И Н С Т И Т У Т

ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР 16

ПРЕПРИНТ И Я Ф 76 - 29

Б.А.Румянцев

МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАТУХАНИЯ ГИГАНТСКИХ РЕЗОНАНСОВ

Новосибирск

1976

МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАТУХАНИЯ ГИГАНТСКИХ РЕЗОНАНСОВ

Б.А.Румянцев

АННОТАЦИЯ

В рамках метода корреляционных функций Боголюбова /I/ развита теория затухания коллективных колебаний ядра. Физической основой работы является указанный Ландау механизм затухания нулевого звука в ферми-жидкости /2/.

I. Введение

Одной из важнейших характеристик гигантских резонансов (ГР) является ширина распределения в сечении фотопоглощения $\sigma(\omega)$. В то время как положение главных максимумов в $\sigma(\omega)$ удовлетворительно описывается смешиванием частично-дырочных конфигураций /3/, общепринятая модель ширины отсутствует. Теоретическое исследование механизма уширения ГР стало еще более актуальным в связи с обнаружением тонкой структуры дипольного ГР (см. обзор /4/).

Понятие ширины уровня в конечной системе не является тривиальным и требует уточнения. На рисунке (взятом из работы /5/) представлен типичный результат вычислений интенсивностей дипольных γ -переходов $I(\omega)$ в основное состояние ядра Pb 208, полученный в модели типа приближения хаотических фаз (RPA).

Коллективные состояния $|\omega_\lambda)$ представляют собой в этой картине когерентную суперпозицию частично-дырочных (ph) пар, а сечение $\sigma(\omega)$ записывается в виде: $\sigma(\omega) = \sum_\lambda \delta(\omega - \omega_\lambda) I_\lambda$. Существенно, что распределение амплитуд $I(\omega_\lambda)$ определяется исключительно выбором оболочечного потенциала и остаточного ph - взаимодействия.

Источником истинной ширины $\Gamma^{\uparrow}$ является непрерывный спектр и связанная с ним возможность распада ГР с вылетом нуклонов. Однако, как показывают расчеты, в средних и тяжелых ядрах (рассмотрением которых мы ограничиваемся) из-за сильных барьерных эффектов $\Gamma^{\uparrow}$ составляет малую часть наблюдаемой ширины.

Основной причиной уширения пиков в $\sigma(\omega)$ являются дополнительные γ -переходы, обязанные ph -компонентам в более сложных, многочастичных конфигурациях. Известны два подхода к вычислению ширины $\Gamma^{\downarrow}$, характеризующую фрагментацию силы γ - переходов по компаунд-состояниям. В работах /6, 7/ величина $\Gamma^{\downarrow}$ рассчитывалась в теории возмущений по остаточному взаимодействию V.

$$\Gamma^{\downarrow} = 2\pi \sum_{2p2h} \left|\langle 2p2h|V|1p1h\rangle\right|^2 \rho_{2p2h}$$

Более изощренный метод используют Довер и др. /8/, модифицируя RPA введением в энергию перехода мнимой части W_{ph}, характеризующей затухание ph -компоненты коллективной моды $|\omega_2)$.

Оба эти подхода, на наш взгляд, не являются удовлетворительными, ввиду отсутствия в них явного физического механизма распада коллективной моды на компаунд-состояния. Это обстоятельство делает практически невозможным микроскопическое исследование более сложных эффектов – тонкой структуры ГР, связь ГР с низколежащими коллективными состояниями и т.д. Кроме того, как будет показано ниже, работа /8/ неверна в количественном плане, так как введением W учитывается лишь часть вкладов в ширину ГР.

Настоящая работа преследует две цели. Первая из них – построение формального аппарата, пригодного для исследования корреляционных эффектов в ядрах. В разделах 2,3 и Приложении получены основные уравнения и проведен детальный анализ двухчастичных корреляций. Эта часть работы носит методический характер. В последующих разделах рассмотрены эффекты затухания фермиевской ветви спектра (4) и коллективных колебаний ядра (5). В заключении обсуждаются использованные приближения и обобщение полученных уравнений для описания структуры ГР.

2. Основные уравнения

Введем одно-, двух-, и трехчастичные матрицы плотности (м.п.)

$$\rho_{\nu\nu'} = (\Psi(t)|a^+_\nu a_{\nu'}|\Psi(t)); \quad \rho^{(2)}_{\nu\nu_2\nu_2'\nu'} = (\Psi(t)|a^+_\nu a^+_{\nu_2} a_{\nu_2'} a_{\nu'}|\Psi(t)) \tag{I}$$

$$\rho^{(3)}_{\nu\nu_2\nu_3\nu_3'\nu_2'\nu'} = (\Psi(t)|a^+_\nu a^+_{\nu_2} a^+_{\nu_3} a_{\nu_3'} a_{\nu_2'} a_{\nu'}|\Psi(t))$$

Здесь $a_\nu\ (a^+_\nu)$ – не зависящие от времени операторы уничтожения (рождения) нуклона в одночастичном состоянии ν. Усреднение в (I) производится по пакету из точных стационарных состояний ядра с энергией E_n. $|\Psi(t)) = \sum_n C_n\, exp(-iE_n t)|n)$

Уравнения движения для одночастичной м.п. записывается в форме ($\hbar = 1$)

$$i\frac{d\rho_{\nu\nu'}}{dt} \equiv i\dot\rho_{\nu\nu'} = (\Psi(t)|[a^+_\nu a_{\nu'}; H]|\Psi(t)) \tag{2}$$

где гамильтониан H для двухчастичных сил V_{12} имеет вид

$$H = \sum_{\nu\nu'} h_{\nu\nu'} a^+_\nu a_{\nu'} + 1/2 \sum_{\nu\nu_2\nu_2'\nu'} \langle\nu\nu_2'|V|\nu_2\nu\rangle a^+_\nu a^+_{\nu_2} a_{\nu_2'} a_{\nu'} \tag{3}$$

Коммутатор в правой части (2) содержит двухчастичную м.п. $\rho^{(2)}$, уравнение для которой, в свою очередь, зависит от $\rho^{(3)}$ и т.д. Такая незамкнутая система уравнений известна под названием цепочки Борна-Ивона-Грина-Кирквуда-Боголюбова. Удобно явно выделить из нее члены, отвечающие приближению Хартри-Фока x).

Определим корреляционные функции R_{12} и R_{123} следующими тождествами (P_{12} – оператор перестановки координат двух частиц) /I/

$$\rho_{12} = \rho_1\rho_2(1-P_{12}) + R_{12}$$

$$\rho_{123} = \{\rho^3\}^{\text{sim}}_{123} + \{\rho R\}^{\text{sim}}_{123} + R_{123} \equiv \tag{4}$$

$$\equiv \rho_1\rho_2\rho_3(1-P_{12})(1-P_{13}-P_{23}) + \rho_1 R_{23}(1-P_{12}-P_{13}) \tag{5}$$

$$+ \rho_2 R_{13}(1-P_{12}-P_{23}) + \rho_3 R_{12}(1-P_{13}-P_{23}) + R_{123}$$

x) С целью избежать громоздких обозначений мы будем рассматривать (I) как матричные элементы некоторых операторов (в одночастичном пространстве)
$\rho_{\nu\nu'} \equiv \langle\nu|\rho_1|\nu'\rangle;\ \rho^{(2)}_{\nu\nu_2\nu_2'\nu'} \equiv \langle\nu\nu_2|\rho_{12}|\nu_2'\nu'\rangle$ и т.п.
Среднее значение гамильтониана (3) в этих обозначениях принимает вид $E = (\Psi(t)|H|\Psi(t)) = Tr(h\rho) + Tr_{12}(V_{12}\rho^{(2)}_{12})\frac{1}{2}$

где символ $\{\ldots\}^{sim m}$ означает антисимметризацию величины в скобках.

Опуская простые вычисления, выпишем систему уравнений для ρ и R.

$$i\dot{\rho}_1 = [\rho; S'(\rho)] + 1/2\, Tr_2\left([R; V^{(a)}]_{12}\right) \tag{6}$$

$$i\dot{R}_{12} - [R_{12}; S'_1 + S'_2] = \rho_1\rho_2 V_{12}^{(a)}(1-\rho_1)(1-\rho_2) - (1-\rho_1)(1-\rho_2)V_{12}^{(a)}\rho_1\rho_2 \quad (а) +$$

$$+ R_{12}V_{12}(1-\rho_1-\rho_2) - (1-\rho_1-\rho_2)V_{12}R_{12} + \quad (б)$$

$$+ (1-P_{12})Tr_3\left(R_{13}[\rho_2; V_{23}^{(a)}] + R_{23}[\rho_1; V_{13}^{(a)}]\right) + \tag{7}$$

$$+ Tr_3\left([R_{123}; V_{13} + V_{23}]\right) \quad (в)$$

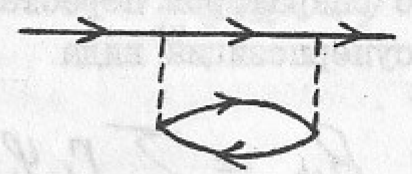
Здесь $S'_1(\rho) = h_1 + Tr_2(V_{12}^{(a)}\rho_2) \equiv h_1 + U_1$ — самосогласованный гамильтониан, а $V_{12}^{(a)} = (1-P_{12})V_{12}$ - антисимметризованное взаимодействие. Выпишем также точное, но практически бесполезное тождество, вытекающее из определения R_{12}.

$$\rho_1^2 - \rho_1 = Tr_2(R_{12})$$

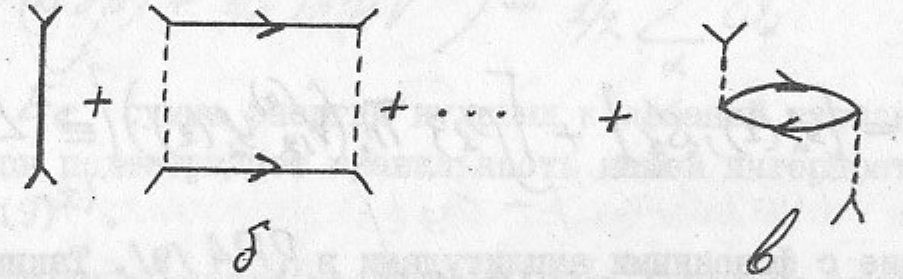
3. Анализ уравнения для двухчастичной корреляционной функции

Пренебрегая корреляциями, мы получаем из (6) известное уравнение зависящего от времени самосогласованного поля: $i\dot{\rho} = [\rho; S]$. Влияние корреляций на одночастичное движение приводит, в основном, к эффектам двух типов.

Во-первых, происходит фрагментация простых (одночастичных и фононных) состояний по более сложным конфигурациям, приводя к конечному времени жизни элементарных возбуждений. Простейшим примером является распад частичного ($1p$) состояния на частицу и частично-дырочную пару ($2p, 1h$), который описывается мнимой частью одночастичного потенциала W.

$$W \sim \mathrm{Im}$$  (8а)

Кроме эффектов затухания, учет корреляций перенормирует исходное межнуклонное взаимодействие V

$V \longrightarrow$  (8)

б в

В частности, в подходе Бракнера, учет сильных корреляций в канале частица-частица (8а,б) приводит к замене V на T - матрицу. С перенормировкой взаимодействия тесно связано существование коллективных возбуждений в системе. Например, суммированию частично-дырочных петель в (8в) отвечает приближение хаотических фаз для коллективных колебаний.

Ниже мы рассмотрим эффекты обоих типов в пренебрежении трехчастичными и более высокими корреляциями. Эта аппроксимация для реального ядра количественно непригодна ввиду отсутствия газового параметра, однако, может быть оправдана для исследования качественно новых корреляционных эффектов, при условии параметризации величин типа амплитуд рассеяния, оболочечного потенциала и т.п. Принципиальную роль трехчастичных корреляций в формировании тонкой структуры гигантских резонансов мы обсудим ниже.

Рассмотрим вначале стационарное ($\dot{\rho} = \dot{R} = 0$) решение уравнений (7), отвечающее корреляциям в канале частица-дырка (7в)

$$[R_{12}; S'_1 + S'_2] + Tr_3\left(R_{13}[\rho_2; V_{23}^{(a)}] + R_{23}[\rho_1; V_{13}^{(a)}]\right)(1-P_{12}) = 0 \tag{9}$$

Легко видеть, что в пренебрежении антисимметрией R_{12} (т.е. членом с оператором перестановки P_{12} в (9) решением (9) является суперпозиция вида

$$R_{12} = \sum_\alpha r_\alpha \varphi_\alpha(1)\varphi_\alpha^+(2) \qquad (10)$$

где $\varphi_\alpha(1)$ — собственные функции линейного оператора x) L

$$\omega_\alpha \varphi_\alpha(1) = [\varphi_\alpha(1); S_1'] + [\rho_1; Tr_2(V_{12}^{(a)}\varphi_\alpha(2))] \equiv L\varphi_\alpha \qquad (11)$$

совпадающие с фононными амплитудами в RPA /9/. Таким образом, коррелятор (10) представляется в виде

$$R_{12} = \sum_\alpha (0|(a^+a)_1|\omega_\alpha)(\omega_\alpha|(a^+a)_2|0) \qquad (12)$$

где $|\omega_\alpha)$ - волновые функции однофононных состояний с энергией ω_α. Если считать корреляции (11) малыми, то из стационарного уравнения для ρ (6)

$$[\rho, S'(\rho)] + 1/2\, Tr_2([R; V^{(a)}]_{12}) \qquad (13)$$

можно найти поправки $\delta\rho$ и $\delta S'$ к ρ и S, связанные с учетом R_{12}, и вычислить корреляционный вклад E_c в энергию основного состояния E

---

x) Неэрмитовость оператора L связана с вариационным характером приближения Хартри-Фока $(X.\Phi.)$ Условие устойчивости решения Х.Ф. гарантирует действительность собственных значений L (т.е. частот) ω_α) /9/. При этом сохраняется норма: $Tr(\chi_\alpha^+\varphi_\alpha) = \omega_\alpha/|\omega_\alpha|$, где χ_α - собственные функции присоединенного набора: $\chi_\alpha L = \omega_\alpha \chi_\alpha$

$$E = Tr(S\rho) - 1/2\, Tr_{12}(V_{12}^{(a)}\rho_1\rho_2) + 1/4\, Tr_{12}(R_{12}V_{12}^{(a)}) \qquad (14)$$

В результате простых вычислений находим

$$E_c = Tr(S'\delta\rho) + 1/4\, Tr(RV^{(a)}) = 1/2\sum_\alpha \omega_\alpha \qquad (15)$$

Равенство E_c сумме энергий нулевых колебаний гармонических осцилляторов подтверждает правильность нашей интерпретации (12) уравнения (9)x).

Корреляциям в канале частица-частица отвечает группа членов (7а) и (7в), причем неоднородный член (7а) индуцирует, как мы увидим ниже, корреляции (8а), (8б), обязанные столкновениям частиц. Однородное стационарное уравнение для R_{12} удобно переписать в виде

$$\mathcal{H}_{12}R_{12} - R_{12}\mathcal{H}_{12}^+ = 0 \qquad (16)$$

где введено обозначение для эффективного двухчастичного гамильтониана xx) $\mathcal{H}_{12}$

---

x) Отметим, что уравнение (9) дает возможность регулярного вычисления поправок, обязанных принципу Паули (член в (10) с оператором P_{12}) к энергиям ω_α и волновым функциям фонона.

xx) Неэрмитовость $\mathcal{H}_{12}$ имеет ту же природу, что и в предыдущем случае (11) и обязана вариационному характеру процедуры Хартри-Фока-Боголюбова.

$$\mathcal{H}_{12} = S_1 + S_2 + (1 - \rho_1 - \rho_2) V_{12} \tag{17}$$

Решение уравнения (16) представляется разложением

$$R_{12} = \sum_\alpha |\alpha\rangle r_\alpha \langle\alpha| \tag{18}$$

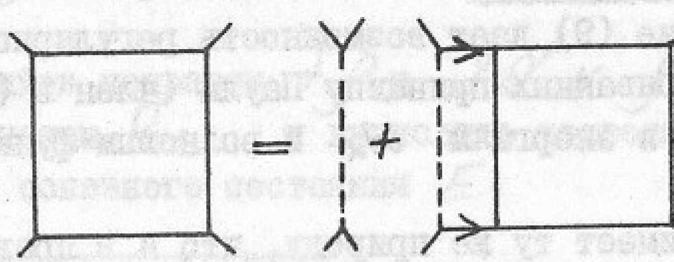
где $|\alpha\rangle$ - собственные функции $\mathcal{H}_{12}$

$$\mathcal{H}_{12} |\alpha\rangle = E_\alpha |\alpha\rangle \tag{19}$$

Связанным состоянием эффективного гамильтониана $\mathcal{H}_{12}$ отвечает куперовское спаривание нуклонов. В работе /10/ это было продемонстрировано на примере модельного взаимодействия V_{12} с постоянными матричными элементами. Таким образом, часть корреляций в канале частица-частица записывается в виде

$$R_{12} \approx \sum_\alpha (0|(a^+a^+)_1|\alpha)(\alpha|(aa)_2|0) \tag{20}$$

"Рассеивательные" решения уравнения (19) должны учитываться совместно с членами (7а) и, как показано в Приложении, перенормируют исходное взаимодействие $V_{12}^{(0)}$, приводя в замене его на T -матрицу

$T =$  (21)

4. Самосогласованная оптическая модель

Эффекты затухания и релаксации вследствии парных соударений частиц обязаны корреляциям, индуцируемым неоднородностью в (7). В ближайшем порядке теории возмущений по $V^{(0)}$ (в Приложении рассмотрен общий случай) имеем уравнения

$$i\dot{\rho}_1 = [\rho; S(\rho)] + \tfrac{1}{2}\, Tr_2([R; V^{(0)}]_{12}) \tag{22}$$

$$i\dot{R}_{12} = [R_{12}; S_1' + S_2'] + F_{12}\{\rho\} \tag{23}$$

$$F_{12}\{\rho\} = \rho_1\rho_2 V_{12}^{(0)}(1-\rho_1)(1-\rho_2) - (1-\rho_1)(1-\rho_2) V_{12}^{(0)} \rho_1\rho_2 \tag{24}$$

Корреляционная функция R_{12}, определяемая (23), имеет три характерных масштаба времени: $\tau_1 \sim 1/\varepsilon_F$ - время столкновения, $\tau_{1.c} \sim R_0/\sqrt{\varepsilon_F}$ - период самосогласованного поля и τ_r - время затухания одночастичного состояния (ε_F -энергия Ферми, а $R_0 \sim A^{1/3}/\sqrt{\varepsilon_F}$ - радиус ядра). Причем, для одночастичных возбуждений с энергией порядка десятков $M\ni B$ имеет место иерархия неравенств

$$\tau_1 \ll \tau_{1.c} \ll \tau_r \tag{25}$$

Гипотеза Боголюбова /1/ о быстром исчезновении начальных корреляций совместно с предположением о малости изменения $\rho(t)$ (и $S(\rho)$) за время порядка τ_1 позволяет решить уравнение[x] (23)

$$R_{12}(t) = R_{12}\{\rho(t)\} = -i\int_{-\infty}^{0} d\tau\, e^{-iS_{12}\tau} F_{12}\{\rho(t)\} e^{iS_{12}\tau} \tag{26}$$

$(S_{12} \equiv S_1 + S_2)$

Подставляя (25) в (22), находим

$$i\dot{\rho}_1 = [\rho; S(\rho)] - i[\rho W(\rho) + W^+(\rho)\rho] + i[(1-\rho)\overline{W}(\rho) + \overline{W}^+(\rho)(1-\rho)] \tag{27}$$

---

x) Эти условия на решение в стационарном формализме эквивалентны адиабатической гипотезе: $i\dot{R}_{12} = i\eta R_{12}$, где $\eta = +0$.

где функционалы W и $\overline{W}$ имеют вид

$$W_1(\rho) = 1/4 \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \, Tr_2 \left(e^{-i\mathcal{S}_{12}\tau} \rho_2 V_{12}^{(a)} (1-\rho_1)(1-\rho_2) e^{i\mathcal{S}_{12}\tau} V_{12}^{(a)} \right) \tag{28}$$

$$\overline{W_1}(\rho) = 1/4 \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \, Tr_2 \left(e^{-i\mathcal{S}_{12}\tau} (1-\rho_2) V_{12}^{(a)} \rho_1 \rho_2 e^{i\mathcal{S}_{12}\tau} V_{12}^{(a)} \right) \tag{28a}$$

При выводе формул (28) мы пренебрегли малыми поправками, перенормирующими ρ и $\mathcal{S}(\rho)$, а также влиянием некоммутативности ρ и $\mathcal{S}$ на мнимые части самосогласованного поля.

Уравнение (27) описывает динамику одночастичного движения с учетом затухания как частиц (W), так и дырок ($\overline{W}$) и имеет два типа стационарных решений.

В задаче о рассеянии нуклонов ядром, $W(\rho)$ описывает поглощение падающего пучка x), а $\overline{W}(\rho)$ является малой поправкой на антисимметризацию волновых функций внешнего нуклона и частиц ядра. В пренебрежении $\overline{W}$ и самосогласованием, (27) переходит в уравнение обычной оптической модели с комплексным потенциалом $\mathcal{S} - iW$.

Принципиально иное решение имеет место при тождественном равенстве нулю мнимых частей в (27), т.е. при сбалансированном затухании частиц и дырок xx)

$$\rho W(\rho) + W^{+}(\rho)\rho = (1-\rho)\overline{W}(\rho) + \overline{W}^{+}(\rho)(1-\rho) \tag{29}$$

Легко проверить, что решением этого уравнения является фермиевское распределение $(\mathcal{S}_{\nu\nu'} = \delta_{\nu\nu'} \varepsilon_\nu , \; \rho_{\nu\nu'} = \delta_{\nu\nu'} n_\nu)$

$$n_\nu = \left(1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_\nu - \mu}{T} \right) \right)^{-1} \tag{30}$$

---

x) Отметим, что величины $\overline{W}$ и W вычислены нами без учета вклада неупругих каналов.

xx) Уравнение (29) заменяет нормировочное условие $\rho^2 = \rho$, накладываемое на решение в методе зависящего от времени самосогласованного поля. Такая "термодинамическая" нормировка диагональных матричных элементов м.п. имеет прозрачный физический смысл и может оказаться полезной в более сложных случаях.

Таким образом, это решение описывает ядро в состоянии статистического равновесия с температурой T и химическим потенциалом μ.

Отметим в заключении раздела, что формула (26) для R_{12} была получена в своеобразном адиабатическом приближении

$$\mathcal{S}(\rho(t)) = const \; ; \; \rho(t) = const \tag{31}$$

за время порядка τ_3. Вследствие этого, в выражениях (28) учтены процессы с перераспределением энергии только между частицами, а уравнение (27) описывает эволюцию лишь одночастичных степеней свободы. Уравнения, пригодные для исследования затухания коллективных колебаний, будут получены в следующем разделе.

5. Затухание коллективных колебаний

Физическая картина затухания нулевого звука (аналогом которого в конечном ядре являются ГР) очень наглядна /2/. Возбуждению нуль-звуковой моды ($\omega\tau \gg 1$, $\tau^{-1} \sim T^2/\varepsilon_F$) отвечает термодинамически неравновесная конфигурация системы (в отличие от первого, $\omega\tau \ll 1$, звука) - искажение ферми-поверхности. На фоне модулированной нулевым звуком поверхности Ферми становятся разрешенными столкновения частиц с рождением (и уничтожением) фонона. Баланс этих процессов и определяет диссипацию энергии коллективного движения в тепло.

Эти рассуждения позволяют написать выражение для ширины нуль-звуковой моды ($\Gamma(\omega, T)$ /2/:

$$\Gamma(\omega, T) = \sum_{1234} w_{1234}(\omega) \delta(\varepsilon_{12} - \varepsilon_{34} + \omega) \left[n_1 n_2 (1-n_3)(1-n_4) - n_3 n_4 (1-n_1)(1-n_2) \right] \tag{32}$$

Считая $w_{1234}(\omega)$ плавной функцией одночастичных энергий ε, в интервале ω вблизи ε_F и привлекая квазиклассические аргументы о поведении $\Gamma(T \gg \omega)$, найдем /2/

$$\Gamma(\omega;T) = const \cdot T^2\left[1+\left(\frac{\omega}{2\pi T}\right)^2\right] \tag{33}$$

Обобщение этих результатов на ядро требует фундаментального предположения (фактически использованного нами при решении уравнения (23)) об установлении статистического равновесия в конечном ядре. Проблема получения критерия статистического описания конечных систем с дискретным энергетическим спектром очень сложна и решена лишь в классическом случае /II/ x). Однако, простота и физическая наглядность полученного Чириковым /II/ критерия позволяет надеяться, что сформулированный в адекватных параметрах он имеет универсальный характер. Можно думать, что кинетическое описание парными соударениями становится возможным при $\Delta\mathcal{E} \gg D_{2p1h}$, где D_{2p1h} – расстояние между трехчастичными уровнями, а $\Delta\mathcal{E}$ – сдвиг одночастичных уровней вследствие столкновений. При выполнении этого неравенства происходит эффективное перекрытие спектра $2p1h$ состояний, "резонирующих" с одночастичным, вследствие чего приобретают смысл δ-функции в выражениях типа (28). Кроме того, при большом числе "резонансов" имеет место быстрое (за времена $\sim\tau_1$) исчезновение вклада начальных корреляций, что оправдывает применение принципа ослабления корреляций Боголюбова /I/.

Если тенденция к установлению статистического равновесия в конечном ядре преобладает, то любое отклонение от него релаксирует. Мы будем предполагать, что в ядре реализуется простейший механизм – парные соударения частиц. Более сложные случаи обсуждаются в связи с описанием тонкой структуры ГР.

Задача о затухающих колебаниях, как и в методе зависящего от времени самосогласованного поля, решается в два этапа. Сначала определяются стационарные (в статистическом смысле $\dot{\rho}=0$, $\dot{R}=\eta R$) решения уравнений (22) и (23), в результате чего находятся одночастичные энергии $\mathcal{E}_1$ и числа заполнения n_1 xx).

x) Отметим в этой связи, что приведенный в /I2/ вывод кинетических уравнений не имеет прямого отношения к задаче об установлении статистического равновесия в конечном ядре.

xx) Здесь и ниже мы полагаем температуру ядра T равной нулю.

Затем оба уравнения линеаризуются относительно малых осциллирующих поправок

$$\delta\rho(t) = \delta\rho\, e^{-i\omega t};\quad \delta R(t) = e^{-i\omega t}\,\delta R \tag{34}$$

Используя принцип ослабления корреляций для $\delta R(t)$, имеем

$$\omega\,\delta\rho_1 = [\delta\rho; S]_1 + [\rho; \delta S]_1 + 1/2\, Tr_2\left([\delta R; V^{(a)}]_{12}\right) \tag{35}$$

$$(\omega + i\eta)\,\delta R_{12} = [\delta R_{12}; S_1 + S_2] + [R_{12}; \delta S_{12}] + \delta F_{12} \tag{36}$$

где $\delta S_1 = Tr_2\left(V_{12}^{(a)}\delta\rho_2\right)$ – изменение самосогласованного поля, δF – вариация выражения (24), а корреляционная функция нулевого приближения имеет вид (26).

Считая ширину малой по сравнению с действительной частью x) ω и пренебрегая поправкой к $Re\,\omega$, в представлении собственных функций ρ и S, найдем

$$\delta R_{1234} = -i\pi\,\delta(\mathcal{E}_{12}-\mathcal{E}_{34}+\omega)\, Z_{1234}\sum_5\left[\frac{\delta S_{15}\langle 52|V^{(a)}|34\rangle}{\mathcal{E}_1-\mathcal{E}_5+\omega} - \frac{\langle 12|V^{(a)}|35\rangle\,\delta S_{54}}{\mathcal{E}_5-\mathcal{E}_4+\omega} + \begin{pmatrix}1\leftrightarrow 2\\ 3\leftrightarrow 4\end{pmatrix}\right] \tag{37}$$

$$Z_{1234} = n_1 n_2 (1-n_3)(1-n_4) - n_3 n_4 (1-n_1)(1-n_2)$$

Отметим, что в δR дает вклад лишь действительная часть R. Мнимая часть (26), в силу условия стационарности (29), равна нулю. Подставляя (37) в (35), получаем основное уравнение

$$\begin{aligned}\omega\,\delta\rho_{11'} &= (\mathcal{E}_{1'}-\mathcal{E}_1)\,\delta\rho_{11'} + (n_1-n_{1'})\,\delta S_{11'} - \frac{i\pi}{2}\sum_{2345}\Big[\delta(\mathcal{E}_{12}-\mathcal{E}_{34}+\omega)\, Z_{1234}\langle 43|V^{(a)}|21'\rangle \times \\ &\times\left(\frac{\delta S_{25}\langle 52|V^{(a)}|34\rangle}{\mathcal{E}_1-\mathcal{E}_5+\omega} - \frac{\langle 12|V^{(a)}|35\rangle\,\delta S_{54}}{\mathcal{E}_5-\mathcal{E}_4+\omega} + \begin{pmatrix}1\leftrightarrow 2\\ 3\leftrightarrow 4\end{pmatrix}\right) - \delta(\mathcal{E}_{1'2}-\mathcal{E}_{34}-\omega)\times \\ &\times Z_{1'234}\langle 12|V^{(a)}|34\rangle\left(\frac{\delta S_{45}\langle 53|V^{(a)}|21'\rangle}{\mathcal{E}_5-\mathcal{E}_4-\omega} - \frac{\langle 43|V^{(a)}|25\rangle\,\delta S_{51'}}{\mathcal{E}_{1'}-\mathcal{E}_5-\omega} + \\ &+\begin{pmatrix}4\leftrightarrow 3\\ 2\leftrightarrow 1'\end{pmatrix}\right)\Big]\end{aligned} \tag{38}$$

x) Фактически, $\Gamma(\omega)$ должна быть мала по сравнению со сдвигом энергии ГР, относительно энергии ph-перехода в системе невзаимодействующих частиц /I3/.

(Отметим симметрию решения уравнения (38): величины $\delta\rho(\omega)$ и $\delta\rho^+(-\omega)$ отличаются фазовым множителем).

Ввиду громоздкости (38) имеет смысл рассмотреть случай однородной ферми-жидкости. В представлении плоских волн поправка $\delta\rho$ и δS имеют вид

$$\delta\rho_{\vec p\vec p'} \sim \delta S_{\vec p\vec p'} \sim \delta(\vec p - \vec p' - \vec k)$$

где $\vec k$ – импульс фонона. Простые вычисления приводят к дисперсионному соотношению на $\omega(k)$

$$1 = V(k)\sum_{\vec p}\frac{n_{\vec p}-n_{\vec p-\vec k}}{\omega+\vec k\vec p} - \frac{i\pi}{2}V(k)\sum_{(\vec p_1\div\vec p_4)}\frac{|V(\vec p_1-\vec p_4)|^2}{\omega+\vec k\vec p_1}\times$$

$$\times Z_{1234} f_{1234}(\omega,\vec k)\left[\delta(\varepsilon_{12}-\varepsilon_{34}+\omega)\,\delta(\vec p_{12}-\vec p_{34}-\vec k) - \begin{pmatrix}\omega\to-\omega\\ \vec k\to-\vec k\end{pmatrix}\right] \quad (39)$$

$$f_{1234}(\omega,\vec k) = \frac{1}{\omega+\vec k\vec p_4}+\frac{1}{\omega+\vec k\vec p_2} - \begin{pmatrix}1\to4\\2\to3\end{pmatrix}$$

(Мы пренебрегли членами порядка k/p_F и включили спиновые множители и численные коэффициенты в $|V|^2$. Зависимость $V^{(a)}$ от спинов предполагалась обменного происхождения).

Основная зависимость от модулей $\vec p$ в (39), содержится в $\delta(\varepsilon)$ и статистическом факторе Z_{1234}. При интегрировании по углам $\vec p$ можно положить $|\vec p| = p_F$. Замечая, что

$$\int d\varepsilon_1\int d\varepsilon_2\int d\varepsilon_3\int d\varepsilon_4\, Z_{1234}\,\delta(\varepsilon_{12}-\varepsilon_{34}+\omega) = const\cdot\omega^3$$

найдем

$$1 = V(k)\sum_{\vec p}\frac{n_{\vec p}-n_{\vec p-\vec k}}{\omega+\vec k\vec p} - i\omega\,\Phi\left(\frac{\omega}{kp_F}\right)$$

откуда следует известный результат: $\mathrm{Im}\,\omega\sim\omega^2$. Дальнейшие вычисления угловых интегралов в (40) совпадают (при замене $V^{(a)}$ на амплитуду рассеяния) с приведенными в работе Элиашберга /13/. Отметим только, что в силу короткодействия V, в фурье-образе $V(k)(=V(ka),\ a\sim 1/p_F$, а a – радиус сил) можно положить $k=0$, однако в $V(\vec p_1-\vec p_4)$ существенны $|\vec p_1-\vec p_4|\sim p_F$, поэтому этот тип матричных элементов V требует более тщательной параметризации. В частности, для δ-образных сил $(V(k)=const)$ результат вычислений $\Phi(\omega/kp_F)$ отличен от формул Элиашберга /13/.

Последний член в (38) удобно преобразовать, выделив три группы членов, имеющих разный физический смысл /13/. После простых преобразований перепишем его в виде

$$-i\sum_2\left[\frac{\delta S_{12}A_{21'}(\varepsilon_1|\omega)}{\varepsilon_1-\varepsilon_2+\omega} - \frac{A_{12}(\varepsilon_{1'}|-\omega)\,\delta S_{21'}}{\varepsilon_2-\varepsilon_{1'}+\omega}\right] - \quad (41)$$

$$-i\sum_{22'}\frac{\delta S_{22'}}{\varepsilon_2-\varepsilon_{2'}+\omega}\left[\langle 12'|A^{(1)}(\omega)-2A^{(2)}(\omega)|21'\rangle - \langle 1'2|A^{(1)}(-\omega)-2A^{(2)}(-\omega)|2'1\rangle\right] \quad (42)$$

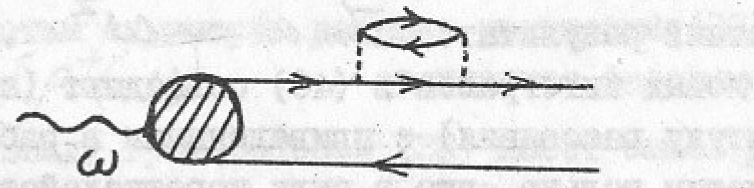
где

$$A_{21'}(\varepsilon_1|\omega) = \frac{\pi}{2}\sum_{234}\delta(\varepsilon_{12}-\varepsilon_{34}+\omega)\,Z_{1234}\langle 2'2|V^{(a)}|34\rangle\langle 43|V^{(a)}|21'\rangle$$

$$\langle 12'|A^{(1)}(\omega)|21'\rangle = \frac{\pi}{2}\sum_{34}\delta(\varepsilon_{12}-\varepsilon_{34}+\omega)\,Z_{1234}\langle 12'|V^{(a)}|34\rangle\langle 43|V^{(a)}|21'\rangle \quad (43)$$

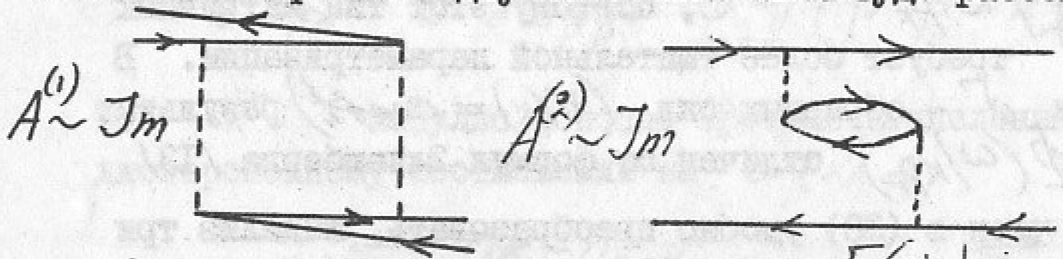
$$\langle 12'|A^{(2)}(\omega)|21'\rangle = \frac{\pi}{2}\sum_{34}\delta(\varepsilon_{14}-\varepsilon_{32'}+\omega)\,Z_{1432'}\langle 14|V^{(a)}|32\rangle\langle 2'3|V^{(a)}|41'\rangle$$

Легко видеть, что величины $A(\varepsilon|\omega)$ представляют собой комбинации чисел заполнения n_1, $n_{1'}$ и матричных элементов мнимых частей оптического потенциала (28). Вклад их в уравнение (38) для $\delta\rho$ отвечает диаграммам типа



(44)

и практически совпадает с учтенными в /8/[x]. Кроме затухания частично-дырочных компонент ГР (44), сравнимый вклад в ширину вносит и поправка к двухчастичной амплитуде рассеяния (43)



Окончательную формулу для ширины $\Gamma(\omega_\lambda)$ мы не выписываем. Она получается взятием шпура выражения (4I) с присоединенным решением χ_λ уравнения RPA (II): $\chi_\lambda L = \omega_\lambda \chi_\lambda$ Практическое вычисление $\Gamma(\omega_\lambda)$ по формулам (38), (4I) требует параметризации мнимых частей оптического потенциала W, $\overline{W}$ и амплитуд рассеяния $A^{(1,2)}(\omega)$. Ряд аппроксимаций W и $\overline{W}$ детально исследовался в /8/. Типичные члены в выражениях (43) $A^{(1,2)}(\omega)$ имеют вид

$$\sum_{34}\delta(\varepsilon_{12}-\varepsilon_{34}+\omega)\langle 12'|V^{(\omega)}|34\rangle\langle 43|V^{(\omega)}|21'\rangle\, n_3 n_4 \qquad (а)$$

(45)

$$\sum_{34}\delta(\varepsilon_{14}-\varepsilon_{32'}+\omega)\langle 14|V^{(\omega)}|32\rangle\langle 2'3|V^{(\omega)}|41'\rangle\, n_4(1-n_3) \qquad (б)$$

и находятся в таком же соответствии с величинами W, $\overline{W}$, что и $V^{(\omega)}$ по отношению к одночастичному потенциалу $\overline{U}$. Например, сумма (45а) с ($1-n_2$) (при $2=2'$) пропорциональна $\overline{W}$. Таким образом, в простейшем приближении можно аппроксимировать выражения типа (45) двухчастичными силами с коэффициентом, зависящим от энергии. При этом следует иметь в виду, что амплитуды (43) отвечают рассеянию частицы и дырки с малым суммарным импульсом. Поэтому координатная зависимость (43) сходна

---

x) В работе /8/ предполагалось, что W, $\overline{W}$ и действительная часть самосогласованного гамильтониана $U+h$ одновременно диагональны.

с используемой в теории конечных ферми-систем /I4/.

З А К Л Ю Ч Е Н И Е

На пути к основному результату работы (формулы (38), (4I)) было сделано два существенных приближения.

I. Предположение о возможности статистического описания ядра в области энергий возбуждения ГР.

2. Пренебрежение трехчастичными и более высокими корреляциями.

Ниже мы обсудим роль этих приближений, а также наметим необходимые изменения в формализме для описания тонкой структуры ГР.

I. Первый пункт имеет фундаментальный характер, поскольку именно это предположение приводит к затуханию коллективного движения. Ввиду отсутствия количественного критерия перехода от динамического к статистическому описанию, мы вынуждены обратиться к эксперименту. Многочисленные данные позволяют утверждать, что процессы с образованием компаунд-ядра играют доминирующую роль в этой области энергий, а вклад прямых процессов невелик. С другой стороны, статистическая модель удовлетворительно описывает основные характеристики составного ядра.

2. Использование теории возмущений по взаимодействию фонон $\rightarrow 2p2h$ не является необходимым (см.Приложение). Однако, как видно из уравнений (38), (4I), это взаимодействие входит через мнимые части одночастичного потенциала (42) и амплитуд рассеяния (43). Такого рода величины не могут быть вычислены в любом варианте теории возмущений, а подлежат параметризации[x]. Поэтому учет вклада трехчастичных корреляций в (42), (43) лишен количественного смысла.

Учет их становится необходимым при исследовании тонкой структуры ГР. Действительно, элемент необратимости в методе Боголюбова является следствием условия "синхронизации" высших корреляционных функций с низшими /I/. В нашем случае условие:

---

x) В этом плане могут оказаться полезными ограничения на амплитуды, вытекающие из законов сохранения.

$R_{12}(t) = R_{12}\{\rho(t)\}$ означает, что состояния $2p2h$ образуют "термостат" для фонона и описываются статистическим образом. Сечение $\sigma(\omega)$ в этом приближении отличается от вычисленного в RPA лишь заменой $\delta(\omega - \omega_2)$ на резонансный фактор.

Для "разрешения" γ - линий в интервале $\Gamma(\omega_2)$ необходимое динамическое описание как $1p1h$, так и $2p2h$ конфигураций. Это означает, что к системе уравнений (7) добавляется еще одно - для трехчастичной корреляционной функции R_{123}. Уширение δ - образных пиков тонкой структуры будет связано с "термализацией" коллективных вибраций по возбуждениям $3p3h$. Формальным отражением необратимой связи когерентных и $3p3h$ состояний является граничное условие $R_{123}(t) = R_{123}\{R_{12}(t); \rho(t)\}$.

Обсудим, наконец, связь ГР с низколежащими коллективными возбуждениями x). Согласно механизму Ландау диссипативные эффекты такой связи обусловлены влиянием низколежащих колебаний на основное состояние ядра. Другими словами, статистическое равновесие в ядре должно определяться с учетом столкновений как частиц, так и частиц с фононами. В противном случае вычисления не будут согласованы. Следует, однако, заметить, что ввиду сравнительно малой плотности состояний низколежащий фонон + + IpIh, такие состояния необходимо описывать динамически, выделяя их из совокупности всех возбуждений типа 2p2.h

Я глубоко благодарен С.Т.Беляеву за обсуждение принципиальных вопросов затухания в конечных ферми-системах. Я признателен также В.Б.Телицыну, чья помощь в вычислениях позволила избежать ряда ошибок.

---

x) Мы имеем в виду, что обычная интерференция ГР с колебаниями той же симметрии учтена в RPA.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Здесь мы рассмотрим роль сильных корреляций в канале частица-частица, предполагая отсутствие спаривания. Покажем, что учет их приводит к замене взаимодействия $V^{(a)}$ на T-матрицу.

Исходные уравнения имеют вид (см.(I7) и (24))

$$i\dot{\rho}_1 = [\rho_1, \mathcal{S}(\rho)] + 1/2\, Tr_2([R, V^{(a)}]_{12}) \tag{П1}$$

$$i\dot{R}_{12} = R_{12}\mathcal{H}_{12}^{+} - \mathcal{H}_{12}R_{12} + F_{12}\{\rho\} \tag{П2}$$

Используя обычные приближения метода Боголюбова, легко написать символическое решение (П2)

$$R_{12} = (1-P_{12})\left[\widetilde{\rho_1\rho_2} - \rho_1\rho_2\right] + i(1-P_{12})\int_{-\infty}^{0} d\tau\, e^{-i\mathcal{H}_{12}\tau}\left[\rho_1\rho_2; S_{12}'\right] e^{i\mathcal{H}_{12}^{+}\tau} \tag{П3}$$

где

$$\widetilde{\rho_1\rho_2} = \lim_{\tau\to-\infty}\left(e^{-i\mathcal{H}_{12}\tau}\rho_1\rho_2\, e^{i\mathcal{H}_{12}^{+}\tau}\right) \tag{П4}$$

Две последние формулы являются обобщением известного результата Боголюбова в теории классического уравнения Больцмана /I/ на квантовый случай. Дальнейшие выкладки следует рассматривать как первый этап процедуры самосогласования. Предположим, что потенциал Хартри-Фока является достаточно хорошим приближением. Тогда, считая, ρ и $\mathcal{S}(\rho)$ одновременно диагональными, легко определить предел в (П4). В представлении собственных функций ρ и $\mathcal{S}$, найдем

$$\langle 12|R|34\rangle = \frac{n_1 n_2}{\varepsilon_{12} - \varepsilon_{34} + i\eta}\langle 12|T_a^{(+)}|34\rangle + \frac{n_3 n_4}{\varepsilon_{34} - \varepsilon_{12} - i\eta}\langle 12|T_a^{(-)}|34\rangle + 1/2\sum_{56}\frac{\langle 12|T_a^{(-)}|56\rangle n_5 n_6 \langle 65|T_a^{(+)}|34\rangle}{(\varepsilon_{56} - \varepsilon_{12} - i\eta)(\varepsilon_{56} - \varepsilon_{34} + i\eta)} \tag{П5}$$

где определены T -матрицы ($T_{12}^{(0)} = (1-P_{12})T_{12}$)

$$\langle 12|T^{(+)}|34\rangle = (1-n_3-n_4)\langle 12|t^{(+)}|34\rangle$$

$$\langle 12|T^{(-)}|34\rangle = (1-n_1-n_2)\langle 12|t^{(-)}|34\rangle$$

а $t^{(\pm)}$ удовлетворяют уравнениям

$$\langle 12|t^{(-)}|34\rangle = \langle 12|V|34\rangle + \sum_{56}\langle 12|t^{(-)}|56\rangle \frac{1-n_5-n_6}{E_{34}-E_{56}-i\eta}\langle 65|V|34\rangle$$

$$\langle 12|t^{(+)}|34\rangle = \langle 12|V|34\rangle + \sum_{56}\langle 12|V|56\rangle \frac{1-n_5-n_6}{E_{12}-E_{56}+i\eta}\langle 65|t^{(+)}|34\rangle \qquad (П6)$$

Подставляя (П5) в (П1), после простых преобразований, находим

$$\frac{1}{2}\langle 1|Tr_2[RV^{(2)}]_{12}|1'\rangle = \frac{1}{2}\sum_{234}\langle 12|t_0^{(-)}|34\rangle\langle 43|t_0^{(+)}|21'\rangle \times \left[\frac{n_3n_4(1-n_1-n_2)}{E_{34}-E_{12}-i\eta} - \frac{n_3n_4(1-n_2-n_{1'})}{E_{34}-E_{21'}+i\eta}\right] + n_1\sum_2 n_2\langle 12|t_0^{(+)}-V^{(2)}|21'\rangle \qquad (П7)$$

$$-\,n_{1'}\sum_2 n_2\langle 12|t_0^{(-)}-V^{(2)}|21'\rangle$$

Члены без $t^{(\pm)}$ - матрицы в (П7) сокращаются с Хартри-Фоковским потенциалом $U_{X\Phi}$ ($= Tr_2(V_{12}^{(2)}\rho_2)$) в $\hat S(\rho)$. Линейные по $t^{(\pm)}$ члены, после применения оптической теоремы /I5/ приводят (совместно с квадратичными) к мнимой части типа (27), в которой $V^{(2)} \to t^{(0)}$, и дополняют затравочный одночастичный потенциал h бракнеровским потенциалом $U_Б(1) = Tr_2(Re\, t_{12}\rho_2)$.

Таким образом, предположив $[\rho, S(\rho)] = 0$, мы пришли к отличному от $U_{X\Phi}$ потенциалу Бракнера. Поэтому, вторым шагом процедуры самосогласования является решение уравнения для коррелятора R_{12} в одночастичном базисе $[\rho, h+U_Б] = 0$. Исследование сходимости этого алгоритма не входит в нашу задачу. Отметим только, что в квадратичном по $t^{(\pm)}$ порядке, наряду с одночастичным потенциалом U, необходимо

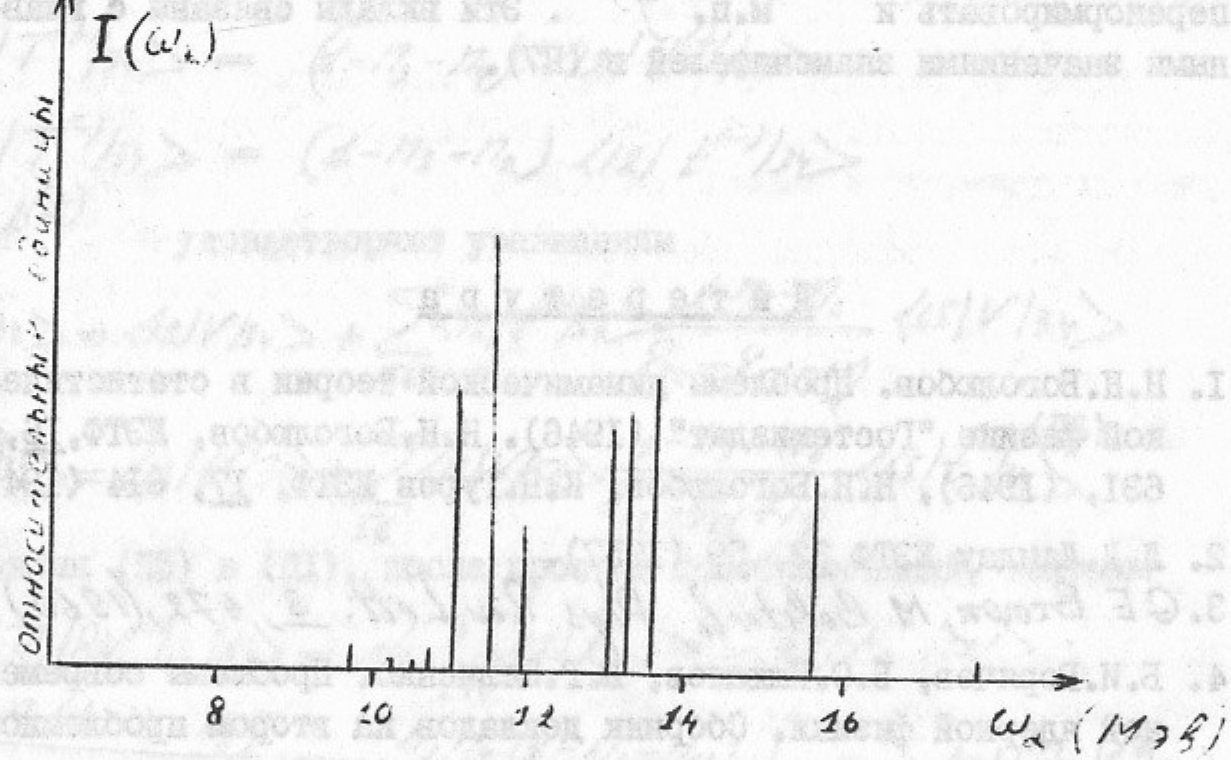
перенормировать и м.п. ρ. Эти вклады связаны с главными значениями знаменателей в (П7).

Л и т е р а т у р а

I. Н.Н.Боголюбов. Проблемы динамической теории в статистической физике "Гостехиздат" (I946). Н.Н.Боголюбов, ЖЭТФ, I6, 69I, (I946), Н.Н.Боголюбов, К.П.Гуров ЖЭТФ, I7, 6I4 (I947).

2. Л.Д.Ландау ЖЭТФ 32, 59 (I957).
3. G.E. Brown, M. Bolsterli, Phys. Rev. Lett. 3, 472, (1960)
4. Б.И.Горячев, Б.С.Ишханов, В.Г.Шевченко. Проблемы современной ядерной физики. Сборник докладов на втором проблемном симпозиуме. Новосибирск "Наука", 362 (I97I).
5. С.П.Камерджиев ЯФ, I5, 676 (I972).
6. M. Danos, W. Greiner, Phys. Rev. 138, B876, (1965)
7. E.D. Mshelia, K. Roos, W. Greiner, Nucl. Phys. A212, 157, (1973)
8. C.B. Dover, R.H. Lemmer, F.J.W. Hahne, Ann. of Phys. 70, 458, (1972)
9. Д.Таулес. Квантовая механика систем многих частиц. ИЛ (I963).

I0. Б.А.Румянцев, С.А.Хейфец ЯФ, 2I, 5I0 (I975).
II. Г.М.Заславский, Б.В.Чириков УФН, I05, 3 (I97I).
I2. В.Е.Бунаков, М.М.Нестеров. Материалы I0-й школы ЛИЯФ, Ленинград, 396 (I975), препринт ЛИЯФ, № I46 (I975).
I3. Г.М.Элиашберг ЖЭТФ, 42, I658 (I962).
I4. А.Б.Мигдал "Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер". "Наука" (I965).
I5. Л.Каданов, Г.Бейм "Квантовая статистическая механика" "Мир" (I964).



Работа поступила - I9 февраля I976 г.

Ответственный за выпуск С.Г.ПОПОВ
Подписано к печати I.IУ-I976г. МН 02724
Усл. I,4 печ.л., тираж I50 экз.Бесплатно
Заказ № 29

Отпечатано на ротапринте ИЯФ СО АН СССР