57

И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ПРЕПРИНТ И Я Ф 76 - 83

Б.А.Румянцев, В.Б.Телицын

ПРОСТАЯ МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИГАНТСКИХ РЕЗОНАНСОВ

Новосибирск
1976

ПРОСТАЯ МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИГАНТСКИХ РЕЗОНАНСОВ

Б.А.Румянцев, В.Б.Телицын

А Н Н О Т А Ц И Я

В рамках теории конечных ферми-систем детально исследована связь частично-дырочной и гидродинамической моделей гигантских резонансов. Предложена новая аппроксимация, допускающая аналитическое рассмотрение, и позволяющая получать полуколичественные результаты.

I. В в е д е н и е

Несмотря на высокую степень совершенства современных микроскопических расчетов частично-дырочной структуры гигантских резонансов (ГР) /I/, феноменологический (гидродинамический) подход сохраняет известные преимущества. В ряде случаев, например, при исследовании роли ГР в реакциях с тяжелыми ионами, требуется лишь грубая информация о структуре ГР и применима гидродинамика. Детально развитая Грайнером /2/, эта аппроксимация наряду с простотой практических вычислений имеет эвристическую ценность, допуская физически наглядную картину генерации ГР. Вместе с тем микроскопическое обоснование гидродинамической модели практически отсутствует.

Настоящая работа является продолжением /3/ и преследует две цели.

Во-первых, детальный анализ соответствия гидродинамической[x] и частично-дырочной моделей ГР в рамках теории конечных ферми-систем /5/, а во-вторых, построение более совершенной аппроксимации, пригодной для полуколичественного исследования ГР.

2. Гидродинамический режим для гигантских резонансов ядра

Запишем уравнение для матричных элементов эффективного поля $V_{11'}$ /5/

$$V_{11'} = \sum_{22'} \langle 12' | G | 21' \rangle \frac{n_2 - n_{2'}}{\varepsilon_2 - \varepsilon_{2'} + \omega} V_{22'} \qquad (1)$$

(Здесь: n_1 и ε_1 – числа заполнения и одночастичные энергии в состоянии $|1\rangle$, а G – межнуклонное взаимодействие).

Рассмотрим высокочастотные решения (I), предположив

$$\omega \gg |\varepsilon_2 - \varepsilon_{2'}| \qquad (2)$$

---

x) Мы используем этот общепринятый термин, хотя в реальных ядрах обычная ("столкновительная") гидродинамика не реализуется. Однако локальность коллективного движения может иметь место и в бесстолкновительном режиме /4/. Сходство полученных ниже уравнений с уравнениями линейной гидродинамики оправдывает терминологические неточности.

венный недостаток прямоугольного квадруполя, питаемого постоянным током, – необходимость точного размещения витков, что очень трудно при большой толщине обмотки.

Особенность импульсного режима с большой скважностью состоит прежде всего в малой величине омических потерь в обмотках, что позволяет делать их тонкими и изготовить с высокой точностью. Для получения импульсного квадрупольного поля в рабочей апертуре, близкого к идеальному, необходимо также сделать эти обмотки "прозрачными", для чего толщину одного слоя обмотки нужно сделать в несколько раз меньше толщины скин-слоя δ:

(2) $d = \frac{\delta}{2 \div 3}$,

либо сделать обмотку редкой, когда зазор между витками больше в 2 ÷ 3 раза, чем диаметр витков.

Здесь токовый скин-слой $\delta = \delta(\tau_u)$ определяется при заданной длительности синусоидального импульса τ_u, проводимости σ и магнитной проницаемости материала обмотки μ соотношением:

(3) $\delta = \delta(\tau_u) = \sqrt{\frac{2\tau_u}{\pi\sigma\mu}}$

2. Сопоставление импульсных гиперболического и прямоугольного квадруполей

2.I. Градиенты магнитного поля и токи питания

На рис.I приведены сечения импульсных гиперболического и прямоугольного квадруполей. Для удобства сравнения взяты одновитковые конструкции при одинаковых размерах пучка 2а по горизонтали и 2в по вертикали. При этом будем считать, что скин-слой δ существенно меньше а и в, а потому импульсное магнитное поле полностью сосредоточено в рабочем зазоре линз.

Используя закон полного тока и непрерывность импульсного магнитного потока, легко показать, что градиенты в гиперболической $G_г$ и прямоугольной $G_п$ линзах описываются соотношениями:

(4) $G_г = \mu_0 \frac{J}{r_0^2}$ и

(5) $G_п = \mu_0 \frac{J}{2ab}$

А поскольку профиль полюса гиперболической линзы имеет вид

(6) $xy = \frac{r_0^2}{2}$

то условие вписывания апертуры прямоугольной линзы в апертуру гиперболической может быть представлено в форме

(7) $r_0^2 = 2ab$

и потому при равных градиентах $G_г = G_п$ и размерах пучка а и в обе линзы требуют одинаковых токов питания J.

2.2. Максимальный градиент и поле насыщения полюсов

При идеальном квадрупольном поле изолинии его представляют собой семейство окружностей на плоскости x, y с центром X = 0, У = 0, поэтому легко получить, что расстояние до края полюсов, места стыка их с токоведущими шинами, в случае гиперболической линзы составляет

(8) $r_{макс} = 1{,}23\, r_0$,

поэтому при заданном поле насыщения материала полюса $B_{нас}$ максимальный градиент гиперболической линзы описывается соотношением:

(9) $G_{г\,макс} = \frac{B_{нас}}{1{,}23\, r_0}$

Для прямоугольной линзы максимальный градиент можно определить по

(I0) $G_{п\,макс} = \frac{B_{нас}}{C}$

где С – максимальный из размеров а и в. Сопоставление (9) и (I0) показывает, что при заданном $B_{нас}$ полюсов максимальный градиент в прямоугольной линзе относительно гиперболической больше в I,23 раза при $c = r_0$ и в $\sqrt{2} \times$ I,23 ≈ I,7 раза при квадратной апертуре линзы $a = b = c = \frac{r_0}{\sqrt{2}}$.

Кроме того, в гиперболической линзе большая величина нормальной составляющей поля достигается сразу по всей ширине полюса, а в прямоугольной – только на краю полюса (в центре полюса эта составляющая просто равна 0), т.е. фактический порог насыщения прямоугольпоказать, однако, что для плотности обычного вида

$$\rho(x) = \rho_0 \left[1 + \exp\left(\frac{x-R}{a} \right) \right]^{-1} \tag{I2}$$

асимптотика $V(x \to \infty)$ не убывает

$$V(x \to \infty) \sim \frac{1}{\sqrt[4]{\rho(x)}} \cos\left(2ka \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho(x)}} \right) \tag{I3}$$

Таким образом, учёт диффузности качественно меняет характер решения (9), приводя к сплошному спектру собственных частот.

В нестационарной постановке задачи такому поведению (I3) отвечает затухание фотона с декрементом Г

$$\Gamma \sim \frac{a}{R} \omega \sim A^{-1/3} \omega$$

Физическая картина этого явления напоминает затухание звуковой волны, распространяющейся к границе атмосферы, однако в ядре декремент Г лишен физического смысла, означая лишь, что за времена $\sim \Gamma^{-1}$ поле $V(\vec{x})$ "уходит" в область края ядра, где уравнение (9) непригодно. В области, где расстояние между нуклонами становится больше локальной длины волны $\lambda(x) \sim \sqrt{\rho(x)}$ величина $V(x)$ сильно осциллирует (I3), что нарушает приближение (2). Интегрирование по слою в (9) отбирает слабо меняющиеся на $x \sim 1/p_F \sim a$ решения, для которых распределение (I2) эквивалентно ступенчатому $(a = 0)$.

Учет нелокальности в (3), обязанной радиусу взаимодействия G оказывается недостаточным. Для иллюстрации этого утверждения рассмотрим силы Юкавы

$$G(\vec{x}|\vec{x}') \sim \exp(-\mu|\vec{x}-\vec{x}'|) / |\vec{x}-\vec{x}'| \tag{I4}$$

Действием на уравнение (3) оператора $\Delta - \mu^2$ оно сводится к дифференциальному $(n(\vec{x}) = \rho(\vec{x})/\rho(0))$

$$\operatorname{div}\left(\left[n(\vec{x}) - \left(\frac{\omega}{\mu c_s}\right)^2 \right] \frac{\partial V}{\partial \vec{x}} \right) + \frac{\omega^2}{c_s^2} V(\vec{x}) = 0 \tag{I5}$$

с независящей от частоты асимптотикой, что приводит к отсутствию квантования ω.

Правильное решение задачи о поведении $V(\vec{x})$ вблизи края ядра требует сшивки объёмного решения с квантовыми капиллярными волнами /8/. Последние имеют адиабатический характер и учёт их требует модификации приближения (2).

3. Приближение одного перехода

Ещё в ранних работах по теории конечных ферми-систем (см. обзор Душникова в /5/)для описания ГР уравнение (I) решалось в своеобразном приближении одного перехода. Считалось, что энергия перехода $|\varepsilon_2 - \varepsilon_{2'}|$ приблизительно постоянна для всех матричных элементов $V_{22'}$, т.е.

$$|\varepsilon_2 - \varepsilon_{2'}| \approx \Omega \tag{I6}$$

Ниже мы покажем, что результаты /5/ имеют лишь качественный смысл, хотя аппроксимация (I6) в некоторых случаях значительно лучше (2).

Для зависящего только от пространственных координат взаимодействия G уравнение (I) удобно переписать в форме

$$V_{11'} = \sum_{22'} \langle 12'|G|21'\rangle \frac{(\varepsilon_2-\varepsilon_{2'})(n_2-n_{2'})}{(\varepsilon_2-\varepsilon_{2'})^2 - \omega^2} V_{22'} \tag{I7}$$

Ищем решения (I7) удовлетворяющие условию (I6). Предполагая дисперсию энергий перехода малой по сравнению со сдвигом частоты, т.е.

$$\gamma_{22'} \equiv \left[(\varepsilon_2 - \varepsilon_{2'})^2 - \Omega^2 \right]^{1/2} \ll |\omega - \Omega| \tag{I8}$$

находим

$$(\Omega^2-\omega^2) V_{11'} \approx \sum_{22'} \langle 12'|G|21'\rangle (n_2-n_{2'})(\varepsilon_2-\varepsilon_{2'}) \left[1 - \frac{\gamma_{22'}^2}{\Omega^2-\omega^2} \right] \tag{I9}$$

Параметр Ω выберем согласованно, зануляя вклад второго члена в [. . . .] в собственные частоты ω, тогда

$$(\Omega^2-\omega^2) V(\vec{x}) = \int d\vec{x}' G(\vec{x}|\vec{x}') \operatorname{div}\left(\rho(\vec{x}') \frac{\partial V}{\partial \vec{x}'}\right) \tag{20}$$

где

$$\Omega^2(\omega^2) = \frac{\mathrm{Tr}\left(V^* [\hat{\rho}, [\hat{s}, [\hat{s}, [\hat{s}, V]]]]\right)}{\mathrm{Tr}\left(V^* [\hat{\rho}, [\hat{s}, V]]\right)} \tag{2I}$$

$\hat{\rho}$ и $\hat{s} = \frac{\hat{p}^2}{2} + U(\vec{x})$ – матрица плотности и одночастичный гамильтониан.

Величина Ω имеет смысл "центра тяжести" энергии перехода, но, в отличие от /5/, сама зависит от ω и не совпадает с щих неявные полюса с двумя парами взаимно перпендикулярных обмоток (/6/, диполь Умштаттера), поскольку и в этом случае тонкость обмоток должна позволить размещение и закрепление их с необходимой точностью, а рабочее поле в таком магните может быть в $\sqrt{2}$ раз больше поля насыщения полюсов $B_{нас}$.

ЛИТЕРАТУРА

/1/ G.C. Davies, A. Ball. Beam transport. CERN COURJER No 8, vol. 11, p. 215. August 1971.

/2/ Л.Л.Данилов, Г.И.Сильвестров, Э.М.Трахтенберг. Одновитковые импульсные электронно-оптические элементы с шихтованным магнитопроводом. Труды Всесоюзного Совещания по уск. зар. частиц, т.I, стр.287, Москва, 1970.

/3/ L.N. Hand, W.K.H. Panofsky. Magnetic quadrupole with rectangular aperture. The Review of Sc. Instr, 30, No 10, p. 927, 1959.

/4/ С.Я.Явор. Фокусировка заряженных частиц квадрупольными линзами. Атомиздат, Москва, 1968.

/5/ M.H. Blewett, G.T. Danby. Труды Межд.конф. по уск. стр.767, Дубна, 1963.

/6/ K. Lebb, H.H. Umstätter. Report CERN, 66-7, 1966.

В квазиклассике

$$\rho_{ik}(x) \approx -\delta_{ik}\frac{p_F^5}{15\pi^2} \qquad (28)$$

и для Ω^2 находим

$$\Omega^2_{NL} \approx \frac{\varepsilon_F^2 \varkappa_{NL}^2}{A^{2/3}}\left(1-\frac{4L(L+1)}{3\varkappa^4_{NL}}\right)\Big/\left(1-\frac{L(L+1)}{\varkappa^2_{NL}}\right) \qquad (29)$$

Учет Ω особенно существенен для дипольного (L =I , $\varkappa_L$ = = 2,08) резонанса и значительно улучшает согласие с опытом.

4. Заключение

Здесь мы кратко сформулируем полученные результаты и обсудим нерешенные задачи.

а) Детально исследована связь частично-дырочной и гидродинамической моделей ГР. Критерий гидродинамического режима ($V_F/C \ll 1$, т.е. $f \gg 1$) фактически оказывается менее жестким из-за правил отбора по моменту. Однако соответствующий параметр (ω/Ω) порядка единицы и гидродинамика может претендовать лишь на качественное описание структуры ГР - положение резонанса, усреднение сечения возбуждения в реакциях и т.п.

б) Приближение одного перехода, рассмотренное в разделе 3 в количественном плане лучше гидродинамики, хотя параметр γ (I8) также имеет лишь численную малость по сравнению с $|\omega-\Omega|$. Тем не менее, мы считаем что и расчёт Ω^2 с реальной матрицей плотности $\rho(x|x')$ улучшит согласие с опытом для положения ГР, в частности существенно повлияет на зависимость ω от атомного номера А ($\Omega \sim A^{-1/3}$ только в квазиклассике).

г) Отметим, что обе аппроксимации (2) и (I8) пригодны для исследования колебаний ядра с "длиной волны" λ в интервале: $R \gtrsim \lambda \gg r_0$. Поверхностная мода /8/ отвечающая т.н. "квантовым капиллярным волнам" имеет резкую радиальную зависимость типа $\frac{\partial\rho}{\partial r}$ с энергией перехода $|\varepsilon-\varepsilon'| \sim \varepsilon_F$ и нашими уравнениями не описывается. Можно показать, однако, что существует и высокочастотная поверхностная ветвь, имеющая аналогом рэлеевский спектр классической жидкости.

д) В настоящей работе мы ограничились взаимодействием, зависящим только от пространственных координат. В макроскопическом пределе (8) можно построить гидродинамику с учётом спиновых G_{SS}

и спин-орбитальных G_{LS} сил, феноменологическое введение которых практически невозможно[x)]. Представляет также интерес учёт кулоновского взаимодействия. Эти задачи будут рассмотрены отдельно.

Мы благодарны С.Т.Беляеву, Е.А.Кузнецову и В.А.Ходелю за весьма полезные обсуждения.

---

x) Заметим, в этой связи, что учёт спин-орбитального члена в оболочечном потенциале в пренебрежении G_{LS} нарушает градиентную инвариантность модели /IO/.

Литература

I. И.Н.Борзов, С.П.Камерджиев. Препринт ФЭИ-580 (I975).

2. И.Айзенберг, В.Грайнер. Модели ядер. Коллективные и одночастичные явления. Атомиздат (I975).

3. Б.А.Румянцев. Письма в ЖЭТФ, 22, II4 (I975) 7.

4. Р.З.Сагдеев. Вопросы теории плазмы, вып.4, 20, Атомиздат (I964).

5. А.Б.Мигдал, Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. Наука (I965).

6. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Механика сплошных сред. ОГИЗ (I944).

7. Б.А.Румянцев, ЯФ, I5, 46 (I972).

8. В.А.Ходель, ЯФ, I9, 792 (I974).

9. P.J. Siemens, Phys. Rev., C1, 98, (I970).

IO. S.T. Belyaev, Phys. Lett., 28B, 365, (I969).

Работа поступила - 8 июля I976 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.ПОПОВ
Подписано к печати I6.IX-I976г. МН 02967
Усл. 0,7 печ.л., 0,55 учетн.-изд.л.
Тираж 200 экз. Бесплатно
Заказ № 83.

Отпечатано на ротапринте ИЯФ СО АН СССР