

3  
И Н С Т И Т У Т  
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ПРЕПРИНТ И Я Ф 76 - 3

В.Ф.Дмитриев

МИКРОСКОПИЧЕСКИЙ ПОДХОД К  
П-КОНДЕНСАЦИИ В АТОМНЫХ ЯДРАХ

Новосибирск

1976

# МИКРОСКОПИЧЕСКИЙ ПОДХОД К $\pi$ -КОНДЕНСАЦИИ

В АТОМНЫХ ЯДРАХ

В.Ф.Дмитриев

## А Н Н О Т А Ц И Я

В работе обсуждается влияние  $\pi$ -конденсации на структуру спектра низколежащих возбужденных состояний ядра. Показано, что при существующих оценках константы спин-спинового взаимодействия, сферические ядра должны находиться либо за порогом  $\pi$ -конденсации, либо вблизи него. При этом, в сферическом ядре должно существовать низколежащее возбужденное состояние отрицательной четности с  $E \sim 1-2$  МэВ.

## Введение

Проблема возможной  $\pi$ -конденсации в атомных ядрах /1/ и в нейтронных звездах /2/ привлекает в последнее время большое внимание. При этом, термином  $\pi$ -конденсации в обоих случаях обозначают, вообще говоря, различные явления. В работах /2/ обсуждается возможность реального рождения  $\pi$ -мезонов в нейтронных звездах, когда плотность нейтронов становится настолько большой, что энергия Ферми оказывается порядка массы пиона. Сильное притяжение между пионами и нуклонами несколько понижает порог рождения пионов, уменьшая тем самым величину критической плотности. В работах же /1/ речь идет на самом деле о возможной неустойчивости основного состояния ядерной материи из-за характера спин-спинового взаимодействия, большой вклад в которое дает однопионный обмен. Ниже мы будем рассматривать только этот случай.

В традиционном подходе /1/, основанном на функциях Грина, исследуется изменение пропагатора пиона из-за его взаимодействия с нуклонами среды. Наличие среды приводит к появлению в пропагаторе второго полюса, отвечающего собственным колебаниям среды, квантовые числа которых совпадают с квантовыми числами пиона. Первый полюс начинается с массы пиона и отвечает истинному высоколежащему  $\pi$ -мезону, перенормировка которого невелика. Второй полюс при малых  $K$  меняется линейно,  $\omega = cK$ , затем загибается книзу и, при плотности больше некоторой критической,  $\omega^2$ , отвечающая этому полюсу, становится отрицательной. Наличие этой неустойчивости интерпретируется, как появление  $\pi$ -конденсата.

С нашей точки зрения, более удобным является другой подход, в котором высоколежащую  $\pi$ -мезонную ветвь вообще не нужно рассматривать; так как неустойчивость связана лишь с низколежащей звуковой ветвью. Мы будем описывать систему многих частиц - бесконечную среду или конечное ядро, на языке обобщенной матрицы плотности /3/, введение которой позволяет явно проследить за изменениями в структуре основного и возбужденных состояний при появлении  $\pi$ -конденсата. Влияние реального пиона учитывается в таком подходе только в межнуклонном взаимо-



действии; из которого необходимо выделить въявь вклад одно-  
пионного обмена в среде /4/.

Взаимодействие, возникающее в результате однопионного обмена,  
приводит к серии коллективных возбуждений с квантовыми числами:  
 $0^-, 1^+, 2^-$  и т.д. В дальнейшем мы будем рассматривать лишь  
простейший случай колебаний  $0^-$ . Энергия этих колебаний существ-  
венно зависит от знака и величины константы взаимодействия.  
Если взаимодействие соответствует притяжению, то колебание ока-  
зывается низколежащим и при некоторой величине константы взаимо-  
действия энергия колебаний становится равной нулю. При дальней-  
шем увеличении взаимодействия возникает статистический псевдо-  
скаляр, т.е. основное состояние становится вырожденным по чет-  
ности. В конечной системе точное вырождение снимается, но рас-  
стояние между уровнями с противоположной четностью остается  
экспоненциально малым по отношению к энергии коллективного воз-  
буждения. Коллективное возбужденное состояние, имеющееся над  
удвоенным основным, также разбивается на два состояния с проти-  
воположной четностью и с экспоненциально малым расстоянием меж-  
ду ними.

Обсуждение структуры  $\pi$ -конденсата проводится во второй  
части работы. В первой части дается формулировка подхода на язы-  
ке матрицы плотности и оценивается изменение критической вели-  
чины взаимодействия при переходе в конечную систему.

### I. Уравнения для матрицы плотности и структура коллек- тивных возбуждений, генерируемых однопионным обменом.

Рассмотрим систему нуклонов с гамильтонианом

$$H = \sum_1 \epsilon_1 a_1^+ a_1 + \frac{1}{2} \sum_{1234} \langle 12|U|34 \rangle a_1^+ a_2^+ a_3 a_4 \quad (1)$$

гд; цифры 1, 2, ... обозначают совокупность одночастичных  
квантовых чисел нуклонов. Операторная матрица плотности

$\hat{\rho}_{12} = a_1 a_2^+$  подчиняется уравнению движения:

$$[\hat{\rho}_{12}, \hat{H}] = ([\hat{S}, \hat{\rho}])_{12} \quad (2)$$

где  $\hat{S}$  - оператор самосопряженного поля  $\hat{S}(t) = S_{p_2}(U(t,2) \rho(t))$ .

$S_{p_2}$  - означает, что след берется по состояниям второй  
частицы.

Основным приближением в теории коллективных состояний  
является предположение о том, что из всего множества возбужден-  
ных состояний системы  $N$  взаимодействующих частиц, мы можем  
ограничиться в (2) только коллективной полосой, поскольку мат-  
ричные элементы  $\hat{S}$  и  $\hat{\rho}$  в состоянии другой природы имеют  
хаотические фазы /3/. В этом приближении  $\hat{H}$ ,  $\hat{\rho}$  и  $\hat{S}$  яв-  
ляются функциями операторов  $\hat{X}$  и  $\hat{P}$  в коллективном простран-  
стве.  $\hat{X}$  и  $\hat{P}$  - коллективные координата и импульс с обычным  
коммутационным соотношением

$$[\hat{X}, \hat{P}] = i.$$

Для малых колебаний мы можем записать

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \frac{\hat{P}^2}{2M} + \frac{M\omega^2}{2} \hat{X}^2 \\ \hat{S} &= \hat{S}^0 + \hat{S}^1 \hat{X} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\hat{\rho} = \hat{\rho}^0 + \hat{\rho}_x \hat{X} + \hat{\rho}_p \hat{P}$$

Для диагональных и недиагональных матричных элементов  $\hat{\rho}$  и  $\hat{S}$   
получаем уравнения:

$$\begin{aligned} [S^0, \rho^0] &= 0 \\ ([S^0, \rho_p])_{12} - i \frac{(\rho_x)_{12}}{M} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$([S^0, \rho_x])_{12} + ([S, \rho^0])_{12} + i(\rho_p)_{12} M\omega^2 = 0.$$

Откуда

$$\begin{aligned} (\rho_p)_{12} &= i \frac{1}{M} \frac{n_1 - n_2}{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 - \omega^2} (S)_{12} \\ (\rho_x)_{12} &= \frac{(n_1 - n_2)(\epsilon_1 - \epsilon_2)}{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 - \omega^2} (S)_{12} \end{aligned} \quad (5)$$

где  $N_i$  - числа заполнения,  $\epsilon_i$  - энергии одночастичных уровней.

Вспользуемся теперь условием согласования  $\hat{S}(z) = \text{Sp}_2(U(z, z) \rho(z))$ . В матричных элементах это условие имеет вид:

$$(S)_{12} = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} F_\pi(z) \left( \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{z}}{|\vec{z}|} \tau^j e^{i\vec{z} \cdot \vec{r}} \right)_{12} \text{Sp} \left( \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{z}}{|\vec{z}|} \tau^j e^{-i\vec{z} \cdot \vec{r}} \rho \right), \quad (6)$$

где в качестве  $U(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$  мы взяли потенциал однопиронного обмена в среде,  $F_\pi(z) = \frac{4\pi f^2}{\mu^2} D_\pi(z)$ ,  $f$  - пион-нуклонная константа связи,  $\mu$  - масса  $\pi$ -мезона,  $D_\pi(z)$  - перенормированный пропагатор  $\pi$  мезона в среде. Перенормировка  $D_\pi(z)$  происходит в основном за счет виртуального образования изобары /4/. Комбинируя (5) и (6), находим уравнение для эффективного поля  $S^j(z) = \text{Sp} \left( \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{z}}{|\vec{z}|} \tau^j e^{i\vec{z} \cdot \vec{r}} \rho \right)$ , определяющее энергию коллективного возбуждения  $\omega$ .

$$S^j(z) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} F_\pi(z) \sum_{12} \frac{(n_1 - n_2)(\epsilon_1 - \epsilon_2)}{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 - \omega^2} \left( \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{z}}{|\vec{z}|} e^{-i\vec{z} \cdot \vec{r}} \tau^j \right)_{21} \left( \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{z}}{|\vec{z}|} e^{i\vec{z} \cdot \vec{r}} \right)_{12} S^j(z) \quad (7)$$

Учет других взаимодействий приводит к небольшой модификации уравнения (7). Так при включении спин-спинового взаимодействия, вместо  $F_\pi(z)$  появится сумма  $F_\pi(z) + G_c(z)$ , где  $G_c(z)$  - фурье-компонента спин-спинового взаимодействия без учета однопиронного обмена. Другие взаимодействия в продольное спиновое поле вклада не дают.

Пренебрежем теперь еще и спин-орбитальным расщеплением одночастичных уровней. В этом случае можно въявь просуммировать по спиновым переменным и в результате останется уравнение

$$S^j(z) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} 2(F_\pi(z) + G_c(z)) \sum_{12} \frac{(n_1 - n_2)(\epsilon_1 - \epsilon_2)}{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 - \omega^2} \left( e^{-i\vec{z} \cdot \vec{r}} \tau^j \right)_{21} \left( e^{i\vec{z} \cdot \vec{r}} \right)_{12} S^j(z) \quad (8)$$

В случае бесконечной среды одночастичными состояниями являются состояния с определенным импульсом. В этих состояниях уравнение (8) диагонализуется и мы получаем следующее дисперсионное уравнение для спектра:

$$1 = 4(G_c(z) + F_\pi(z)) \frac{1}{V} \sum_p \frac{(n_p - n_{p+z})(\epsilon_p - \epsilon_{p+z})}{(\epsilon_p - \epsilon_{p+z})^2 - \omega^2} \quad (9)$$

совпадающее с уравнением для низколежащего полюса пионного пропагатора в среде.

Оценки, проведенные в /1/, показывают, что взаимодействие  $d(z) = G_c(z) + F_\pi(z)$  при  $q \sim p_F$  отрицательно и может достигать такой величины, что  $\omega^2$  становится при  $q > q_c \sim p_F$  отрицательной. Это означает неустойчивость основного состояния по отношению к рождению колебаний с длиной волны  $\lambda \sim \frac{1}{q_c}$ .

Подобные оценки не могут претендовать на количественную точность, особенно для реальных атомных ядер, поэтому естественно попытаться найти качественные эффекты, по которым можно было бы судить, находится ли реальное ядро за точкой неустойчивости или его основное состояние является нормальным. Такой подход имеет очевидное преимущество, связанное с тем, что для этой цели всегда можно построить простые модели, воспроизводящие все характерные особенности обсуждаемого явления.

Прежде чем переходить к построению модели, рассмотрим сначала, как меняются уравнения (7)-(9) в конечной системе. Точнее, как должна измениться критическая величина взаимодействия  $d_{cr}(q_c)$ , при которой  $\omega^2 = 0$ , по сравнению с ее величиной в бесконечной среде.

Первое простейшее изменение связано с кинематикой. В бесконечной системе сохраняющейся величиной является импульс, поэтому и одночастичные  $|L\rangle$  и коллективные состояния характеризуются определенным импульсом. В конечной системе таким квантовым числом является момент импульса. В соответствии с этим вместо непрерывного спектра состояний  $\omega(z)$ , в конечной системе возникает дискретный ряд частот  $\omega(j)$ , где момент  $j$  пробегает значения  $j^f = 0^-, 1^+, 2^-$ .



Разложим эффективное поле  $\psi^k(\varrho)$  по состояниям с определенным моментом

$$\psi^k(\varrho) = \sum_{j_m} \psi_{j_m}^k(\varrho) Y_{j_m}^k(\varrho) \quad (9)$$

В конечной системе наиболее просто выглядят уравнения для поля с квантовыми числами  $0^-$ , так как в эту ветвь спин-орбитальное взаимодействие не дает вклада. Для  $\psi_0^k(\varrho) = \int_{\varrho_0}^{\varrho} \psi^k(\varrho') = -i(4\pi)^{1/2} \text{Sp}[(\vec{\sigma}\vec{n}) j_1(\varrho') \cdot \vec{\tau}^k \rho]$  получаем:

$$\psi_0^k(\varrho) = \int \frac{\varrho'^2 d\varrho'}{2\pi^2} \alpha(\varrho') \sum_{12} \frac{(n_1 - n_2)(\epsilon_1 - \epsilon_2)}{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 - \omega^2} (\vec{\sigma}\vec{n}) j_1(\varrho') \vec{\tau}^k_{12} (\vec{\sigma}\vec{n}) j_1(\varrho') \vec{\tau}^k_{12} \psi_0^k(\varrho') \quad (10)$$

где  $\vec{n} = \frac{\vec{r}}{r}$ ,  $j_1(x)$  - сферическая функция Бесселя. Для простоты мы не будем далее писать нижний индекс у  $\psi_0^k(\varrho)$ , помня о том, что речь идет о ветви  $0^-$ . Оператор  $(\vec{\sigma}\vec{n})$  в случае сферических ядер не имеет переходов внутри оболочки, поскольку он меняет четность и меняет полный момент. По этой причине спаривание несущественно и, кроме того, можно пренебречь спин-орбитальным расщеплением одночастичных уровней, которое хотя и вносит в данную оболочку уровень другой четности, но этот уровень имеет момент, превышающий максимальный момент в данной оболочке, поэтому на него нет переходов. Таким образом, качественная картина переходов не меняется при учете спин-орбитального расщепления.

В этих приближениях можно показать (см. Приложение), что в конечной системе дисперсионное уравнение на энергию уровня  $0^-$  имеет вид (9) с заменой  $\alpha(\varrho)$  на  $\alpha_{2\varrho} \approx \alpha(1 - \frac{1}{A^{2/3}})$ ,  $\lambda \sim 1$  и поэтому критическая величина взаимодействия  $\alpha_{кр}$  мало отличается от критической величины в бесконечной системе. Этот результат можно было ожидать заранее. Выше мы указывали, что неустойчивость может возникать лишь при  $\varrho \sim \rho_f / I$ , т.е. существенными являются расстояния порядка межнуклонных. Конечность ядра на таких расстояниях оказывается слабо и мы можем для оценки пользоваться уравнениями для бесконечной системы. Поправки к этим уравнениям имеют порядок  $\sim \frac{1}{\varrho R} \sim \frac{1}{A^{2/3}}$ , что и приводит к замене  $\alpha \rightarrow \alpha_{2\varrho}$ .

Из этих утверждений следуют важные выводы. Если оценки, сделанные в /I/ правильны, то реальные тяжелые ядра должны находиться либо уже за границей устойчивости, либо близко к ней. В первом случае в ядрах должен быть  $\pi$ -конденсат, структуру которого мы будем обсуждать ниже. Во втором случае ядро должно иметь возбужденное состояние  $0^-$  значительно ниже расстояния до соседней оболочки, причем наиболее коллективными эти состояния должны быть в магических ядрах, где в него дают вклад все частицы заполненной оболочки. В действительности такие состояния в магических ядрах не наблюдаются. Единственным известным магом, имеющим состояние  $0^-$ , является  $^{16}\text{O}$ . Однако, энергия уровня  $0^-$  в этом ядре не только не меньше оболочечной, но даже несколько превышает ее. Все это является на наш взгляд серьезным аргументом против приводимых в /I/ оценок величины и знака константы взаимодействия  $\alpha(\varrho)$ .

## 2. Структура $\pi$ -конденсата

Рассмотрим теперь модель, которая позволит нам проследить за изменением структуры основного состояния и возбужденного  $0^-$  с увеличением по модулю константы взаимодействия. Как показано в приложении в уравнении (10) для эффективного поля  $\psi^k(\varrho)$  интегрирование по импульсу  $\varrho'$  идет по узкому интервалу  $\Delta\varrho' \sim \frac{2}{R}$  вблизи  $\varrho' = \varrho$  при  $\varrho R \gg 1$ . Все подынтегральные функции в этом интервале меняются слабо и мы можем въявь выполнить интегрирование. В результате получаем:

$$\psi^k(\varrho) = \beta(\varrho) \sum_{12} \frac{(n_1 - n_2)(\epsilon_1 - \epsilon_2)}{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 - \omega^2} (\vec{\sigma}\vec{n}) j_1(\varrho') \vec{\tau}^k_{12} (\vec{\sigma}\vec{n}) j_1(\varrho') \vec{\tau}^k_{12} \psi^k(\varrho), \quad (11)$$

где  $\beta(\varrho) = \frac{\varrho^2 \alpha(\varrho)}{\pi R}$ . В дальнейшем мы ограничимся одним импульсом  $\varrho = \varrho_c$ , при котором наступает неустойчивость. Уравнение (11) отвечает факторизованному взаимодействию вида  $U(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \beta V(\vec{r}_1) V(\vec{r}_2)$ ,  $V(\vec{r}) = (\vec{\sigma}\vec{n}) j_1(\varrho') \vec{\tau}^k$ , которое сильно упрощает задачу. Кроме того, в уравнении (11) мы можем ограничиться переходами только на соседнюю оболочку. Более далекие переходы не меняют качественной картины и их учет ведет лишь к

перенормировке константы взаимодействия  $\beta$ . Таким образом, мы получили двухуровневую систему с заполненным нижним уровнем, причем взаимодействие между частицами имеет простой факторизованный вид.

Обозначим через  $\varepsilon$  расстояние между уровнями,  $V = (V^{12})_{12}$  - матричный элемент перехода между уровнями (для простоты мы опустим также и изотопическую зависимость  $V^{12}$ ),  $N = A^{2s}$  - число частиц на нижнем уровне. Дисперсионное уравнение в этой модели легко решается.

$$1 = \beta \sum_{12} \frac{(n_1 - n_2)(\varepsilon - \varepsilon_{12})}{(\varepsilon - \varepsilon_{12})^2 - \omega^2} |(V)_{12}|^2 = - \frac{2\beta N |V|^2}{\varepsilon^2 - \omega^2} \quad (I2)$$

или

$$\omega^2 = \varepsilon(\varepsilon + 2\beta N |V|^2) \quad (I2')$$

Критическая величина взаимодействия определяется условием

$\varepsilon = -2\beta_{кр} N |V|^2$ . При  $\beta$  вблизи  $\beta_{кр}$  частота  $\omega$  имеет характерную зависимость

$$\omega = \varepsilon \sqrt{\frac{\beta - \beta_{кр}}{\beta_{кр}}}$$

в нашем случае эта зависимость справедлива при всех  $|\beta| < |\beta_{кр}|$ . Амплитуда колебаний осциллятора  $\sim \frac{1}{\sqrt{\omega}}$ , поэтому вблизи точки фазового перехода, где  $\omega \rightarrow 0$ , гармоническое приближение (3) становится уже неприменимым. В этом случае необходимо находить следующие члены разложения потенциальной энергии колебаний по степеням коллективной координаты. В нашем случае коллективная координата - псевдоскаляр,

$$\chi = Sp(V\rho) \quad (I3)$$

Для нахождения потенциальной энергии колебаний мы должны зафиксировать значение  $\chi = \chi_0$  и найти энергию основного состояния системы при заданном  $\chi_0$ . Как известно, для этого необходимо ввести Лагранжев множитель  $\lambda$ , перейти от гамильтониана  $H$  к новому

$$H' = H - \lambda \chi \quad (I4)$$

найти его энергию основного состояния, как функцию  $\lambda$  и определить затем  $\lambda$  из условия  $\chi = \chi_0$ .

Обозначим через  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  - состояния, отвечающие невозмущенным нижнему и верхнему уровням. При наличии взаимодействия, одночастичный гамильтониан  $\frac{\delta H'}{\delta \rho}$  имеет вид:

$$S = \varepsilon + (\beta \chi - \lambda) V \quad (I5)$$

Взаимодействие  $V$  - смешивает состояния  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ , имеющие разную четность, и в результате образуются новые комбинации,

$$\begin{aligned} |1\rangle &= C_{11}|1\rangle + C_{12}|2\rangle \\ |2\rangle &= C_{21}|1\rangle + C_{22}|2\rangle \end{aligned} \quad (I6)$$

имеющие энергии

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{\varepsilon}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\varepsilon^2 + 4|\beta \chi - \lambda|^2 |V|^2} \\ E_2 &= \frac{\varepsilon}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\varepsilon^2 + 4|\beta \chi - \lambda|^2 |V|^2} \end{aligned} \quad (I7)$$

Коэффициенты разложения  $C_{ij}$  равны

$$\begin{aligned} |C_{11}|^2 = |C_{22}|^2 &= \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 + 4|\beta \chi - \lambda|^2 |V|^2}} \right) \\ |C_{21}|^2 = |C_{12}|^2 &= \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 + 4|\beta \chi - \lambda|^2 |V|^2}} \right) \end{aligned} \quad (I8)$$

Состояние с минимальной энергией образуется при заполнении нижнего уровня  $|1\rangle$ . Условие согласования (I3) дает связь между  $\lambda$  и  $\chi$ ,



$$X = -NV \frac{2(\beta X - \epsilon) |V|}{\sqrt{\epsilon^2 + 4|\beta X - \epsilon|^2 |V|^2}} \quad (19)$$

Энергия основного состояния равна

$$E = \frac{N\epsilon}{2} - \frac{N\epsilon}{2} \frac{\epsilon}{\sqrt{\epsilon^2 + 4|\beta X - \epsilon|^2 |V|^2}} + \frac{\beta X^2}{2}$$

Исключая  $X$ , находим потенциальную энергию колебаний

$$U(X) = \frac{N\epsilon}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{X^2}{(NV)^2}}\right) + \frac{\beta X^2}{2} \quad (20)$$

Импульс осциллятора  $P \sim \sqrt{\omega}$ , поэтому при  $\omega \rightarrow 0$  нет необходимости учитывать высшие члены разложения гамильтониана  $H$  по  $P$  и кинетическая энергия по-прежнему равна  $\frac{P^2}{2m}$ .

Таким образом, гамильтониан системы с учетом колебаний имеет вид:

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}^2}{2M} + U(\hat{X}) \quad (21)$$

Вдали от точки фазового перехода  $U(X) \approx \frac{M\omega^2}{2} X^2$ , с  $M = \frac{|\beta_{кр}|}{\epsilon^2}$  и  $\omega^2 = \epsilon(\epsilon + 2\beta NV^2)$  совпадающей с (12). Наиболее интересен случай  $|\beta| > |\beta_{кр}|$ , т.е. случай наличия  $\pi$ -конденсата. При этом потенциальная энергия (20) имеет два симметричных минимума (рис. I) в точках

$$X_0 = \pm NV \sqrt{1 - \frac{\beta_{кр}^2}{\beta^2}} \quad (22)$$

и с глубиной  $U_0 = -\frac{N\epsilon}{4} \frac{(\beta - \beta_{кр})^2}{\beta\beta_{кр}}$

Вблизи этих минимумов

$$U(X) = U_0 + \frac{\tilde{M}\tilde{\omega}^2}{2} (X - X_0)^2$$

где  $\tilde{M}$  и  $\tilde{\omega}$  - новые частота коллективных возбуждений и эффективная масса этих колебаний. Частоты

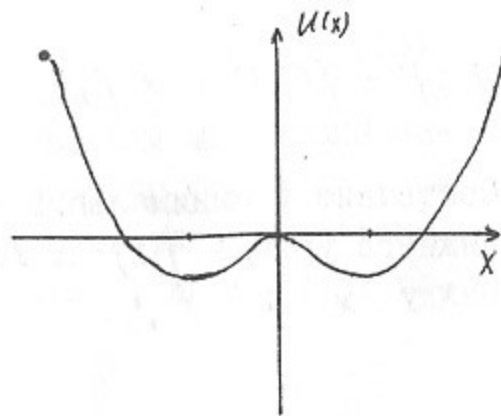


Рис. I.

$\tilde{\omega}$  определяются из уравнения (12), в котором в качестве одночастичных состояний нужно взять состояния в самосогласованном поле  $\tilde{\epsilon} = \epsilon + \beta X_0 V$ . В результате находим

$$\tilde{\omega}^2 = 4\beta^2 NV^4 - \epsilon^2 = \epsilon^2 \frac{\beta^2 - \beta_{кр}^2}{\beta_{кр}^2} \quad (23)$$

$$\tilde{M} = \frac{|\beta|}{\epsilon^2}$$

В бесконечной системе, когда  $N \rightarrow \infty$ ,  $X_0 \rightarrow \infty$  тоже, а вероятность перехода из одной ямы в другую в бесконечной системе стремится к нулю. В этом случае основное состояние характеризуется определенным  $X_0$ . Это типичный случай спонтанного нарушения симметрии, так как определенное значение псевдоскаляра может быть только в состоянии с неопределенной четностью. В конечной системе точное вырождение снимается, однако расстояния между уровнями с противоположной четностью экспоненциально малы

$$\Delta E \sim \tilde{\omega} \ell^{-\frac{2\sqrt{2}}{3} N \left(\frac{\beta - \beta_{кр}}{\beta_{кр}}\right)^{3/2}} \quad (24)$$

ввиду малой проницаемости барьера.

Таким образом, наличие  $\pi$ -конденсата приводит к сильной перестройке спектра коллективных состояний ядра. Все коллективные состояния, принадлежащие полосе  $0^-$ , в том числе и основное, оказываются почти вырожденными по четности. Снятие вырождения происходит лишь при очень высоких энергиях возбуждения  $\omega \sim U_0$ , где барьер практически отсутствует.

### Заключение

Суммируем теперь полученные результаты и обсудим некоторые другие возможности. Как мы видели выше, фактически единственным различием конечных и бесконечных систем при  $\epsilon R \gg 1$  является различие в квантовых числах коллективных возбуждений. В бесконечной системе возбуждения характеризуется определенным импульсом  $\tilde{q}$ , в конечной системе - определенным моментом  $\ell$  и четностью  $p$ .



Отсюда следует первый качественный эффект: в тяжелых магических ядрах также должно существовать низколежащее  $0^-$  состояние, соответствующее продольному спиновому звуку в бесконечной среде. Отсутствие на эксперименте таких состояний может означать либо  $\alpha(\nu) > 0$  при  $q \sim p_F$ , либо  $\alpha(\nu) < 0$ , но  $|\alpha(\nu)|$  мал настолько, что нет заметной коллективизации оболочного состояния  $0^-$ . При  $\alpha(\nu) > 0$  состояние  $0^-$  будет уже резонансом в непрерывном спектре, подобным дипольному гигантскому резонансу. С этой точки зрения представлял бы большой интерес целенаправленный поиск  $0^-$  состояний в сферических ядрах. По их положению можно было бы более определенно судить о величине и знаке  $\alpha(\nu)$ . Тем не менее, уже само отсутствие низколежащих уровней  $0^-$  является серьезным аргументом против приведенных в [1] оценок.

Второй качественный эффект, который мы рассмотрели, это влияние  $\pi$ -конденсата на структуру основного состояния. В бесконечной системе  $\pi$ -конденсат проявляется в наличии ненулевого среднего значения по основному состоянию от псевдоскаляра. Это значит, что основное состояние вырождено по четности. В конечной системе это вырождение снимается, но расстояние между уровнями различной четности экспоненциально мало по сравнению с энергией коллективных колебаний, которые в этом случае должны быть тоже низколежащими. Эта ситуация противоречит уже имеющимся данным, поэтому можно с уверенностью утверждать, что в сферических ядрах конденсата  $0^-$  нет.

До сих пор мы обсуждали лишь случай  $0^-$ . Интересно понять, что изменится в случае конденсации колебаний с другими моментами  $1^+$ ,  $2^-$ . Случай конденсации  $1^+$  можно сразу же отбросить, так как он приводит к расщеплению по знаку проекции момента и в результате к отличному от нуля моменту у четно-четного ядра. Случай конденсации  $2^-$  более интересен. Коллективная координата для  $2^-$  - псевдотензор  $\chi_{2\mu}$ . При конденсации  $\langle \chi_{2\mu} \rangle \neq 0$  это значит, что ядро стало уже деформированным. В собственной системе  $\chi_{2\mu} = D_{\mu 0}^{2(2)} \tilde{\chi}_{2\sigma}$ , где  $\Omega$  - углы Эйлера, связанные с появлением вращательной полосы. Из  $\tilde{\chi}_{2\sigma}$  отличны от нуля лишь  $\tilde{\chi}_{20}$  и  $\tilde{\chi}_{2\pm 2}$ , причем

$$\tilde{\chi}_{20} = i x \cos \lambda$$

$$\tilde{\chi}_{2\pm 2} = i x \frac{\sin \lambda}{\sqrt{2}}$$

Параметры квадрупольной деформации  $\beta \sim x^2$ ;  $\gamma = 2\lambda$ . Отсюда видно, что  $x$  меняется в пределах  $-\infty < x < \infty$ . Энергия же зависит только от  $x^2$ , поэтому и в этом случае будут экспоненциально близкие уровни, отвечающие симметричным и антисимметричным по  $x$  состояниям. Правда, в этом случае есть дополнительные требования симметрии, связанные с группой преобразований собственной системы координат. Эти требования для состояний вращательной полосы приводят к запрету одной из комбинаций по знаку  $K$  - проекции на ось симметрии ядра [5/.

$$\psi_{JMK} \sim (D_{MK}^J(\Omega) + (-)^J D_{M-K}^J(\Omega))$$

Но все эти преобразования не содержат отражения, поэтому они не затрагивают знак  $x$  и ситуация с близкими уровнями по четности остается без изменений.

В заключение я хочу выразить свою признательность С.Т.Беляеву, В.Г.Зелевинскому, Б.А.Румянцеву за плодотворные дискуссии по затронутым выше вопросам.

### Приложение

Рассмотрим уравнение для эффективного поля (10) в квазиклассическом приближении и пренебрегая спин-орбитальным расщеплением. Для простоты, в качестве одночастичных состояний будем пользоваться осцилляторными оболочечными функциями. В осцилляторе энергия уровней не зависит от  $\ell$ , поэтому мы можем сначала просуммировать в (10) по моментам состояний и их проекциям. Запишем эту сумму в таком виде:

$$\sum_{\substack{l_1, l_2, m_1, m_2 \\ l_1', l_2', m_1', m_2' \\ \sigma_1, \sigma_2}} (i)^{l_1 - l_1'} (i)^{l_2 - l_2'} \delta_{l_1 l_1'} \delta_{m_1 m_1'} \delta_{l_2 l_2'} \delta_{m_2 m_2'} \int d^3r \Psi_{N_1 l_1 m_1 \sigma_1}^*(\vec{r}) V(\vec{r}) \Psi_{N_2 l_2 m_2 \sigma_2}(\vec{r})$$

$$= \int d^3r \Psi_{N_1 l_1 m_1 \sigma_1}^*(\vec{r}) V(\vec{r}) \Psi_{N_2 l_2 m_2 \sigma_2}(\vec{r}) \quad (\text{П.1})$$

здесь  $V(\vec{r}) = (\vec{\sigma} \vec{n}) j_2(qr) \tilde{\Sigma}^k$ . Дельта-символы в (П.1) представим через интегралы от сферических гармоник (условие ортогональности),

$$\delta_{l_1 l_1'} \delta_{m_1 m_1'} = \int d\Omega_1 Y_{l_1 m_1}^*(\Omega_1) Y_{l_1' m_1'}(\Omega_1)$$

В результате (П.1) представляется в виде интегралов по объему ядра и по новым углам от произведения таких сумм:

$$\sum_{l_1 m_1} (i)^{l_1} Y_{l_1 m_1}^*(\Omega_1) \Psi_{N_1 l_1 m_1 \sigma_1}(\vec{r})$$

Для  $r \leq R$  - радиуса ядра и при  $N_2 \gg 1$  воспользуемся асимптотическим выражением полинома Лагерра, входящего в  $\Psi_{N_2}^{(i)}$  через функцию Бесселя /6/

$$e^{-x/2} x^{l/2} \left[ L_n^{l/2}(x) \right] \approx \frac{\Gamma(n+l+3/2)}{n! (\frac{N}{2})^{l/2}} \int_{l/2}^{(N+l/2)} (\sqrt{2Nk})$$

где  $N = 2n + l$

Кроме того, суммирование по  $l$  мы можем распространить до бесконечности, при  $r \leq R$ , члены с  $l > N$  несущественны. Далее суммирование по  $l$  и  $m$  становится тривиальным и мы получаем:

$$\sum_{l, m} (i)^l Y_{l, m}^*(\Omega_1) \Psi_{N, l, m, \sigma}(\vec{r}) \approx \frac{1}{(nR_0)^{3/2}} \frac{(2N_2)^{1/4}}{2\pi} e^{-i\vec{p}_2 \vec{r}} \chi_{\sigma_2} \quad (\text{П.2})$$

где углы вектора  $\vec{p}_2$  есть  $\Omega_1$ , а  $|\vec{p}_2| = \frac{\sqrt{2N_2}}{R_0}$ ,  $R_0$  - осцилляторный радиус,  $R_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_c}}$ ,  $\chi_{\sigma}$  - спиновая и изоспиновая

функции. Таким образом, сумма (П.1) переходит в следующее выражение:

$$\int d^3r \frac{d\Omega_1 d\Omega_2}{(2\pi)^4} \frac{1}{(nR_0)^3} \sqrt{2N_2 N_1} e^{i(\vec{p}_2 - \vec{p}_1) \vec{r}} j_2(qr) \chi_{\sigma_2}^* (\vec{\sigma} \vec{n}) \chi_{\sigma_1} \int d^3r' e^{-i(\vec{p}_2 - \vec{p}_1) \vec{r}'} j_2(qr') \chi_{\sigma_1}^* (\vec{\sigma} \vec{n}') \chi_{\sigma_2} \quad (\text{П.3})$$

Уравнение (10) с учетом (П.3) преобразуется в

$$S^k(q) = 4 \int q'^2 dq' d\Omega' \frac{1}{4} \int \frac{d\Omega_1 d\Omega_2}{(2\pi)^4} \frac{4}{R_0^3} \sqrt{N_1 N_2} \frac{(n_1 - n_2)(\epsilon_1 - \epsilon_2)}{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 - \omega^2} \quad (\text{П.4})$$

$$\cdot \Delta_R(|R_2 - R_1|, q) \cdot \Delta_R(|R_2 - R_1|, q') S^k(q')$$

Функция  $\Delta_R(p, q) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} j_2(pR) j_2(qR) R^2 d\alpha$  при  $qR \gg 1$  является острой функцией от  $p - q$  с шириной  $\sim \frac{2}{R}$  и высотой  $R/2$ . При  $R \rightarrow \infty$ ,  $\Delta_R(pR) \rightarrow \delta(p - q)/q^2$ . Переходя от суммирования по  $N$  к интегрированию по  $\epsilon$ , получаем в нулевом порядке по  $\frac{1}{qR}$  уравнение:

$$S^k(q) = 4 \int q'^2 dq' d\Omega' \int \frac{m_1 d\epsilon_1 m_2 d\epsilon_2 d\Omega_1 d\Omega_2}{(2\pi)^3} \frac{(n_1 - n_2)(\epsilon_1 - \epsilon_2)}{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 - \omega^2} \quad (\text{П.5})$$

$$\cdot \frac{\delta(|R_2 - R_1| - q)}{4\pi q^2} \cdot \frac{\delta(q - q')}{q^2} S^k(q')$$

которое совпадает с дисперсионным уравнением (9) в бесконечной среде.

Оценим теперь, насколько точным является приближение двух-уровневой системой в дисперсионном уравнении (12). Очевидно, что это приближение можно считать хорошим, если перенормировка константы взаимодействия за счет переходов на высокие состояния невелика.

Выделим в дисперсионном уравнении (12) переход на ближайшую оболочку, а в остальной сумме пренебрежем  $\omega$ .

$$1 = \frac{2\beta V^2 N \epsilon}{\epsilon^2 - \omega^2} + 2\beta \sum_{n_2}' \frac{n_1}{\epsilon_2 - \epsilon_1} |V_{21}|^2 \quad (\text{П.6})$$



где  $V$  - матричный элемент перехода на ближайшую оболочку,  
 $\varepsilon$  - расстояние между оболочками,  $N = A^{2/3}$  - число частиц  
 в заполненной оболочке. Во втором члене в правой части (П.6)  
 сумма по  $|2\rangle$  - знакопеременная и для оценки ее можно заме-  
 нить одним членом:

$$\sum_2' \frac{n_2}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} |V_{12}|^2 \sim \frac{V^2}{\varepsilon_F} \sum_1' n_2 \approx \gamma \frac{V^2 A}{\varepsilon_F} = \gamma \frac{V^2 A^{2/3}}{\varepsilon}, \quad (\text{П.7})$$

Матричный элемент  $V_{12}$  можно считать константой в области  
 $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \sim \varepsilon_F$  ввиду большой передачи  $q \sim p_F$ . Величина  $\gamma$   
 заведомо меньше единицы, но оценить ее точнее затруднительно,  
 так как уже оценка суммы по  $|2\rangle$  вносит неизвестный коэффици-  
 ент, который и определяет, в основном, значение  $\gamma$ . Важно,  
 однако, отметить, что весь этот член уходит в перенормировку

$\beta$ .

$$\beta_{\text{эфф}} = \frac{\beta}{1 - \gamma \frac{\beta}{\beta_{\text{эфф}}}}$$

и не меняет других параметров двухуровневой системы:  $\varepsilon = \frac{\varepsilon_F}{A^{2/3}}$   
 и  $N \sim A^{2/3}$ .

1. А.Б.Мигдал. ЖЭТФ, 63, 1993 (1972).  
 А.Б.Мигдал, О.А.Маркин, И.Н.Мишустин. ЖЭТФ, 66, 443, (1974).
2. R.F. Sawyer, Phys. Rev Lett., 29, 382, (1972).  
 D.I. Soicalopris, Phys. Rev Lett., 29, 326, (1972).
3. С.Т.Беляев, В.Г.Зелевинский, ЯФ, 16, 1195 (1972).
4. Э.Е.Саперштейн, М.А.Троицкий. Тезисы докладов XXV совеща-  
 ния по ядерной спектроскопии и структуре ядра, стр.228  
 (1975).
5. A. Bohr, Kgl. Dansk. Vid. Selsk. Mat-Fys. Medd., 26, N° 14 (1952).
6. Г.Бейтман, А.Эрдейи. Высшие трансцендентные функции, т.2,  
 "Наука" (1966).

Работа поступила - 18 июля 1975г.

---

Ответственный Г.А.СПИРИДОНОВ

Подписано к печати 9.I-1976г. МН 02608

Усл. 1,1 печ.л., тираж 200 экз. Бесплатно.

Заказ № 3.

---

Отпечатано на ротапринтере в ИЯФ СО АН СССР, вт