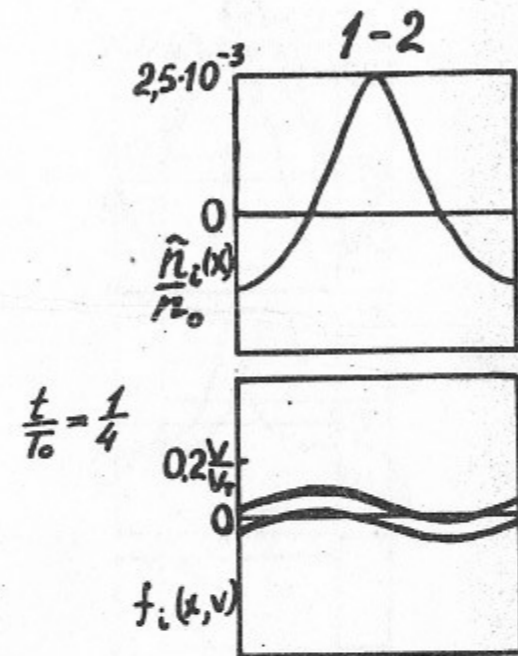
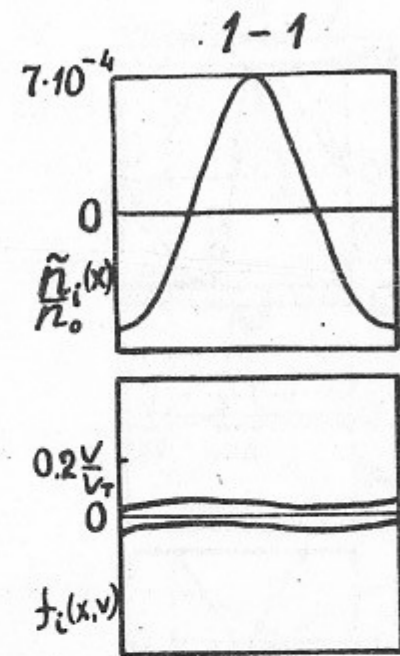


Рис.2

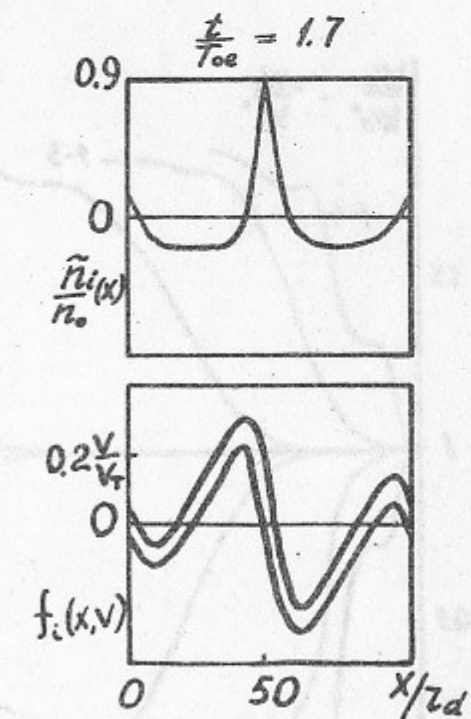
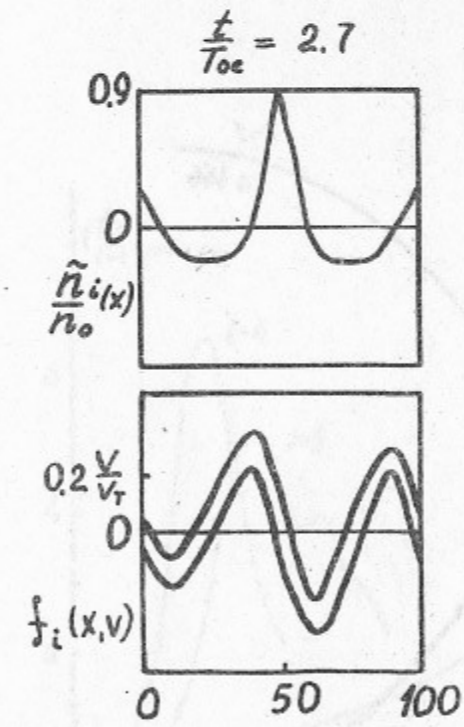
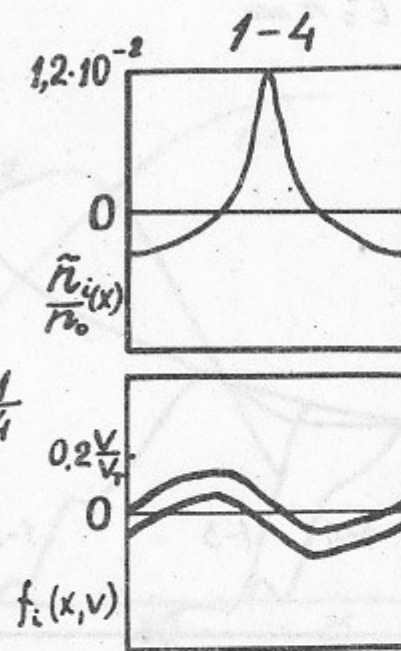
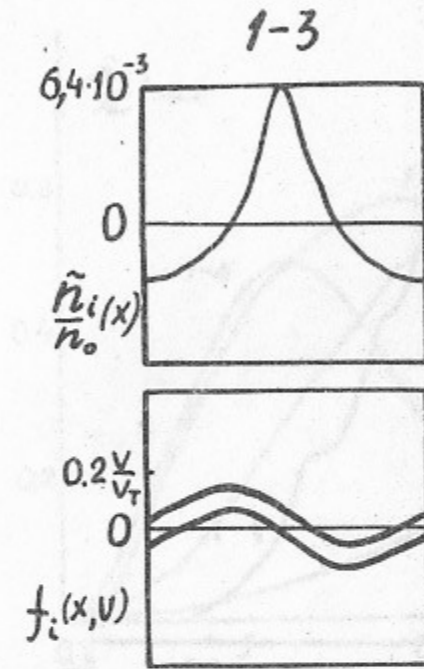


Рис.4



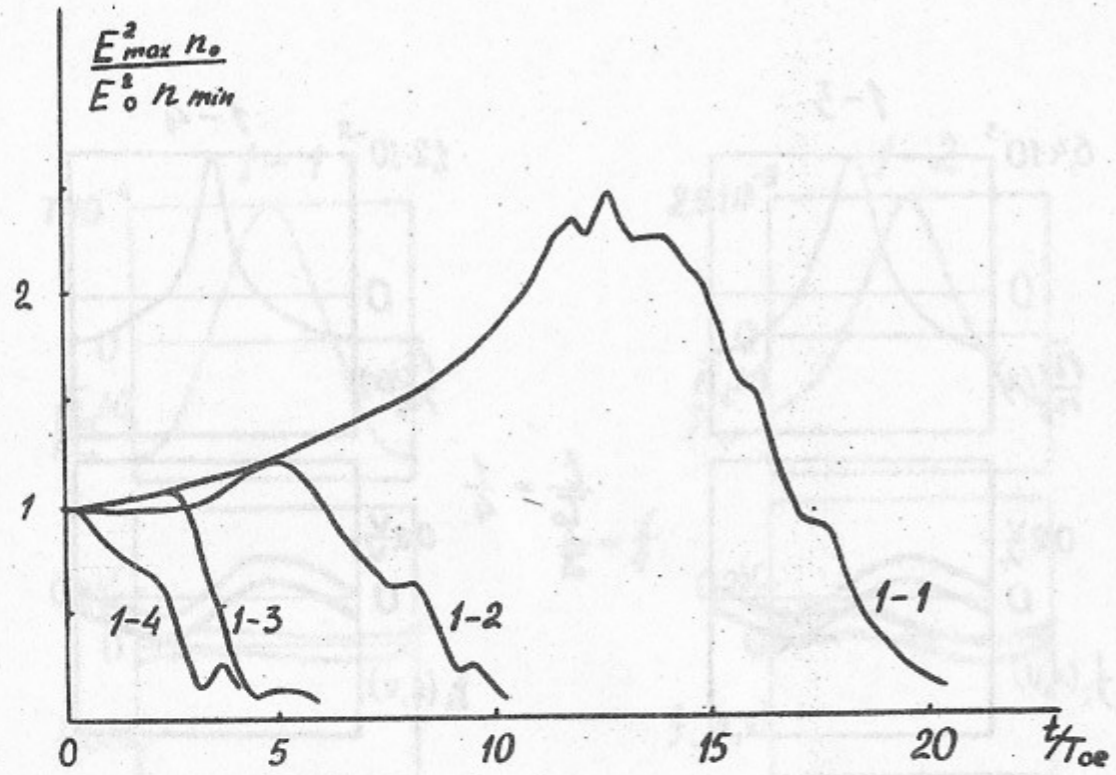


Рис. 3

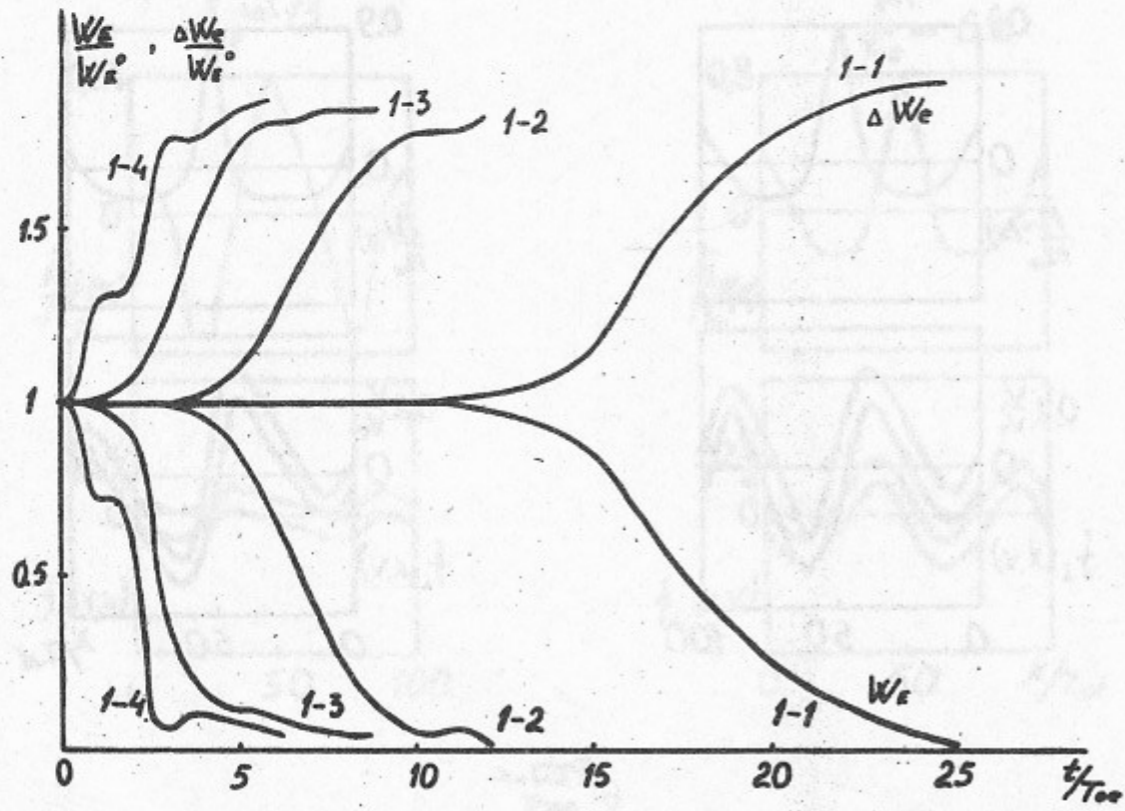


Рис. 4

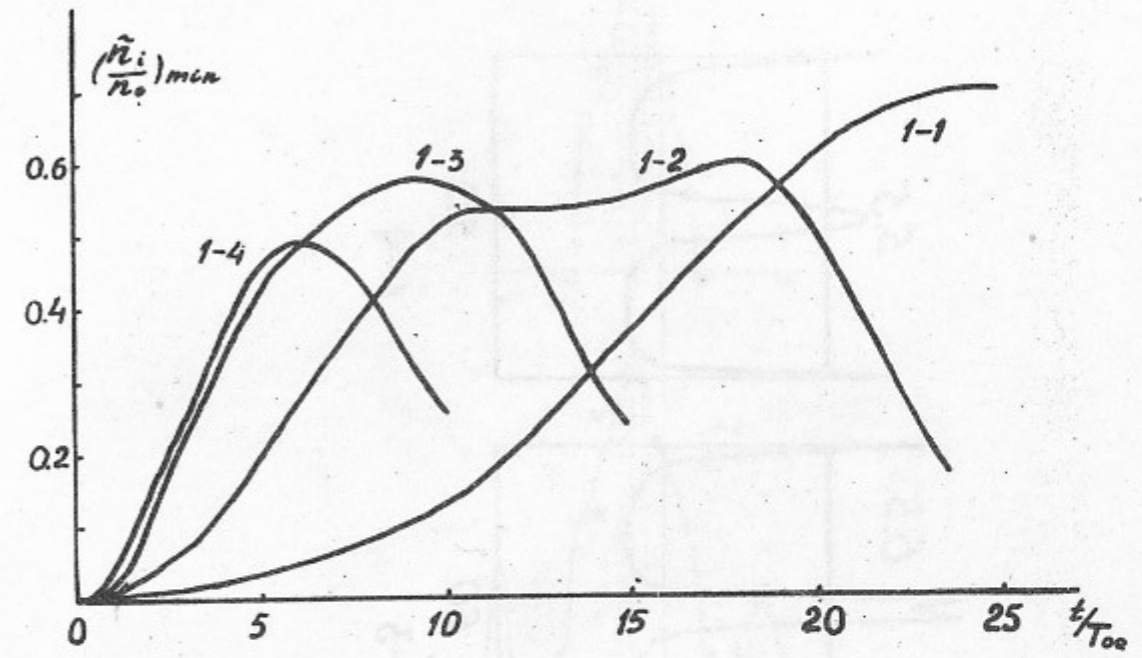


Рис. 5a

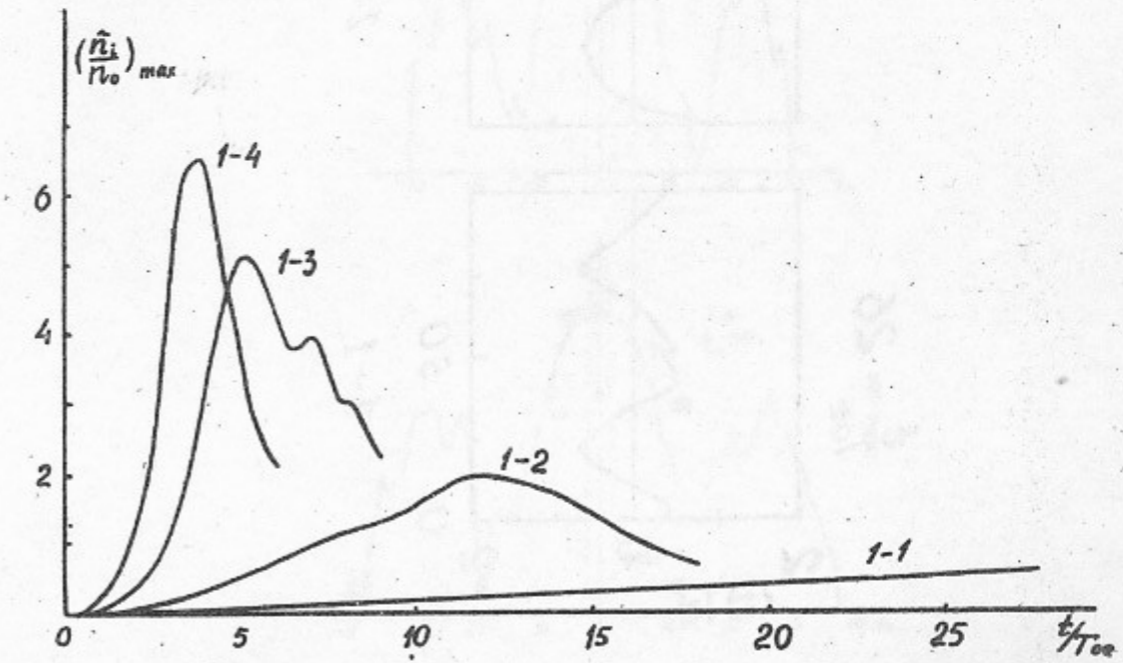


Рис. 5б



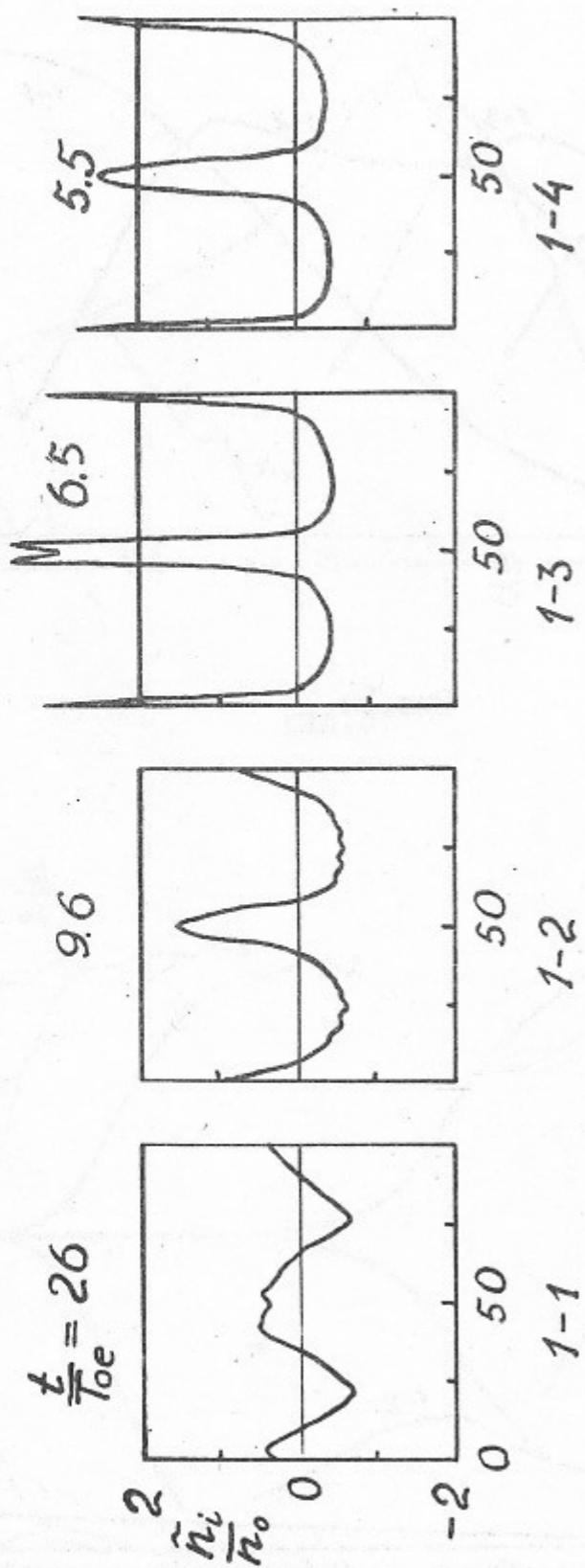


Рис. 6

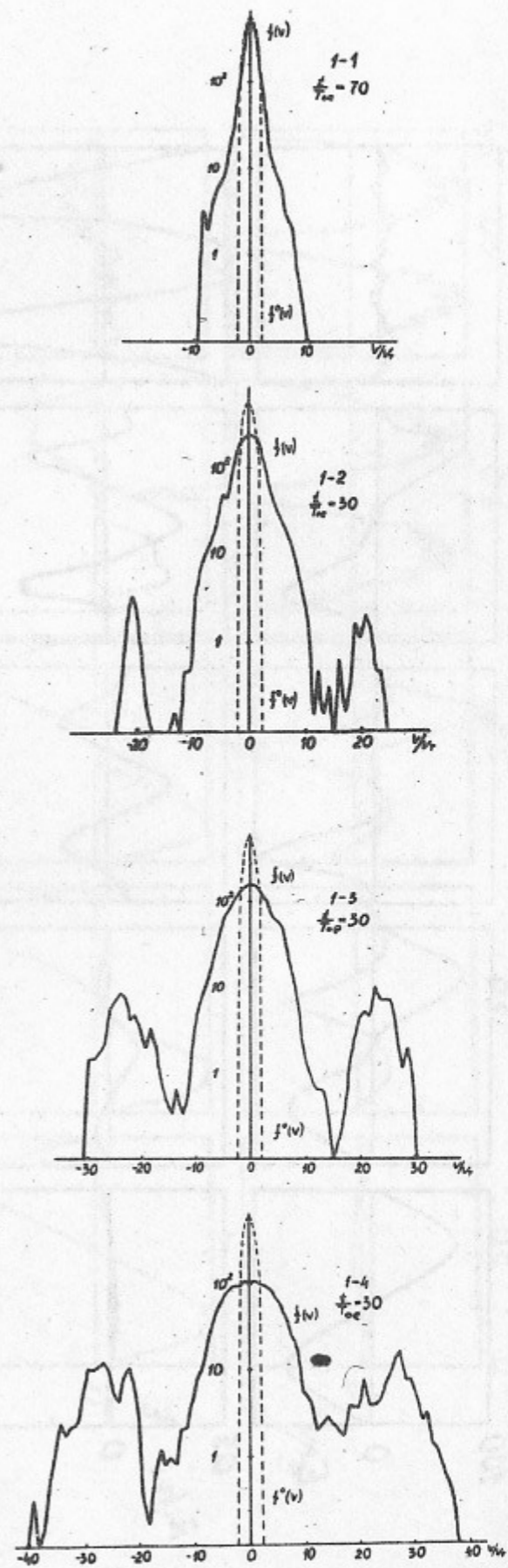


Рис. 7



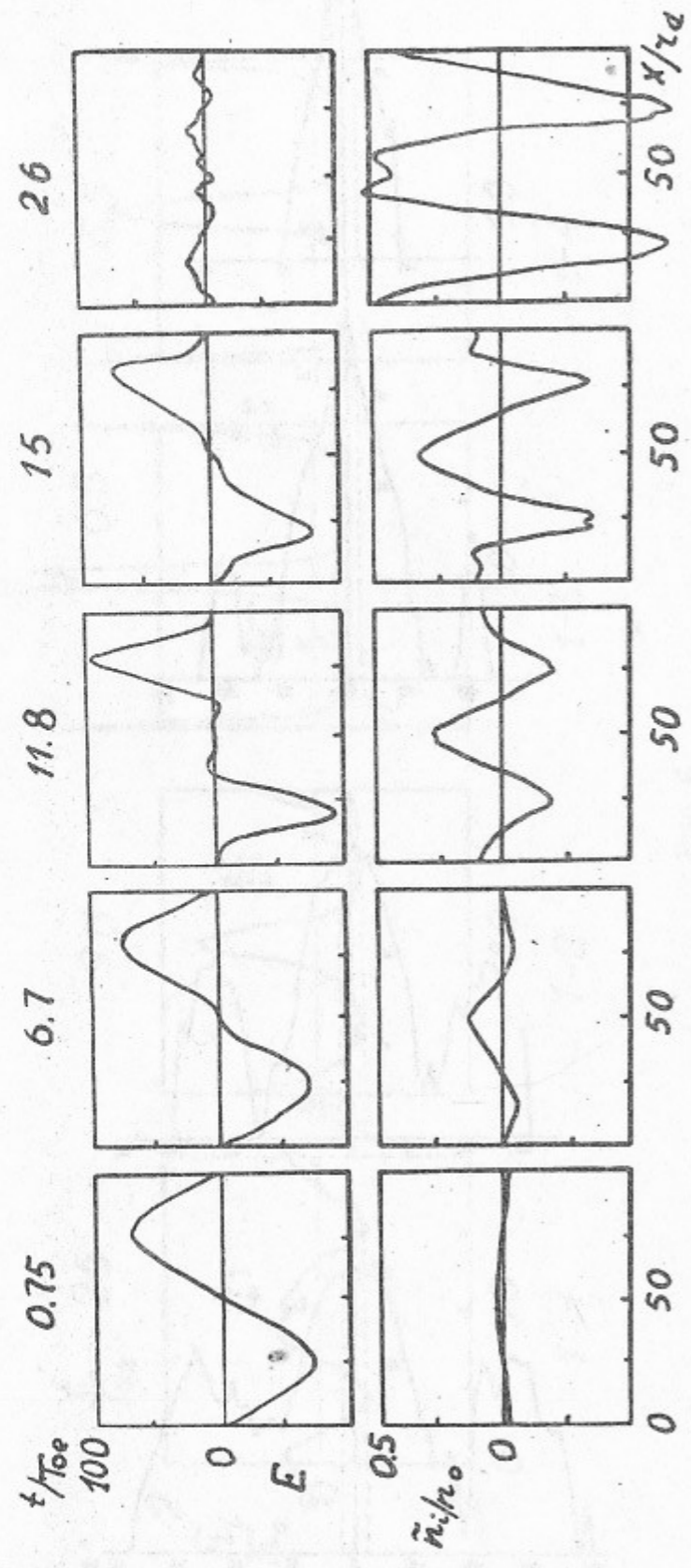


Рис. 8a

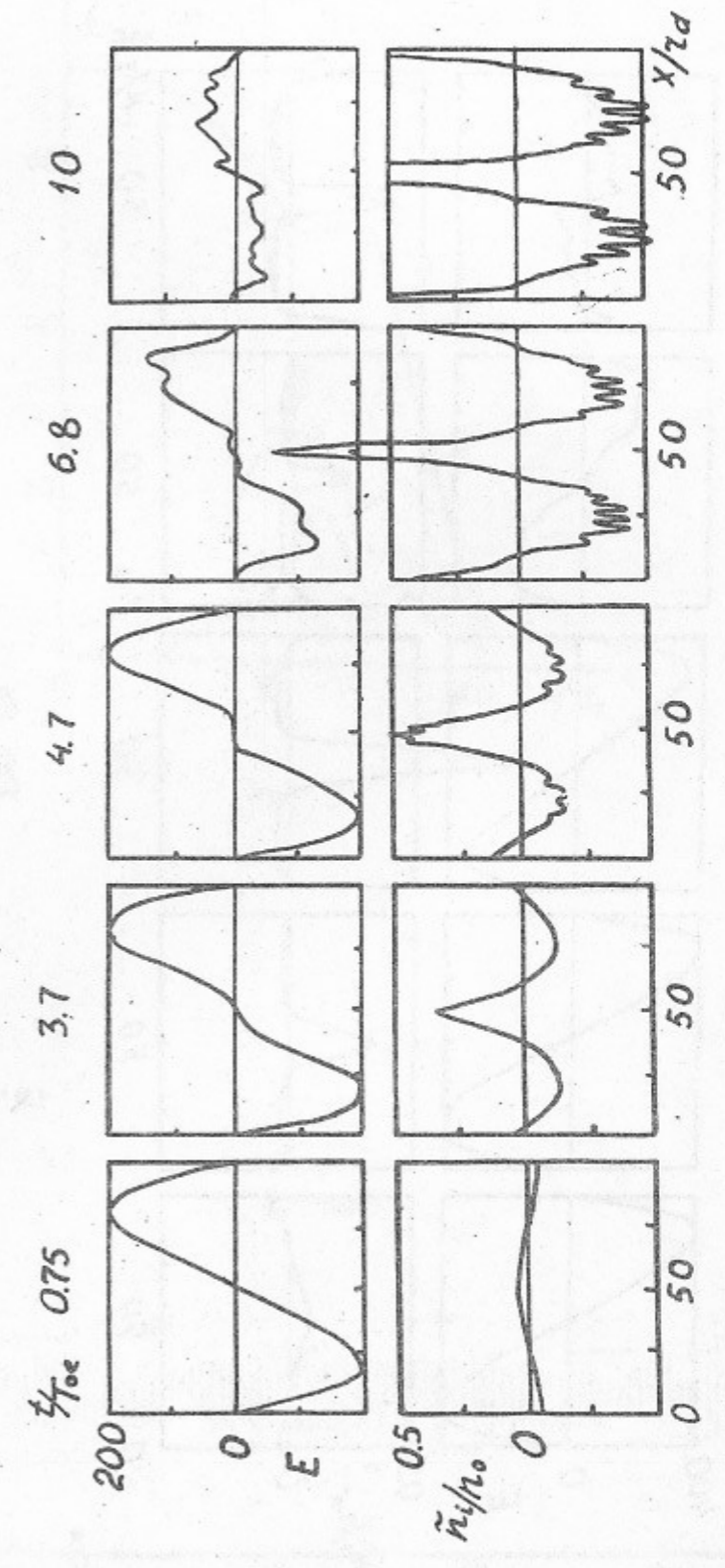


Рис. 8б



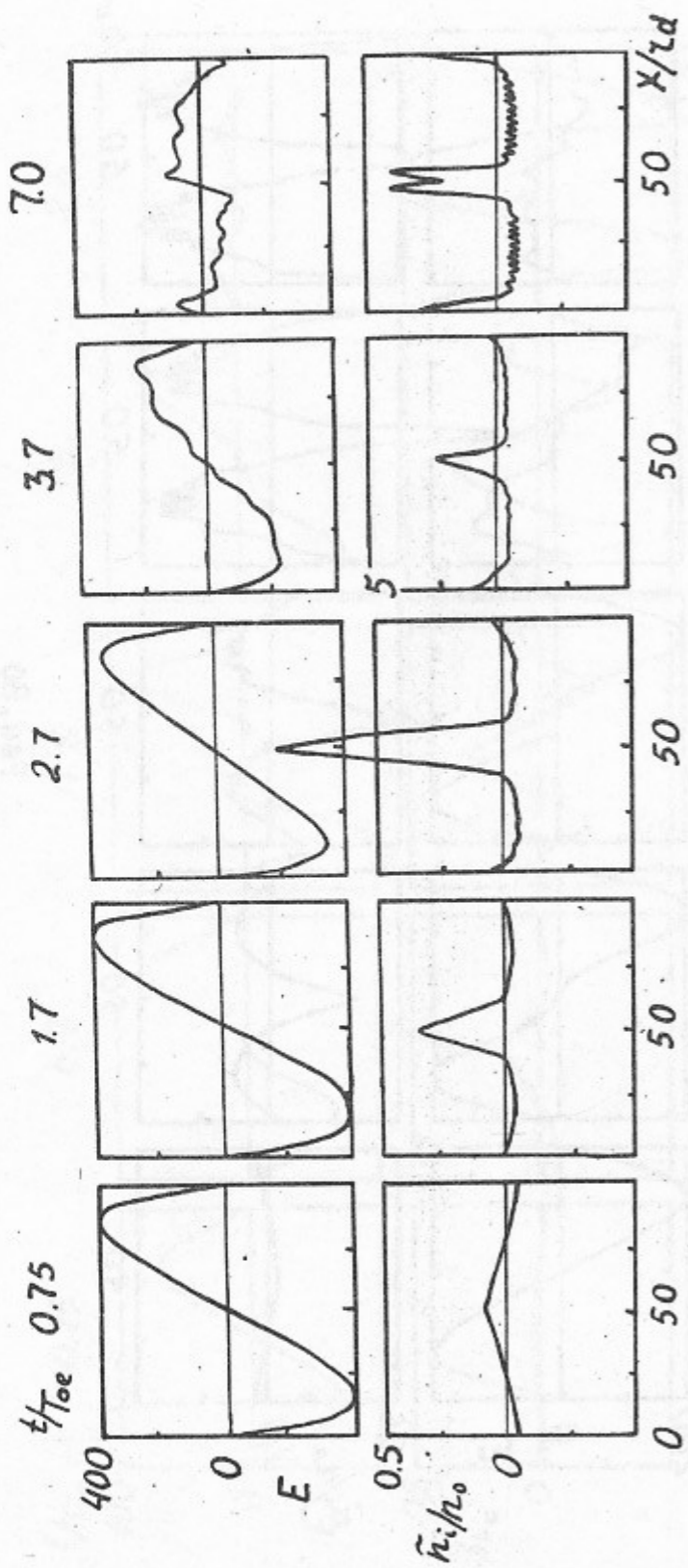


Рис. 8в

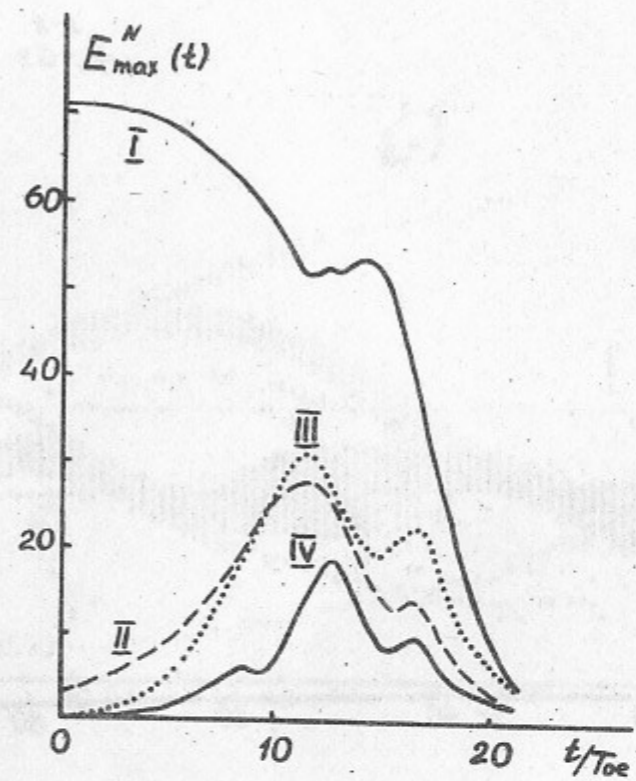


Рис. 9

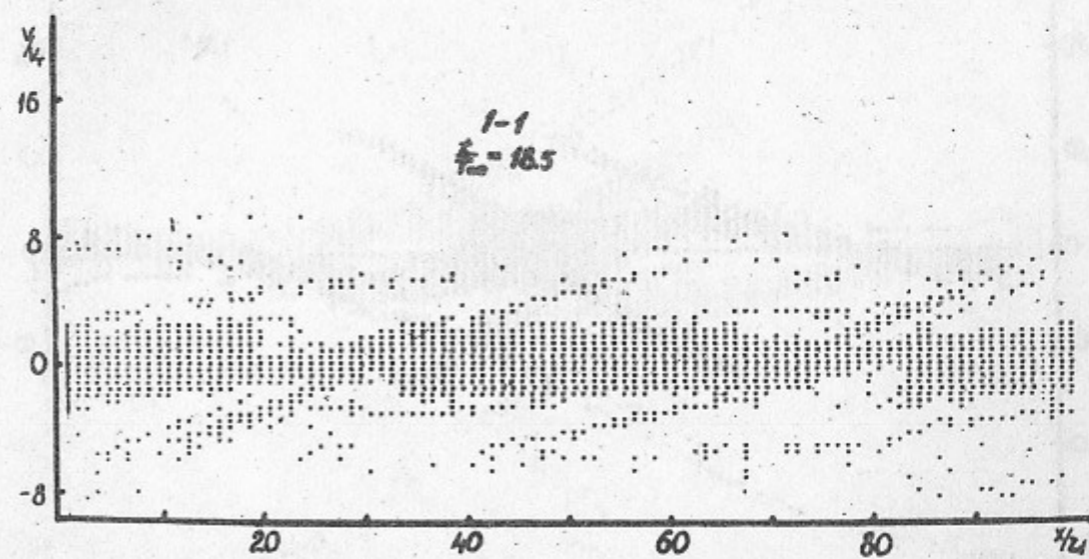


Рис. 10а



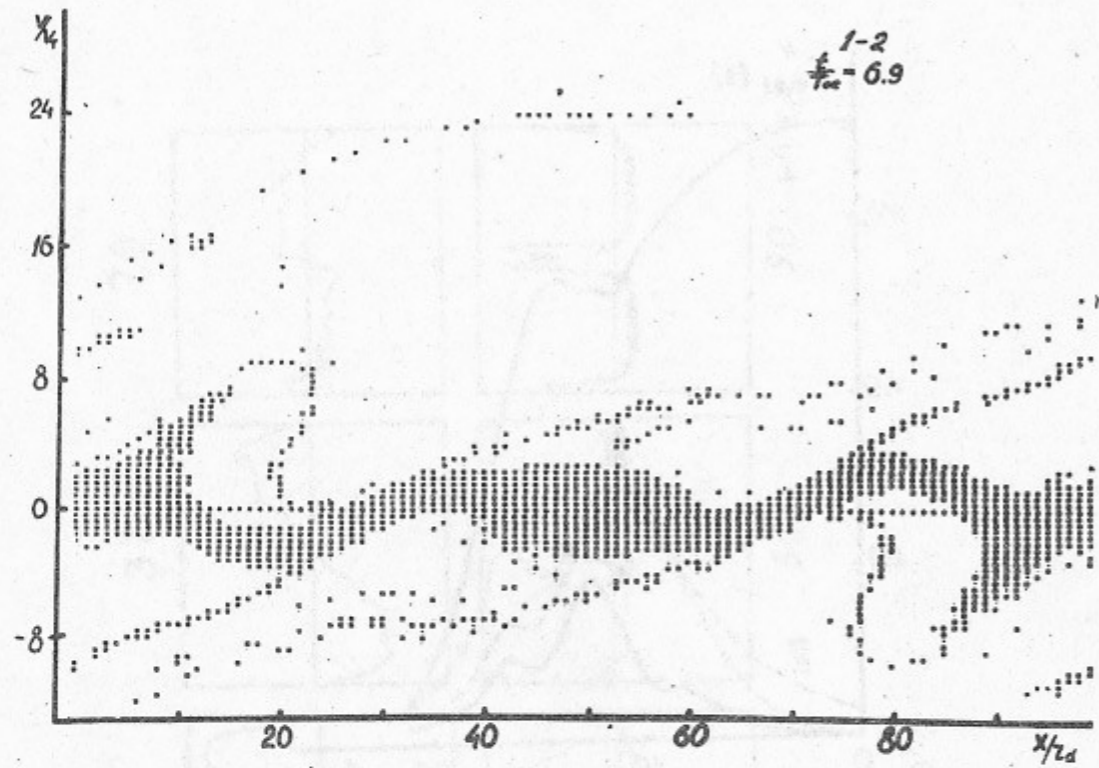


Рис. 106

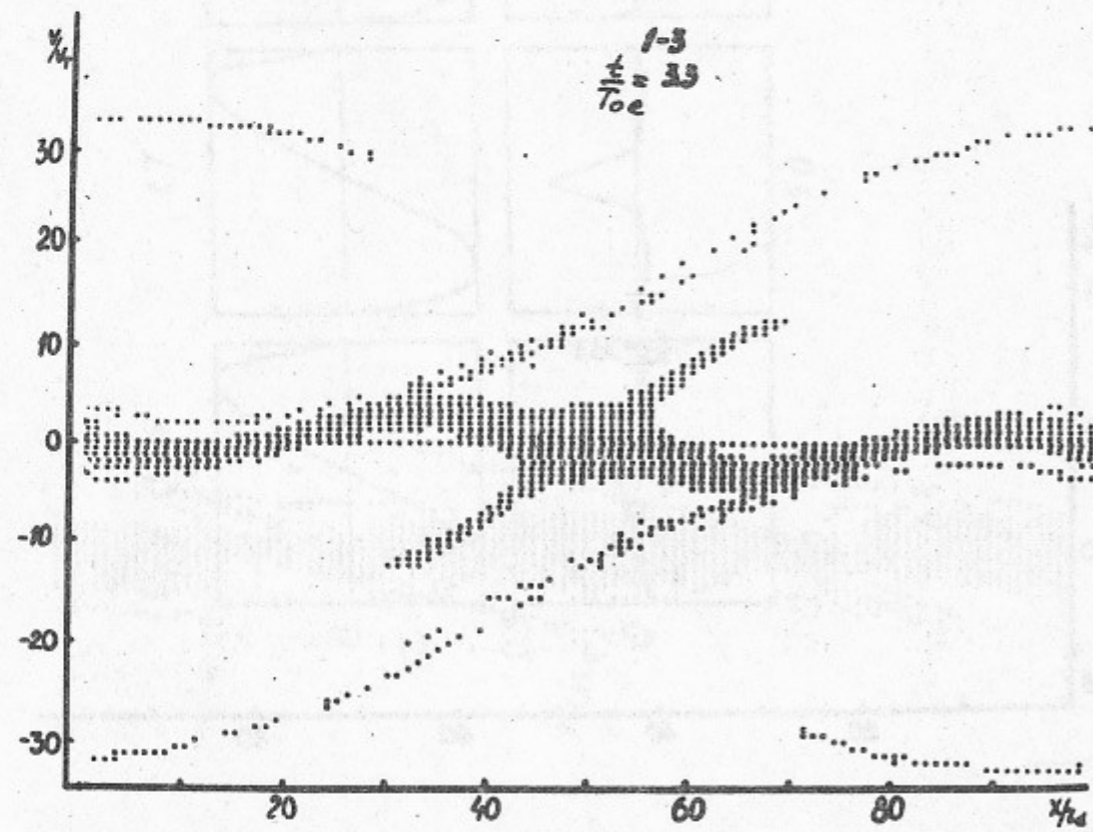


Рис. 107

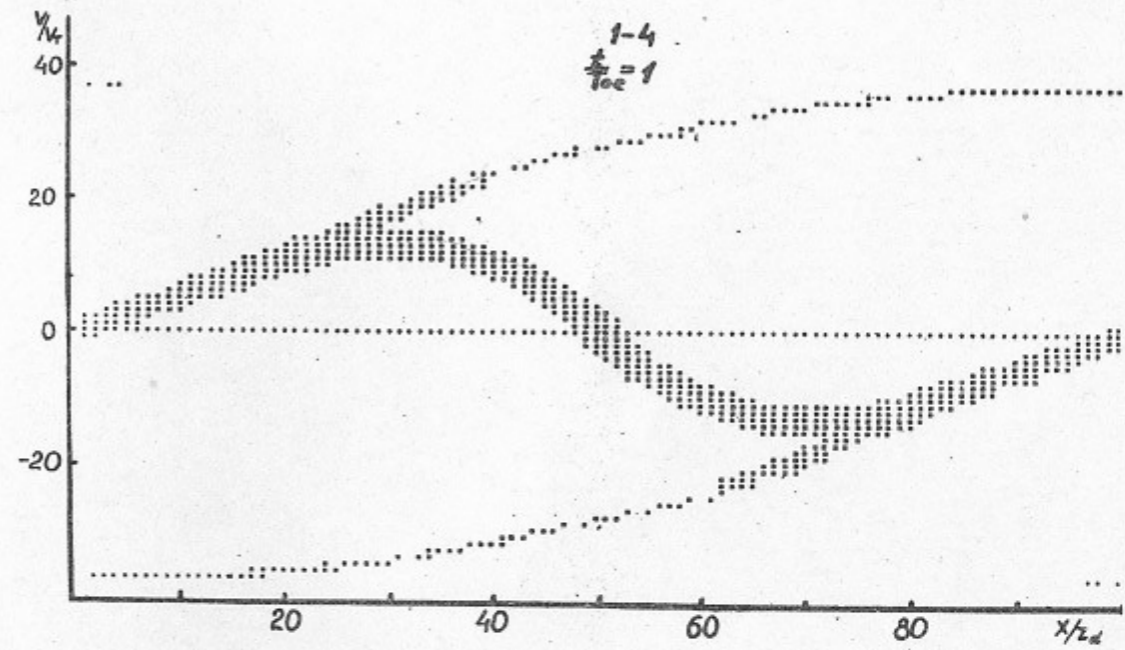


Рис. 108

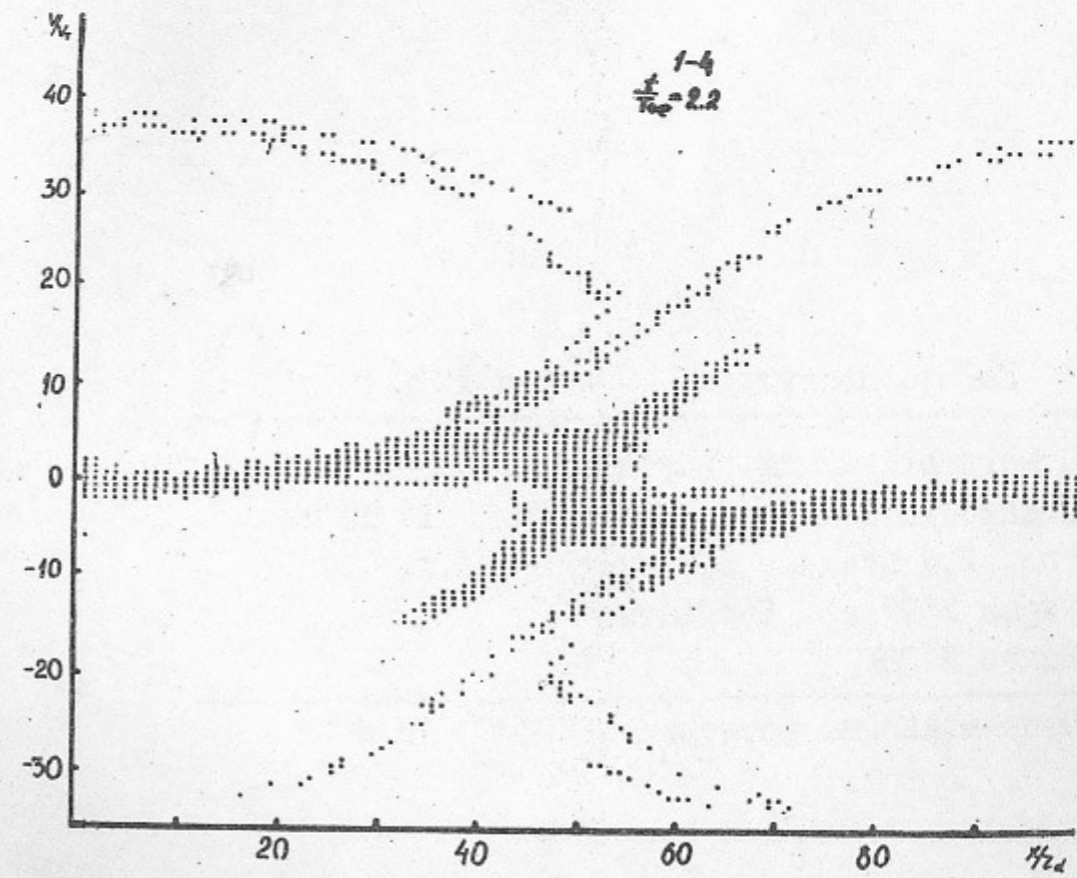


Рис. 109



Работа поступила - 7 марта 1978 г.

---

Ответственный за выпуск - С.Г.ПОПОВ  
Подписано к печати 10.III-1978г. МН 02707  
Усл. 2,4 печ.л., 1,9 учетно-изд.л.  
Тираж 250 экз. Бесплатно  
Заказ № 19.

---

Отпечатано на ротапринтере ИЯФ СО АН СССР