

7
И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ПРЕПРИНТ ИЯФ 77-9

В.И. Корчуганов, Г.Н. Кулипанов, Н.А. Мезенцев,
В.Ф. Пиндурин, А.Н. Скрипский, В.Б. Хлестов,
М.А. Шеромов

МЕТОД ОПЕРАТИВНОГО ИЗМЕРЕНИЯ
АБСОЛЮТНОЙ ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОНОВ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СПЕКТРАЛЬНЫХ
ОСОБЕННОСТЕЙ СИ

Новосибирск

1977

МЕТОД ОПЕРАТИВНОГО ИЗМЕРЕНИЯ АБСОЛЮТНОЙ ЭНЕРГИИ
ЭЛЕКТРОНОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СПЕКТРАЛЬНЫХ
ОСОБЕННОСТЕЙ СИ

В.Н.Корчуганов, Г.Н.Кулипанов, Н.А.Мезенцев,
В.Ф.Пиндурин, А.Н.Скринский, В.Б.Хлестов,
М.А.Шеромов

А Н Н О Т А Ц И Я

Предложен метод измерения энергии электронов в накопителе, основанный на использовании резкой зависимости от энергии интенсивности синхротронного излучения в коротковолновой части спектра при $\lambda/\lambda_c \ll 1$.

Описана схема измерений, используемая на накопителе ВЭШ-3. Приведены экспериментальные результаты.

Возможность постановки разнообразных экспериментов на встречных электрон-позитронных пучках во многом определяется знанием абсолютной энергии частиц в накопителе. Способ определения энергии частиц по результатам измерений величины магнитного поля вдоль траектории требует большого количества датчиков и практически трудно реализуем для накопителей со сложной структурой магнитной системы.

Предложенный в ИЯФ СО АН СССР метод определения энергии по измерению частоты прецессии спина электрона в магнитном поле $|I|$ обладает рекордной точностью ($\delta\epsilon/E \sim 2 \cdot 10^{-5}$), но требует поляризованных пучков. В данной работе предложен и экспериментально проверен на накопителе ВЭШ-3 метод оперативного измерения абсолютной энергии электронов в накопителе, использующий спектральные особенности синхротронного излучения (СИ) в области $\lambda_c/\lambda \gg 1$.

В области длин волн $\lambda_c/\lambda \gg 1$ имеется резко выраженная зависимость интенсивности СИ от E :

$$I_\lambda \propto H^{1/2} E^{-1} \lambda^{-5/2} \exp[-c/(E^2 H \lambda)] \Delta \lambda \quad (1)$$

Именно этот факт и предложено использовать для определения энергии частиц, поскольку величина $\frac{1}{I_\lambda} \frac{dI_\lambda}{dH}$ однозначно определяется энергией частиц, величиной магнитного поля в точке излучения и длиной волны СИ. Допуская, что энергия частиц в накопителе пропорциональна магнитному полю в точке излучения, при $\lambda_c/\lambda \gg 1$ легко получить

$$E \approx \left[\frac{3c}{\lambda H^2} / \left(\frac{1}{I_\lambda} \frac{dI_\lambda}{dH} \right) \right]^{1/2} \quad (2)$$

Для получения необходимой точности следует пользоваться точными, а не асимптотическими формулами для интенсивности СИ (см. приложение А). Схема измерения величины магнитного поля, используемой длины волны и интенсивности показана на Рис. 1

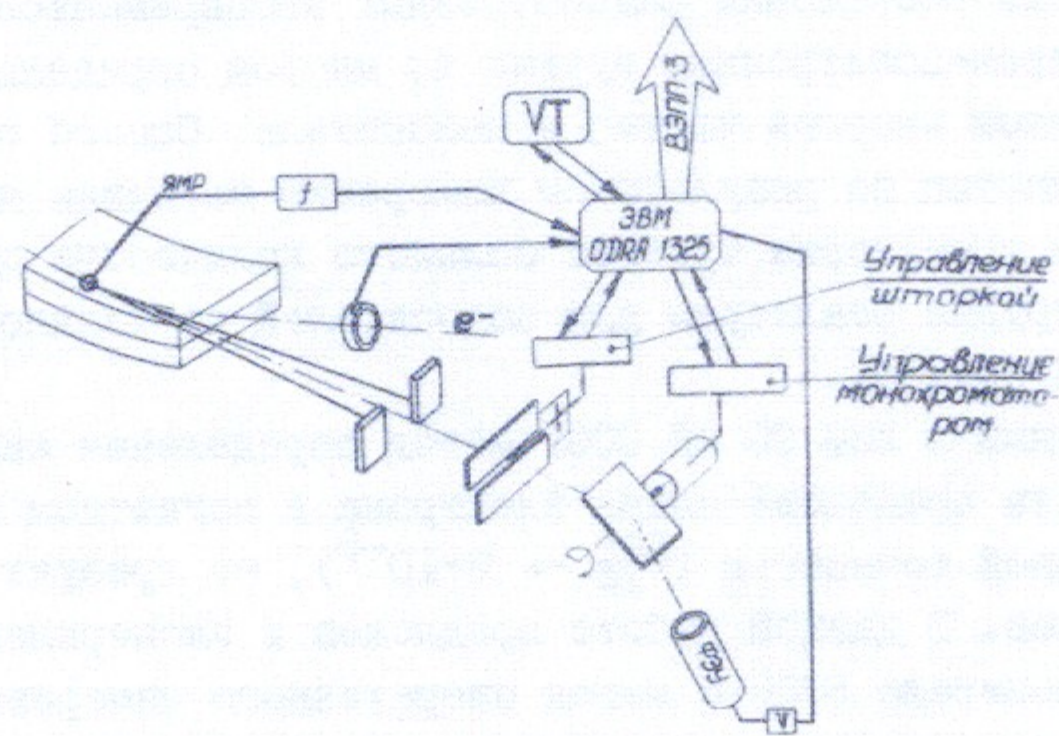


Рис. I

Синхротронное излучения выводится из плоской части одного из поворотных магнитов через канал с фольгами из бериллия (общей толщиной — 300 мкм) По вертикали пучок СИ не коллимируется, Коллимация в радиальном направлении осуществляется щелью. В эксперименте по измерению энергии использовалась схема с одним кристаллом с отражением в вертикальной плоскости. Отраженный от кристалла луч с длиной волны, определяемой условием Брэгга $\lambda = 2d \sin \Theta$, где Θ — угол, образованный центральным лучом I_1 ($\beta = \psi = 0$, $\lambda = \lambda(\Theta, n)$) с плоскостью кристалла, попадает в сцинтиллятор (пластмасса NE — 102), световые вспышки в котором регистрируются ФЭУ. Сигнал с выхода ФЭУ пропорционален интенсивности падающего на него СИ.

Величина интенсивности СИ, регистрируемая после отражения от монохроматора, зависит от многих величин, известных с плохой точностью, таких как: коэффициент ослабления рентгеновских лучей при прохождении выходных фольг и воздушного участка, коэффициент отражения от кристалла, эффективность регистрации, абсолютное число частиц в накопителе. Однако при изменении энергии электронов, при условии, что равновесная траектория меняется незначительно и нет неоднородностей в выходных фольгах, кристаллах и т.д., эти величины, известные с плохой

точностью, остаются постоянными. Тогда относительное изменение интенсивности СИ для данной длины волны при изменении энергии электронов зависит только от длины волны регистрируемого излучения, от величины магнитного поля в месте излучения и от абсолютной энергии электронов:

$$\frac{I_1 N_2}{I_2 N_1} = \frac{I(\lambda, E_1, H_1)}{I(\lambda, E_2, H_2)} \quad (3)$$

где $\frac{N_2}{N_1}$ — относительное изменение числа электронов в момент измерения интенсивностей I_2 и I_1 .

Без предложения о виде явной зависимости энергии электронов от величины магнитного поля в месте излучения уравнение (3) не разрешимо.

Для релятивистских частиц имеет место равенство:

$$E = 0.3 HR \quad (4)$$

где E — энергия электронов (МэВ), H — величина магнитного поля в точке наблюдения (Кэ), R — радиус траектории в точке наблюдения (см).

При изменении энергии радиус меняется незначительно, естественно предложить, что в первом приближении он меняется линейно с магнитным полем

$$R = R_0 + \alpha \Delta H \quad (5)$$

Тогда энергия при изменении величины магнитного поля от H_0 до H меняется соответственно от E_0 до величины

$$E = \frac{H}{H_0} [E_0 + 0.3 \alpha H_0 (H - H_0)] \quad (6)$$

В выражении (6) две неизвестные величины E_0 и α , для определения которых необходимо составить два уравнения, т.е. составить уравнения, аналогичные (3) по измерениям в трех точках. С учетом (6) эта система имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{I_1 N_2}{I_2 N_1} &= \frac{I(\lambda, \alpha, E_0, H_0)}{I(\lambda, \alpha, E_0, H_1)} \\ \frac{I_2 N_3}{I_3 N_2} &= \frac{I(\lambda, \alpha, E_0, H_1)}{I(\lambda, \alpha, E_0, H_2)} \end{aligned} \quad (7)$$

Явное выражение для E_0 и α из системы (7) получить в общем случае невозможно и решить ее можно только с помощью ЭВМ.

Задача значительно упрощается, если нет зависимости радиуса траектории электронов от величины магнитного поля в месте излучения. Тогда решается уравнение (3) с условием

$$E = \frac{H}{H_0} E_0 \quad (8)$$

Приближенное выражение для E_0 при условии (8) можно получить пользуясь оценочными формулами для интенсивности, приведенными в приложении А.

Уравнение (3) после подстановки оценочных формул и использовании (8) имеет вид:

$$\frac{I_1 N_2}{I_2 N_1} = \sqrt{\frac{H_0}{H}} \exp\left\{-\frac{C}{\lambda_0 E_0^2 H_0} \left[\left(\frac{H_0}{H}\right)^3 - 1\right]\right\} \quad (9)$$

где $C = \frac{4\pi(m c^2)^3}{3e} = 186312080$, E — измеряется в Мэв, H — в килоэрстедах, λ_0 — в ангстремах.

После логарифмирования выражение для E_0 имеет вид:

$$E_0 = \left\{ \frac{C}{\lambda_0 H_0} \left[1 - \left(\frac{H_0}{H}\right)^3\right] \right\}^{1/2} \frac{I_1 N_2}{I_2 N_1} \quad (10)$$

Надо отметить, что относительная ошибка величины E_0 , вычисленная по формуле (10) при $\lambda_0/\lambda \sim 7$, всего $6 \cdot 10^{-3}$ от истинного значения E_0 . Основываясь на этом факте, используем формулу (9) для оценок влияния ошибок измерения на результат.

а) Ошибка из-за погрешности определения λ :

$$\frac{\delta E}{E} = \frac{-6\mu d + y \left[1 + \left(\frac{H_0}{H}\right)^3\right] - 1}{2y \left[1 - \left(\frac{H_0}{H}\right)^3\right]} \cdot \frac{\delta \lambda}{\lambda} \quad (11)$$

μd — степень экспоненты коэффициента поглощения при прохождении через вещество.

б) Ошибка из-за погрешности измерения величины магнитного поля:

$$\frac{\delta E}{E} = \frac{\frac{1}{2y} - \frac{3}{2} \left[1 + \left(\frac{H_0}{H}\right)^3\right]}{1 - \left(\frac{H_0}{H}\right)^3} \frac{\delta H}{H} \quad (12)$$

где $y = \frac{\lambda_0}{\lambda}$

в) Ошибка из-за погрешности измерения интенсивности излучения:

$$\frac{\delta E}{E} = \frac{1}{y \left[1 - \left(\frac{H_0}{H}\right)^3\right]} \cdot \frac{\delta I}{I} \quad (13)$$

На рисунках 2, 3 показаны зависимости $\frac{\delta E}{E} / \frac{\delta H}{H}$ и $\frac{\delta E}{E} / \frac{\delta I}{I}$ в зависимости от y и от $\frac{H_0}{H}$

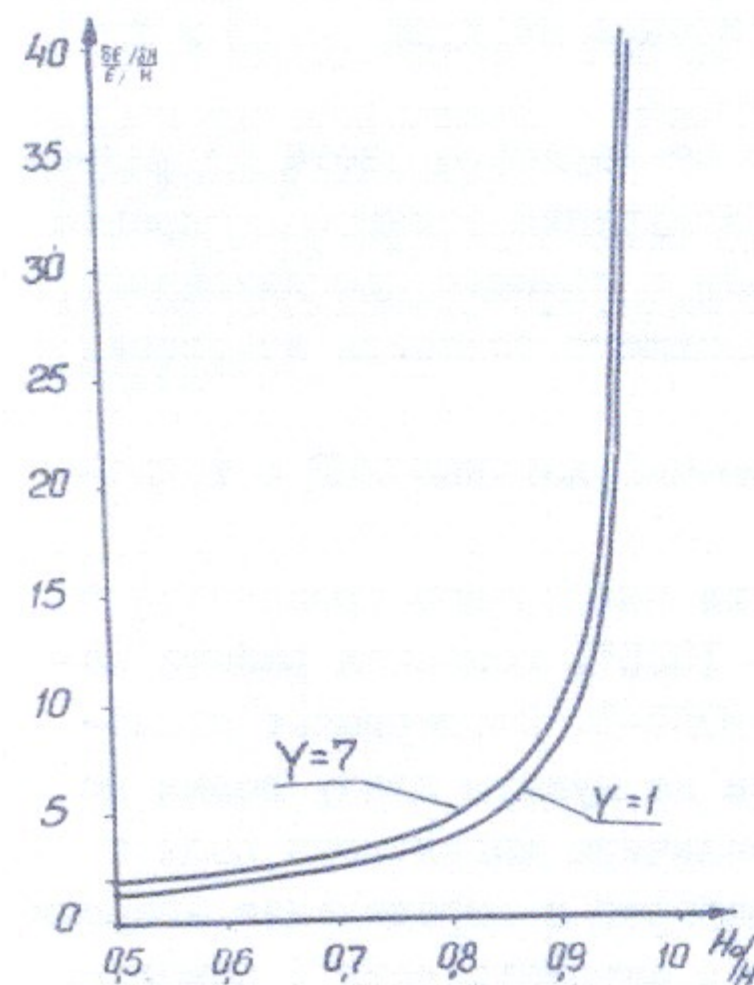


Рис. 2

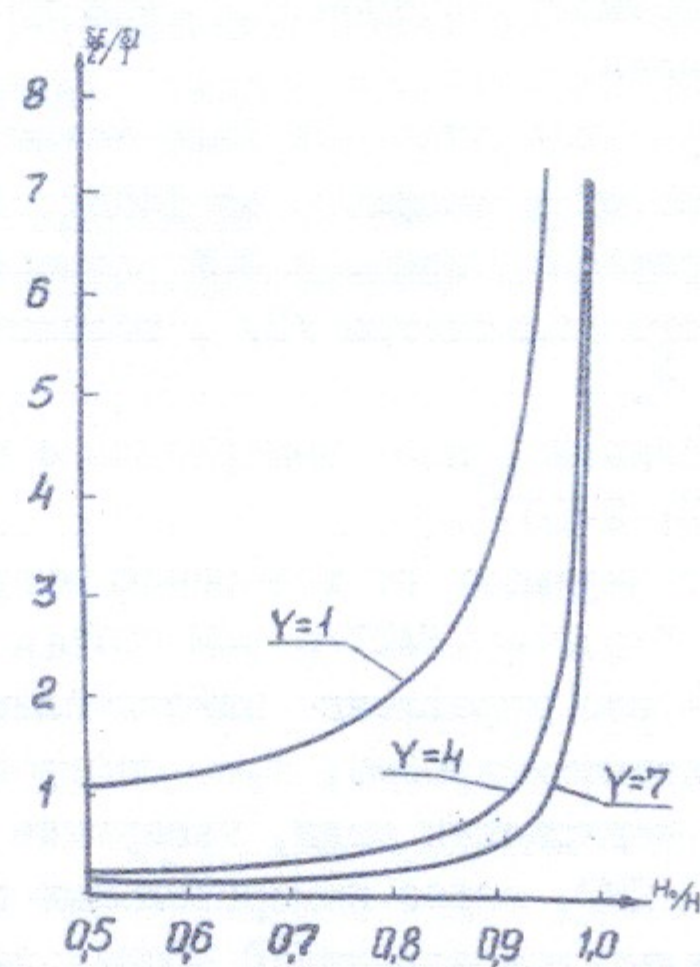


Рис. 3

Настройка рабочей длины волны $\lambda_0 = 1.38043 \text{ \AA}$ ($E = 8.98 \text{ кэВ}$) осуществлялась по K -краю поглощения меди. В эксперименте в качестве монохроматора использовался кристалл кремния (плоскость III) с полированной поверхностью (межплоскостное расстояние $d = 3.1354 \text{ \AA}$, $\Delta\lambda/\lambda \approx 1.3 \cdot 10^{-4}$)

Механизм поворотного устройства обеспечивает выставку угла $\theta_0 \approx 12^\circ 40'$ с точностью $\delta\theta = 6''$, что соответствует $\frac{\delta\lambda}{\lambda} \sim 1.5 \cdot 10^{-4}$.

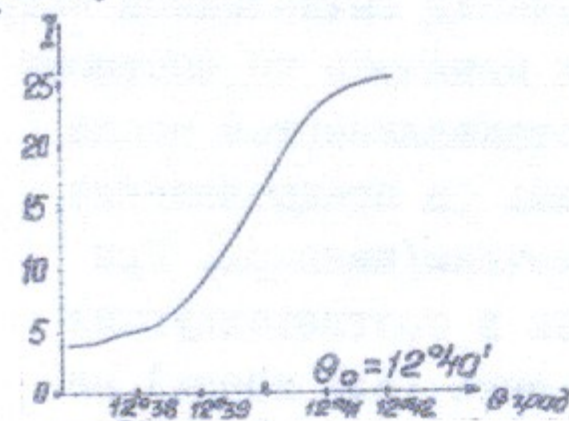


Рис. 4

Зависимость интенсивности излучения после прохождения медной фольги вблизи K -края поглощения от угла поворота кристалла показана на рисунке 4.

Измерение интенсивности проводилось с помощью ФЭУ-93 со ста билизованным коэффициентом усиления. Долговременная стабильность коэффициента усиления контролировалась с помощью радиоактивного изотопа с $E_{\gamma} \sim 6$ кэв и была не хуже 0,1% в течении часа.

Приемное окно ФЭУ было закрыто от видимого света бериллиевой фольгой и защищено от фонового излучения свинцовым экраном с отверстием. Сигнал с ФЭУ измерялся с помощью прецизионного цифрового вольтметра /З/, обеспечивающего точность измерения $2,5 \cdot 10^{-5}$.

Магнитное поле измерялось с помощью датчика ЯМР с точностью $\delta H/H \sim 2 \cdot 10^{-5}$.

Эксперимент по измерению энергии электронов проводится в режиме "ON - LINE" с ЭВМ "ОДРА - 1325", основная работа которой - это управление накопителем ВЭШ-3. Эксперимент полностью автоматизирован, т.е. настройка на нужную длину волны по К-краю поглощения меди, измерение величины магнитного поля с помощью ЯМР, опрос измерительных приборов и определение энергии по результатам измерений производится автоматически с помощью ЭВМ.

Процесс измерения энергии заключался в следующем. После подъема энергии частиц в накопителе пучок СИ перекрывался медной фольгой (толщиной 150 мкм), проводилась настройка на длину волны, соответствующую К-краю поглощения меди, шторка открывалась, проводилось измерение магнитного поля, а потом одновременно измерялись интенсивность и ток электронов с усреднением отношения интенсивности к току по 50-100 измерениям на данной энергии. Затем энергия менялась и процедура повторялась до получения необходимого количества данных.

Для проверки реального разброса значений вычисленной энергии электронов магнитное поле накопителя менялось по частному циклу гистерезиса ($H_0/H \sim 0,9$), который устанавливается после совершения трех петель. Энергия измерялась (в предположении $R = \text{const}$) при ходе вниз по полю по двум точкам (и вверх). При этом разброс значений вычисленной энергии в соответствующих точках по полю в разных циклах при ходе вниз (или вверх) не превышал величину, $\delta E/E \leq 5 \cdot 10^{-4}$.

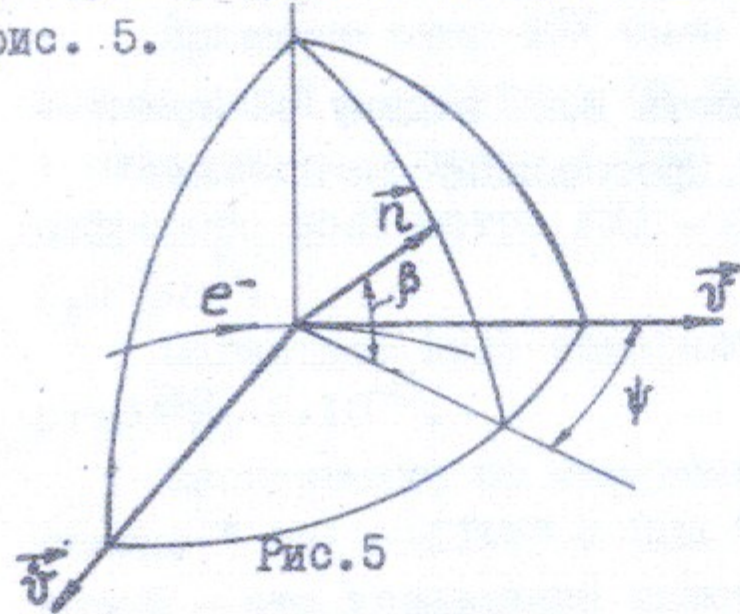
Достоверность измеряемой энергии проверялась при

одновременном измерении энергии по частоте прецессии спина и с помощью данного метода. Ошибка измерения абсолютной энергии составила $\frac{\delta E}{E} \sim 10^{-3}$. Такая точность обусловлена изменением нуля стабилизированного ФЭУ в зависимости от интенсивности. Есть надежда, что переход на измерение интенсивности с помощью ионизационной камеры существенно повысит точность определения абсолютной энергии.

Авторы выражают свою благодарность Е.Л.Салдину за критические замечания, Г.И.Будкеру и И.Я.Протопопову за полезные обсуждения.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
ПАРАМЕТРЫ СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Мгновенное угловое распределение интенсивности СИ быстрой частицы ($\gamma \gg 1$) удобно описывать в системе отчета углов, показанной на рис. 5.



Здесь β — угол между плоскостью образованной векторами скорости \vec{v} и ускорения \vec{v}' заряженной частицы и вектором \vec{n} в направлении излучения, а ψ — угол между проекцией вектора \vec{n} на плоскость (\vec{v}, \vec{v}') и вектором \vec{v} .

В дальнейшем будем называть β и ψ вертикальным и горизонтальным углом соответственно.

Согласно [4], выражение для мгновенного углового распределения СИ быстрой заряженной частицы имеет вид:

$$dI(\beta, \psi, \lambda) = \tilde{P}(\beta, \psi, \lambda) d\lambda d\beta d\psi \quad (A1)$$

Выражение для $\tilde{P}(\beta, \psi, \lambda)$ в (A1) зависит от направления поляризации излучения. Для компоненты электрического вектора \vec{E} , колеблющейся в плоскости (\vec{v}, \vec{v}') .

$$\tilde{P}_{\parallel}(\beta, \psi, \lambda) = A \cdot \left(\frac{\lambda_c}{\lambda}\right)^4 N^3 \gamma^6 [1 + (\gamma\psi)^2 + (\gamma\beta)^2]^{3/2} K_{1/3}\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right) \quad (A2)$$

Для компоненты вектора \vec{E} , колеблющейся перпендикулярно плоскости (\vec{v}, \vec{v}')

$$\tilde{P}_{\perp}(\beta, \psi, \lambda) = A \cdot \left(\frac{\lambda_c}{\lambda}\right)^4 N^3 \gamma^6 [1 + (\gamma\psi)^2 + (\gamma\beta)^2]^{1/2} K_{1/3}\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right) \cdot (\gamma\beta)^2 \quad (A3)$$

где: $\lambda_c = \frac{4\pi mc^2}{3eH\gamma^2}$ — критическая длина волны (A4), H — напряженность магнитного поля в месте излучения,

$$\xi = \frac{\lambda_c}{\lambda} [1 + (\gamma\psi)^2 + (\gamma\beta)^2]^{3/2} \quad (A5)$$

$K_{1/3}(\xi)$ — функция Макдональда, $A = \frac{e^2}{4\pi} \frac{27\sqrt{3}}{32\pi^3} \frac{e^3}{m^3 c^5}$

Реальные частицы в пучке обладают некоторым распределением по скоростям и координатам и обычно это распределение имеет гауссовский вид:

$$\rho(x, x', z, z') = \frac{N}{(2\pi)^2 \sigma_x \sigma_x' \sigma_z \sigma_z'} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{x'^2}{2\sigma_x'^2} - \frac{z^2}{2\sigma_z^2} - \frac{z'^2}{2\sigma_z'^2}\right) \quad (A6)$$

где $(\prime) = \frac{d}{ds}$, S — продольная координата вдоль равновесной траектории $\sigma_{x,z}, \sigma_{x',z'}$ — стандартные отклонения по непоперечным координатам и углам наклона к равновесной траектории соответственно, N — число частиц в накопителе.

Обычно пучок синхротронного излучения, выводимый из накопителя, ограничен щелью только в горизонтальном направлении. В этом случае зависимость интенсивности СИ от углов после выходного отверстия, с учетом (A6), имеет вид:

$$dI = d\psi d\beta d\lambda \cdot \frac{1}{R} \int \int \int \tilde{P}(\beta - z', \psi - \frac{S}{R} - x', \lambda) \cdot \rho(x, x', z, z') dx dx' dz dz' ds \quad (A7)$$

где R — равновесный радиус орбиты электронов в точке излучения.

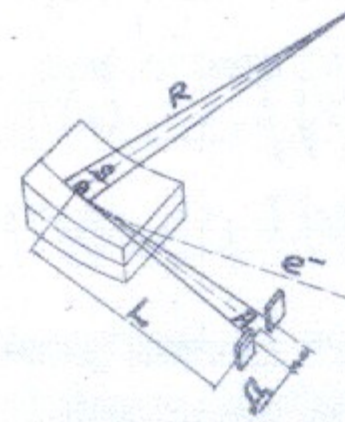


Рис. 6

На Рис. 6 представлена геометрия выпуска пучка СИ из выходного окна. Здесь $L = AO$ — длина касательной к равновесной орбите, проведенной из точки A — центра выходного отверстия, D — ширина щели по горизонтали. Луч, идущий по касательной AO , называется центральным лучом.

В случае, если $\frac{D}{L} \gg \frac{1}{\gamma}$, $\frac{D}{L} \gg \sigma_x'$, интегрирование в (A7) по S, x' можно провести в бесконечных пределах. Интегрирование по z и x в силу того, что функция \tilde{P} в (A7) не зависит от z и x тривиально и осуществляется по z в бесконечных пределах, а по x (в предположении, что $\frac{D}{L} \ll 1$ и $\frac{RD}{L^2} \ll 1$) в пределах $x \gg -\frac{D}{2} + \psi L$, $x \leq \frac{D}{2} + \psi L$. После интегрирования выражение (A7) имеет вид:

$$dI = d\psi d\beta d\lambda \cdot F_z(\beta, \lambda, \sigma_z') \cdot F_x(\psi, \sigma_x') \quad (A8)$$

$$\text{где: } F_z(\beta, \lambda, \sigma_z') = \frac{N}{\sqrt{2\pi} \sigma_z'} \int_{-\frac{D}{2} + \psi L}^{\frac{D}{2} + \psi L} dz' \exp\left(-\frac{z'^2}{2\sigma_z'^2}\right) \cdot P(\beta - z', \lambda) \quad (A9)$$

$$F_x(\psi, \sigma_x') = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_x'} \int_{-\frac{D}{2} + \psi L}^{\frac{D}{2} + \psi L} dx \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x'^2}\right) \quad (A10)$$

$P(\beta, \lambda)$ - результат интегрирования функции $\tilde{P}(\beta, \psi, \lambda)$ по горизонтальному углу ψ в бесконечных пределах.

Для излучения с горизонтальной и вертикальной составляющими вектора напряженности \vec{E} функция $P(\beta, \lambda)$ соответственно равна:

$$P_{\parallel}(\beta, \lambda) = \frac{A}{\sqrt{3}} H^3 \left(\frac{\lambda_c}{\lambda}\right)^4 \gamma^5 [1 + (\gamma\beta)^2]^2 K_{2/3}^2(\eta) \quad (A11)$$

$$P_{\perp}(\beta, \lambda) = \frac{A}{\sqrt{3}} H^3 \left(\frac{\lambda_c}{\lambda}\right)^4 \gamma^5 [1 + (\gamma\beta)^2] (\gamma\beta)^2 K_{1/3}^2(\eta) \quad (A12)$$

$$\text{где: } \eta = \frac{\lambda_c}{2\lambda} [1 + (\gamma\beta)^2]^{3/2} \quad (A13)$$

Интеграл по λ' в выражении (A9) в следующих предельных случаях равен:

$$\text{а) } \sigma_{z'} \ll \frac{1}{\gamma} \quad F_z(\beta, \lambda) = N \cdot P(\beta, \lambda) \quad (A14)$$

$$\text{б) } \sigma_{z'} \gg \frac{1}{\gamma} \quad F_z(\beta, \lambda) = \frac{N}{\sqrt{2\pi} \sigma_{z'}} \exp\left(-\frac{\beta^2}{2\sigma_{z'}^2}\right) \cdot \mathcal{P}(\lambda) \quad (A15)$$

где $\mathcal{P}(\lambda)$ для разных поляризаций имеет вид:

$$\mathcal{P}_{\parallel}(\lambda) = \frac{4\pi^2}{3} A H^3 \left(\frac{\lambda_c}{\lambda}\right)^3 \gamma^4 \left[\int_{\lambda_c}^{\infty} K_{5/3}(\eta) d\eta + K_{2/3}\left(\frac{\lambda_c}{\lambda}\right) \right] \quad (A16)$$

$$\mathcal{P}_{\perp}(\lambda) = \frac{4\pi^2}{3} A H^3 \left(\frac{\lambda_c}{\lambda}\right)^3 \gamma^4 \left[\int_{\lambda_c}^{\infty} K_{5/3}(\eta) d\eta - K_{2/3}\left(\frac{\lambda_c}{\lambda}\right) \right] \quad (A17)$$

Обычно случай б) на накопителях с "затухшим" пучком реализуется редко из-за малого вертикального размера электронного пучка. Однако формулы, обсуждаемые ниже, написаны без предположения малости вертикального размера, если об этом нет специальных указаний.

ОТРАЖЕНИЕ СИ ОТ КРИСТАЛЛА

Луч в пучке, падающий на кристалл, можно охарактеризовать четырьмя величинами $(\lambda, \psi, \beta, \theta)$, задающими длину волны, горизонтальную и вертикальную расходимость и угол отражения. Центральный луч характеризуется параметрами $\psi = \beta = 0, \theta(\lambda, n)$. Здесь λ_0 - некоторая выбранная длина волны в падающем излучении.

Выражение (A8) описывает интенсивность элемента пучке СИ падающего на кристалл. Этот элемент содержит в себе излучение

с длиной волны, заключенной в промежутке $\lambda, \lambda + d\lambda$ и имеет горизонтальную и вертикальную расходимость $d\psi$ и $d\beta$ вблизи значений ψ и β . При отражении рассматриваемого элементарного пучка от кристалла интенсивность его зависит от разности между углом скольжения θ и углом $\theta(\lambda, n)$, определяемым соотношением Брэгга:

$$n\lambda = 2d \sin \theta(\lambda, n) \quad (A18)$$

где n - порядок отражения, d - межплоскостное расстояние в кристалле. Для кристалла эта зависимость будет задаваться функцией $S(\theta - \theta(\lambda, n), n)$, $\theta(\lambda, n)$ определяющей интенсивность отражения в области дифракционного максимума.

При отражении в горизонтальной плоскости (ось вращения кристалла перпендикулярна медианной плоскости накопителя)

$$\theta - \theta(\lambda, n) = \psi - \frac{1}{2} \beta^2 \text{tg} \theta(\lambda_0, n) - (\lambda - \lambda_0) \frac{\partial \theta(\lambda_0, n)}{\partial \lambda_0} \quad (A19)$$

а при отражении в вертикальной плоскости (ось вращения кристалла параллельна медианной плоскости накопителя).

$$\theta - \theta(\lambda, n) = \beta - \frac{1}{2} \psi^2 \text{tg} \theta(\lambda_0, n) - (\lambda - \lambda_0) \frac{\partial \theta(\lambda_0, n)}{\partial \lambda_0} \quad (A20)$$

Характерная область углов $\theta - \theta(\lambda, n)$, в которой функция S отлична от нуля, очень мала и составляет $\sim 10^{-5}$ радиан.

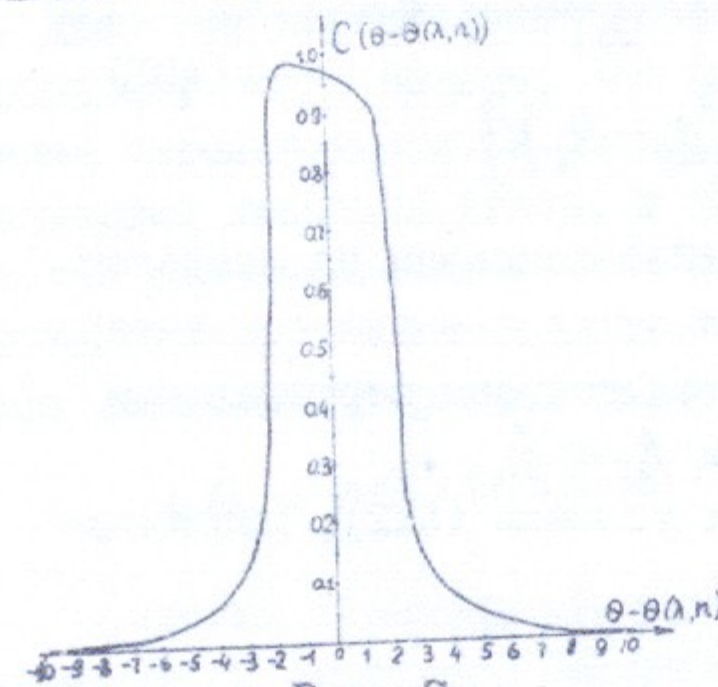


Рис. 7

На Рис. 7 представлена характерная кривая дифракционного максимума описываемая функцией $S(\theta - \theta(\lambda, n), n)$. Коэффициентом отражения от кристалла называют площадь под кривой дифракционного максимума:

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} S(\theta - \theta(\lambda, n), n) d(\theta - \theta(\lambda, n)) \quad (A21)$$

Коэффициент отражения для идеального кристалла зависит от поляризации излучения, причем

$$R_{\pi} = R_{\sigma} \cos 2\theta(\lambda, n) \quad (A22)$$

где индекс σ — означает плоско-поляризованную компоненту излучения, у которой электрический вектор лежит перпендикулярно плоскости падения, а индекс π — соответствует компоненте излучения, электрический вектор которой параллелен плоскости падения.

Выражение для интенсивности любой компоненты излучения, отраженного от кристалла, с учетом (A8) имеет вид:

$$I(\lambda_0) = \int_{-\beta_m}^{\beta_m} \int_{\psi_{\min}}^{\psi_{\max}} dI(\beta, \psi, \lambda) \cdot C(\theta - \theta(\lambda, n), \theta(\lambda, n)) \quad (A23)$$

Вследствие малости угловой расходимости членами $\frac{1}{2}\beta^2 \tan^2 \theta$ и $\frac{1}{2}\psi^2 \tan^2 \theta$ в (A19), (A20) можно пренебречь. Полная интенсивность при отражении в горизонтальной плоскости запишется с учетом (A19) (A23) следующим образом:

$$I(\lambda_0) = \iiint [F_x(\psi, \sigma_x) [F_z^{\parallel}(\beta, \lambda, \sigma_z) \cdot C_{\pi}(\psi - (\lambda - \lambda_0) \frac{\partial \theta(\lambda_0, n)}{\partial \lambda}) + F_z^{\perp}(\beta, \lambda, \sigma_z) \cdot C_{\sigma}(\psi - (\lambda - \lambda_0) \frac{\partial \theta(\lambda_0, n)}{\partial \lambda})] d\psi d\beta d\lambda \quad (A24)$$

Поскольку функции C_{π} и C_{σ} в (A24) отличны от нуля в малом интервале углов вблизи угла $\psi = (\lambda - \lambda_0) \frac{\partial \theta(\lambda_0, n)}{\partial \lambda}$, то интегрирование по ψ в (A24) с учетом (A16), (A17) дает:

$$I(\lambda_0) = \frac{4\pi^2}{3} A \cdot N \cdot H^3 \gamma^4 \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} d\lambda \left(\frac{\lambda_c}{\lambda} \right)^3 F_x((\lambda - \lambda_0) \frac{\partial \theta(\lambda_0, n)}{\partial \lambda}) \times [\int_{\lambda_c}^{\infty} K_{5/3}(\eta) d\eta \cdot (R_{\pi} + R_{\sigma}) + K_{2/3}(\frac{\lambda_c}{\lambda}) \cdot (R_{\pi} - R_{\sigma})] \quad (A25)$$

Пределы интегрирования по β в (A24) заменены на бесконечные, так как функция $F_z(\beta, \lambda, \sigma_z)$ отлична от нуля в угловом интервале $\sim \frac{1}{\beta}$, а интегрирование проводится по всем вертикальным углам, вырезаемым кристаллом, причем $\beta_m \gg \frac{1}{\beta}$.

Для кристаллов, удовлетворяющих условию (A22), выражение (A25) с учетом (A18) можно записать:

$$I(\lambda_0) = \frac{8\pi^2}{3} A \cdot N \cdot H^3 \gamma^4 R_{\sigma} \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} d\lambda \left(\frac{\lambda_c}{\lambda} \right)^3 F_x((\lambda - \lambda_0) \frac{\partial \theta(\lambda_0, n)}{\partial \lambda}) \times [\int_{\frac{\lambda_c}{2}}^{\infty} K_{5/3}(\eta) d\eta \cdot (1 - \frac{\lambda^2}{4d^2}) - \frac{\lambda^2}{4d^2} K_{2/3}(\frac{\lambda_c}{\lambda})] \quad (A26)$$

Использование асимптотического представления для функций $K_{2/3}$ и $K_{5/3}$ при $\lambda_c/\lambda \gg 1$ приводит (A26) к виду:

$$I(\lambda_0) = \frac{8\pi^2}{3} \sqrt{\frac{\pi}{2}} A N H^3 \gamma^4 R_{\sigma} \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} d\lambda \left(\frac{\lambda_c}{\lambda} \right)^{5/2} \left(1 - \frac{\lambda^2}{2d^2} \right) F_x((\lambda - \lambda_0) \frac{\partial \theta(\lambda_0, n)}{\partial \lambda}) \exp(-\frac{\lambda_c}{\lambda}) \quad (A27)$$

При этом влияние поперечной поляризации становится пренебрежимо мало.

Оценочную формулу интенсивности СИ при $\frac{\lambda_c}{\lambda} \gg 1$ (для размера щели при условии $b_x \ll D \ll L$) можно записать следующим образом:

$$I(\lambda_0) = \frac{16\pi^2}{3} \sqrt{\frac{\pi}{2}} A N d \cdot \frac{D}{L} \cdot R_{\sigma} \cdot H^3 \gamma^4 \left(\frac{\lambda_c}{\lambda_0} \right)^{5/2} \sqrt{1 - \frac{\lambda_0^2}{4d^2}} \cdot \left(1 - \frac{\lambda_0^2}{2d^2} \right) \exp(-\frac{\lambda_c}{\lambda_0}) \quad (A28)$$

где λ_0 — средняя длина волны в вырезаемом интервале.

Аналогично (A24), выражение для интенсивности излучения, отраженного от кристалла в вертикальной плоскости, равно:

$$I(\lambda_0) = \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \int_{-\beta_m}^{\beta_m} \int_{\psi_{\min}}^{\psi_{\max}} [F_x(\psi, \sigma_x) [F_z^{\parallel}(\beta, \lambda, \sigma_z) \cdot C_{\sigma}(\beta - (\lambda - \lambda_0) \frac{\partial \theta(\lambda_0, n)}{\partial \lambda}) + F_z^{\perp}(\beta, \lambda, \sigma_z) \cdot C_{\pi}(\beta - (\lambda - \lambda_0) \frac{\partial \theta(\lambda_0, n)}{\partial \lambda})] d\psi d\beta d\lambda \quad (A29)$$

Интегрирование по ψ проводится сразу:

$$\int_{-\infty}^{\infty} F_x(\psi, \sigma_x) d\psi = \frac{D}{L} ; \quad \psi_m = \infty \quad (A30)$$

В (A29) пределы интегрирования по вертикальному углу β задаются размерами кристалла и выполняются условия $\beta_m \gg \Delta\beta, \Delta\theta_{\pi}, \Delta\theta_{\sigma}$, т.е. диапазон вертикальных углов, в котором производится интегрирование, много больше, чем характерный угловой размер распределения интенсивности СИ по вертикали $\Delta\beta$ и много больше, чем характерный диапазон углов, в котором C_{π} и C_{σ} отличны от нуля. В случае идеального кристалла имеет место соотношение для интервала углов, в котором происходит 100% отражение для компонент излучения с разной поляризацией

$$\Delta\theta_{\sigma} = \Delta\theta_{\pi} \cdot \cos 2\theta_0 \quad (A31)$$

Определим характерный вертикальный угловой размер распределения СИ следующим образом:

$$\Delta\beta = \frac{1}{F_z(0, \lambda, \sigma_z)} \int_{-\infty}^{\infty} F_z(\beta, \lambda, \sigma_z) d\beta \quad (A32)$$

Для значений длин волн, удовлетворяющим условию $\lambda_c/2 \gg 1$, в случае $\sigma_x \ll 1/\gamma$, пользуясь асимптотикой функций $K_{5/3}$ и $K_{2/3}$, получим:

$$\Delta\beta \approx \frac{1}{\gamma} \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_c}} \sim \sqrt{H\lambda} \quad (A33)$$

Поскольку углы наклона траекторий частиц и углы разлета γ -квантов статистически независимы, то угловой размер распределения СИ с хорошей точностью определяется формулой:

$$\Delta\beta = \sqrt{\frac{\lambda}{\gamma^2 \lambda_c} + 2\pi \sigma_x^2} \quad (A34)$$

Интеграл (A29) легко вычисляется в случае, когда $\Delta\theta_{\text{н}} \ll \Delta\beta \ll 1$ при этом он равен выражению:

$$I(\lambda_0) = \frac{8\pi^2}{3} A \cdot N \cdot d \cdot \frac{D}{L} H^3 \gamma^4 \left(\frac{\lambda_c}{\lambda_0}\right)^3 \sqrt{1 - \frac{\lambda_0^2}{4d^2}} \times \left[\int_{\frac{\lambda_0}{2}}^{\infty} K_{5/3}(\eta) d\eta \cdot (R_{\text{н}} + R_{\text{р}}) + K_{2/3}\left(\frac{\lambda_c}{\lambda_0}\right) \cdot (R_{\text{н}} - R_{\text{р}}) \right] \quad (A35)$$

Окончательное выражение для интенсивности СИ, отраженного от кристалла в вертикальной плоскости, с учетом (A22) и (A18) можно записать следующим образом:

$$I(\lambda_0) = \frac{16\pi^2}{3} A \cdot N \cdot d \cdot \frac{D}{L} H^3 \gamma^4 \left(\frac{\lambda_c}{\lambda_0}\right)^3 \sqrt{1 - \frac{\lambda_0^2}{4d^2}} \cdot R_{\text{н}} \times \left[\int_{\frac{\lambda_0}{2}}^{\infty} K_{5/3}(\eta) d\eta \cdot \left(1 - \frac{\lambda_0^2}{4d^2}\right) + \frac{\lambda_0^2}{4d^2} K_{2/3}\left(\frac{\lambda_c}{\lambda_0}\right) \right] \quad (A36)$$

Оценочная формула интенсивности СИ при $\lambda_c/\lambda \gg 1$ примет вид:

$$I(\lambda_0) = \frac{16\pi^2}{3} \sqrt{\frac{\pi}{2}} A \cdot N \cdot d \cdot \frac{D}{L} H^3 \gamma^4 \left(\frac{\lambda_c}{\lambda_0}\right)^{3/2} \sqrt{1 - \frac{\lambda_0^2}{4d^2}} R_{\text{н}} \exp\left(-\frac{\lambda_c}{\lambda_0}\right) \quad (A37)$$

Заметим, что при использовании формул (A26) и (A36), последняя предпочтительнее из-за более точной настройки на конкретную длину волны λ_0 , поскольку естественная угловая расходимость по вертикали определяется малой величиной $1/\gamma$. (γ - релятивистский фактор).

Формула (A36) является рабочей для определения абсолютной энергии при отражении СИ в вертикальной плоскости.

Ниже будет дана адекватная формула для интенсивности СИ после монохроматора с двумя кристаллами с отражением в горизонтальной плоскости.

ОТРАЖЕНИЕ СИ В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ ОТ МОНОХРОМАТОРА С ДВУМЯ КРИСТАЛЛАМИ

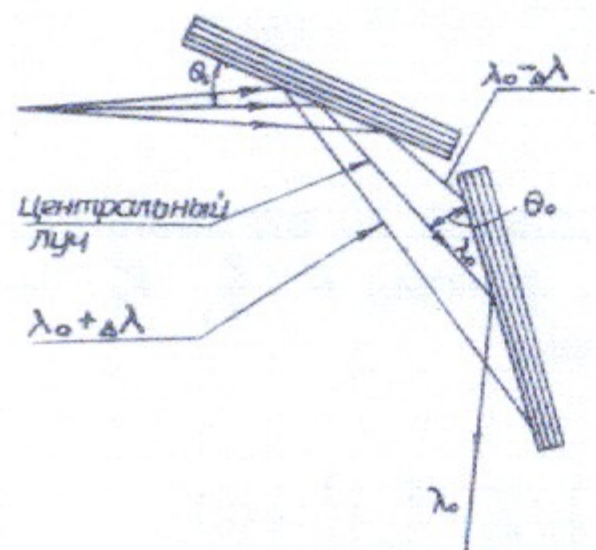


Рис. 8

Кристалл А (Рис. 8), поставленный под углом скольжения θ_0 к центральному лучу падающего на него пучка СИ, выделяет излучение в интервале длин волн, определяемом угловой расходимостью падающего излучения. После отражения от кристалла каждой длине волны соответствует свой угол расходимости относительно центрального луча, определяемый формулой (A18).

Постановка второго аналогичного кристалла В под углом θ_0 к центральному лучу, отраженному от кристалла А, дает возможность выделения излучения с длиной волны λ_0 с разбросом $\delta\lambda$, зависящим только от физических свойств кристаллов.

Выражение для полной интенсивности после отражения от такого монохроматора в горизонтальной плоскости имеет вид:

$$I(\lambda_0) = \iint d\psi d\beta d\lambda F_x(\psi, \sigma_x) \left[F_2''(\beta, \lambda, \sigma_x) C_{\text{н}}(\psi - (\lambda - \lambda_0) \frac{\partial \theta(\lambda_0, \eta)}{\partial \lambda_0}) C_{\text{р}}(\delta - \psi - (\lambda - \lambda_0) \frac{\partial \theta(\lambda_0, \eta)}{\partial \lambda_0}) + F_2^{-1}(\beta, \lambda, \sigma_x) C_{\text{н}}(\psi - (\lambda - \lambda_0) \frac{\partial \theta(\lambda_0, \eta)}{\partial \lambda_0}) C_{\text{р}}(\delta - \psi - (\lambda - \lambda_0) \frac{\partial \theta(\lambda_0, \eta)}{\partial \lambda_0}) \right] \quad (A38)$$

где δ - дополнительный угол между плоскостями кристаллов к углу, равному $2\pi - 2\theta_0$ ($\delta \sim 10^{-4}$ (возможная ошибка выставки угла между кристаллами))

При размерах выходной щели и пучка, удовлетворяющих соотношению $D \gg \sigma_x$, функция $F_x(\psi, \sigma_x)$ с хорошей точностью постоянна вблизи $\psi = 0$ и равна единице. Как уже говорилось, функции $C_{\text{н}}$ и $C_{\text{р}}$ отличны от нуля в области аргументов $\sim 10^{-5}$. Используя эти свойства, интеграл (A38) можно записать в виде:

$$I(\lambda_0) = F_x\left(\frac{\delta}{2}, \sigma_x\right) \cdot 2d \cdot \cos \theta_0 \left[\mathcal{P}_{\text{н}}(\lambda_0) \tilde{R}_{\text{н}}(\delta) + \mathcal{P}_{\text{р}}(\lambda_0) \tilde{R}_{\text{р}}(\delta) \right] \quad (A39)$$

где:
$$\tilde{R}_\pi(\delta) = \frac{1}{2d \cos \theta_0} \int \left(C_\pi(\psi - (\lambda - \lambda_0) \frac{\partial \theta(\lambda, \eta)}{\partial \lambda}) \cdot C_\pi(\delta - \psi - (\lambda - \lambda_0) \frac{\partial \theta(\lambda, \eta)}{\partial \lambda}) \right) d\psi d\lambda \quad (A40)$$

$$\tilde{R}_\sigma(\delta) = \frac{1}{2d \cos \theta_0} \int \left(C_\sigma(\psi - (\lambda - \lambda_0) \frac{\partial \theta(\lambda, \eta)}{\partial \lambda}) \cdot C_\sigma(\delta - \psi - (\lambda - \lambda_0) \frac{\partial \theta(\lambda, \eta)}{\partial \lambda}) \right) d\psi d\lambda \quad (A41)$$

Используя выражение (A16), (A17) и принимая во внимание то, величина δ - мала ($\delta \sim 10^{-4}$) и, следовательно, функция $F(\frac{\delta}{2}, \frac{\delta}{x}) = 1$, формулу (A39) можно представить в виде:

$$I(\lambda_0) = \frac{8\pi^2}{3} A N \cdot d \cos \theta_0 \cdot H^3 \gamma^4 \left(\frac{\lambda_c}{\lambda_0}\right)^3 \times \left[\int_{\frac{\lambda_c}{\lambda_0}}^{\infty} K_{5/3}(\eta) d\eta \cdot (\tilde{R}_\pi + \tilde{R}_\sigma) + K_{2/3}\left(\frac{\lambda_c}{\lambda_0}\right) \cdot (\tilde{R}_\pi - \tilde{R}_\sigma) \right] \quad (A42)$$

Для идеальных кристаллов можно написать следующее соотношение между \tilde{R}_π и \tilde{R}_σ :

$$\tilde{R}_\pi = \tilde{R}_\sigma \cos^2 2\theta(\lambda, n) \quad (A43)$$

Приближенное соотношение для коэффициентов R и \tilde{R} можно получить, заменяя функции C_π, C_σ прямоугольниками с единичной высотой и шириной $\Delta\theta_{\pi, \sigma}$ - угловым разрешением кристалла ($\Delta\theta \approx R \sim 10^3$) в выражениях (A40), (A41):

$$\tilde{R} = \frac{R^2}{2} = \frac{\Delta\theta^2}{2} \quad (A44)$$

Полная интенсивность СИ, отраженного от идеальных кристаллов, при использовании (A43), равна:

$$I(\lambda_0) = \frac{8\pi^2}{3} A \cdot N d \sqrt{1 - \frac{\lambda_0^2}{4d^2}} H^3 \gamma^4 \left(\frac{\lambda_c}{\lambda_0}\right)^3 \tilde{R}_\sigma \times \left[\int_{\frac{\lambda_c}{\lambda_0}}^{\infty} K_{5/3}(\eta) d\eta \left(1 + \left(1 - \frac{\lambda_0^2}{4d^2}\right)^2\right) + K_{2/3}\left(\frac{\lambda_c}{\lambda_0}\right) \frac{\lambda_0^2}{d^2} \left(1 - \frac{\lambda_0^2}{4d^2}\right) \right] \quad (A45)$$

Оценочная формула для интенсивности отраженного СИ при $\frac{\lambda_c}{\lambda_0} \gg 1$ равна:

$$I(\lambda_0) = \frac{16\pi^2}{3} \sqrt{\frac{\pi}{2}} A \cdot N d \cdot H^3 \gamma^4 \left(\frac{\lambda_c}{\lambda_0}\right)^{5/2} \sqrt{1 - \frac{\lambda_0^2}{4d^2}} \tilde{R}_\sigma \exp\left(-\frac{\lambda_c}{\lambda_0}\right) \quad (A46)$$

Постановка монохроматора с двумя кристаллами при отражении в горизонтальной плоскости имеет следующие преимущества: во-первых, упрощается настройка на нужную длину волны; во-вторых,

выражение (A45), описывающее интенсивность отраженного СИ, в этом случае получено с меньшими ограничениями на свойства кристаллов, чем выражение (A36), описывающее интенсивность СИ при его ^{отражении} от одного кристалла в вертикальной плоскости.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Разложение функции $K_{1/2}(x)$ при $x \gg 1$ с точностью $\epsilon \leq 10^{-2}$

$$K_{1/2}(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} \exp(-x) \left[1 - \frac{0.06944444}{x} + \frac{0.03713036248}{x^2} - \frac{0.0378370756}{x^3} + \frac{0.0549373728}{x^4} - \frac{0.031025273}{x^5} + \frac{0.1396341144}{x^6} - \frac{0.1706740711}{x^7} + \frac{0.150816508}{x^8} - \frac{0.0886091851}{x^9} + \frac{0.03069669}{x^{10}} - \frac{0.004723713}{x^{11}} \right]$$

Разложение функции $K_{2/3}(x)$ при $x \gg 1$ с точностью $\epsilon \leq 10^{-8}$

$$K_{2/3}(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} \exp(-x) \left[1 + \frac{0.09722222}{x} - \frac{0.0438817336}{x^2} + \frac{0.0422984422}{x^3} - \frac{0.05980816576}{x^4} + \frac{0.097761076}{x^5} - \frac{0.148936781}{x^6} + \frac{0.181384989}{x^7} - \frac{0.159951461}{x^8} + \frac{0.0938573}{x^9} - \frac{0.0324876334}{x^{10}} + \frac{0.00499639597}{x^{11}} \right]$$

Разложение функции $K_{5/3}(x)$ при $x \gg 1$ с точностью $\epsilon \leq 10^{-8}$

$$K_{5/3}(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} \exp(-x) \left[1 + \frac{1.26388889}{x} + \frac{0.1667583126}{x^2} - \frac{0.0962687576}{x^3} + \frac{0.110179576}{x^4} - \frac{0.1623556752}{x^5} + \frac{0.234886127}{x^6} - \frac{0.2784889323}{x^7} + \frac{0.24191486}{x^8} - \frac{0.1406568456}{x^9} + \frac{0.04839514939}{x^{10}} - \frac{0.0074118827}{x^{11}} \right]$$

Разложение функции $\int_x^\infty K_{5/3}(\eta) d\eta$ при $x \gg 1$ с точностью $\epsilon \leq 1.5 \cdot 10^{-6}$

$$\int_x^\infty K_{5/3}(\eta) d\eta = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} \exp(-x) \left[1 + \frac{0.763878945}{x} - \frac{0.97668237}{x^2} + \frac{2.250033306}{x^3} - \frac{6.271773702}{x^4} + \frac{16.08828066}{x^5} - \frac{32.307633193}{x^6} + \frac{46.8301375}{x^7} - \frac{46.5237236475}{x^8} + \frac{29.842785264}{x^9} - \frac{11.096417856}{x^{10}} + \frac{1.813422064}{x^{11}} \right]$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Дербенев Я.С. и др. Препринт ИЯФ СО АН СССР, 76-74
2. Комптон А., Алисон С. "Рентгеновские лучи" 1941 г.
3. Карлинер М.М., Купер Э.А., Леденев, Нифонтов В.И. "Многоканальная прецизионная система для измерения сигналов микровольтового диапазона" и доклад на совещании "Вопросы теории и проектирования преобразователей информации", Киев, 1975 г.
4. Байер В.Н. и др. "Излучение релятивистского электрона" 1974г.
5. Корчуганов В.Н. и др. "Метод оперативного измерения электронов с использованием спектральных особенностей синхротронного излучения" доклад на У Всесоюзном совещании по ускорителям заряженных частиц, Октябрь 1976 г.

Работа поступила - 26 августа 1976 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.ПОПОВ
Подписано к печати 27.I-1977 г. МН 02623
Усл. 1,3 печ.л., 1,1 учетно-изд.л.
Тираж 200 экз. Бесплатно
Заказ № 9.

Отпечатано на ротапринтере ИЯФ СО АН СССР