17

И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ПРЕПРИНТ И Я Ф 75 - 35

Т.В.Всеволожская

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ЗАХВАТА ПРИ ИНЖЕКЦИИ В НАКОПИТЕЛЬ ПУЧКОВ С БОЛЬШИМ ФАЗОВЫМ ОБЪЁМОМ

Новосибирск
1975

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ЗАХВАТА ПРИ ИНЖЕКЦИИ В НАКОПИТЕЛЬ ПУЧКОВ С БОЛЬШИМ ФАЗОВЫМ ОБЪЕМОМ

Т.В.Всеволожская

А Н Н О Т А Ц И Я

В работе рассматривается зависимость эффективности захвата в накопитель от степени рассогласованности формы эмитанса пучка и акцептанса дорожки, выраженной в рассогласованности α и β функций и дисперсионной функции η, при различных соотношениях величины акцептанса и эмитанса. Распределение частиц по поперечному фазовому объему в инжектируемом пучке предполагается гауссовским.

Инжекция в накопитель пучков частиц с фазовым объемом, сравнимым с фазовым объемом магнитной дорожки, требует оптимального согласования параметров пучка с параметрами дорожки. Точность согласования определяется допустимым уменьшением эффективности захвата по сравнению с её максимальным значением для заданных величин фазовых объемов пучка и накопителя.

Эффективность захвата частиц с заданным Δp -отклонением импульса частицы p_0 от равновесного импульса дорожки p, по каждому из направлений, радиальному и аксиальному, описывается соотношением

$$F_x = \frac{x_{max}^2}{\beta}\int \varphi\left[x_{max}t - \frac{\Delta p}{p}(\eta_0-\eta), \frac{x_{max}}{\beta}(q-\alpha t) - \frac{\Delta p}{p}(\eta_0'-\eta')\right] dt\, dq, \quad (1)$$

где $\varphi(x, x')$ – распределение по фазовой плоскости плотности частиц с заданным Δp во впускаемом пучке в месте инжекции или любом другом, куда приведены значения огибающей x_{max} и α, β и η -функций накопителя (обозначены буквами без индекса) и впускаемого пучка (обозначены буквами с индексом 0: β_0, α_0 ...), x -обозначает как r, так и z координаты, а α, β и η -функции относятся к соответствующим направлениям.

Напомним, что β -функция пропорциональна квадрату огибающей пучка или дорожки, $\beta\varepsilon = x_{max}^2$, где ε – поперечный фазовый объем, деленный на π, α -функция пропорциональна производной β – функции вдоль траектории пучка или вдоль орбиты, $\alpha = -\frac{1}{2}\beta'$; η – дисперсионная функция $\eta = p\frac{dx}{dp}$.

Областью интегрирования в (I) служит акцептанс – область захвата для частиц с заданным Δp, ограниченный в координатах (t, q) окружностью $t^2+q^2 = 1$ в аксиальном направлении и

$$t^2 + q^2 = \left[1 - \frac{1}{r_{max}}\left|\frac{\Delta p}{p}\right|\sqrt{\eta^2 + (\alpha\eta+\beta\eta')^2}\right]^2 \quad (2)$$

– в радиальном. Максимальный из акцептансов – область захвата для частиц с Δp =0, назовем адмитансом дорожки. В аксиальном направлении адмитанс совпадает с акцептансом. Полная эффективность захвата частиц с заданным Δp есть произведение радиальной и аксиальной эффективностей $F = F_r \cdot F_z$.

При однородном распределении впускаемых частиц в пределах адмитанса, эффективность захвата определяется величиной акцептанса $\mathcal{E}$, $F_x = const \cdot \pi \mathcal{E}$, и в радиальном направлении зависит от $\Delta p/p$ ввиду зависимости от $\Delta p/p$ радиального акцептанса (2).

Средняя эффективность радиального захвата в интервале импульсов ($p, p+\Delta p_{max}$), где Δp_{max} – максимальное значение Δp дорожки, равное

$$\Delta p_{max} = \frac{p\, r_{max}}{\sqrt{\eta^2 + (\alpha\eta + \beta\eta')^2}} , \qquad (3)$$

есть $\overline{F_r} = \frac{1}{3} const \cdot \pi \mathcal{E}_{mr}$, т.е. в 3 раза меньше эффективности захвата частиц с Δp =0. Здесь $\mathcal{E}_{mr}$ – радиальный акцептанс для частиц с Δp =0, равный радиальному адмитансу дорожки.

При гауссовском распределении координат и фазовых углов частиц функция $\varphi(x, x')$ есть

$$\varphi(x,x') = \frac{1}{\pi \mathcal{E}_o} exp\left[-\frac{x^2}{\beta_o \mathcal{E}_o} - \left(x' + \frac{\alpha_o}{\beta_o} x\right)^2 \frac{\beta_o}{\mathcal{E}_o}\right],$$

что в переменных подынтегральной функции (I) означает

$$\varphi(x,x') = \frac{1}{\pi \mathcal{E}_o} exp\left\{-\frac{\left[X_{max} t - \frac{\Delta p}{p}(\eta_o - \eta)\right]^2}{\beta_o \mathcal{E}_o} - \frac{\beta_o}{\mathcal{E}_o}\left[\frac{X_{max} q}{\beta} + \right.\right. \qquad (4)$$

$$\left.\left. + X_{max} t \left(\frac{\alpha_o}{\beta_o} - \frac{\alpha}{\beta}\right) - \frac{\Delta p}{p}(\eta'_o - \eta') - \frac{\Delta p}{p}(\eta_o - \eta)\frac{\alpha_o}{\beta_o}\right]^2\right\}$$

Здесь $\mathcal{E}_o = 2\sqrt{\langle x^2\rangle\langle \Delta x'^2\rangle}$ – среднеквадратичный эмитанс пучка, равный удвоенному произведению среднеквадратичной координаты частиц $\pm\sqrt{\langle x^2\rangle}$ и среднеквадратичного разброса проекций углов в каждой точке $\pm\sqrt{\langle \Delta x'^2\rangle}$ *). При таком определении среднеквадратичного эмитанса внутри него оказывается ~ 63% частиц, и плотность их на границе среднеквадратичного эмитанса составляет e^{-1} от плотности в центре области.

При наличии корреляции углов и координат частиц в пучке средний квадрат углового разброса в каждой точке находится как

*) В случае аксиально-симметричного распределения координат и углов частиц среднеквадратичный эмитанс равен произведению среднеквадратичного радиуса пучка $\sqrt{\langle r^2\rangle}$ и среднеквадратичного углового разброса в каждой точке $\sqrt{\langle \Delta\theta^2\rangle}$, $\mathcal{E}_o = \sqrt{\langle r^2\rangle\langle \Delta\theta^2\rangle}$

$\langle \Delta x'^2\rangle = \langle x'^2\rangle - \frac{\langle x x'\rangle^2}{\langle x^2\rangle}$, где x' – проекция угла частицы, имеющей координату x . Соотношение $\alpha_o = \frac{\langle x x'\rangle}{\sqrt{\langle x^2\rangle\langle x'^2\rangle - \langle x x'\rangle^2}}$, определяет значение α -функции пучка, значение β -функции есть

$$\beta_o = \sqrt{\frac{\langle x^2\rangle}{\langle \Delta x'^2\rangle}} = \frac{\langle x^2\rangle}{\sqrt{\langle x^2\rangle\langle x'^2\rangle - \langle x x'\rangle^2}}$$

Эффективность захвата зависит как от соотношения эмитанса пучка $\mathcal{E}_o$ и акцептанса для заданного Δp ,$\mathcal{E}(\Delta p)$, так и от степени согласованности α , β и η – функций пучка и накопителя.

При идеальном согласовании, которое при $\mathcal{E}_o$, независящем от α , β и η , определяется соотношениями $\alpha = \alpha_o$, $\beta = \beta_o$, $\eta = \eta_o$, $\eta' = \eta'_o$, эффективность аксиального захвата есть $F_z = 1 - exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_o}\right)$, эффективность радиального в зависимости от импульса частиц $F_r = 1 - exp\left(-\frac{\mathcal{E}(\Delta p)}{\mathcal{E}_o}\right) = 1 - exp\left[\frac{\mathcal{E}_{mr}}{\mathcal{E}_o}\left(1 - \frac{\Delta p}{\Delta p_{max}}\right)^2\right]$. Средняя эффективность радиального захвата в интервале импульсов ($p, p \pm \Delta p_{max}$), равна

$$\overline{F_r} = 1 - \frac{\sqrt{\pi}}{2}\sqrt{\frac{\mathcal{E}_o}{\mathcal{E}_{mr}}}\; erf\sqrt{\frac{\mathcal{E}_{mr}}{\mathcal{E}_o}}$$

где $erf\,x$ – интеграл вероятности. При равенстве адмитанса накопителя и среднеквадратичного эмитанса пучка средняя эффективность радиального захвата составляет ~ 0,25, в то время как эффективность захвата частиц с Δp =0 равна ~ 0,63 (рис.I).

При несогласованной β – функции, но согласованных α –и β – функциях эффективность захвата частиц в акцептанс, равный $\mathcal{E}$, определяется как

$$F_x = 1 - \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_o} \cdot \frac{\beta\beta_o}{\beta_o^2 cos^2\varphi + \beta^2 sin^2\varphi}\right) d\varphi$$

Как видно из рис.2, отличие β_o от β в 2 раза уменьшает эффективность захвата не более, чем на 8%, в 4 раза – не более чем на 25% и в I0 раз – не более, чем на 50% во всем диапазоне значений отношения $\mathcal{E}/\mathcal{E}_o$ $(0 \le \mathcal{E}/\mathcal{E}_o \le \infty)$

Средняя по импульсам в интервале ($p, p \pm \Delta p_{max}$) эффективность радиального захвата при несогласованной β -функции есть

$$\bar{F}_r = 1-\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\pi\varepsilon_{mr}}}\int_0^{\pi/2}\sqrt{\frac{\beta}{\beta_0}\sin^2\varphi+\frac{\beta_0}{\beta}\cos^2\varphi}\;\mathrm{erf}\sqrt{\frac{\varepsilon_{mr}}{\varepsilon_0}\left(\frac{\beta}{\beta_0}\sin^2\varphi+\frac{\beta_0}{\beta}\cos^2\varphi\right)}\,d\varphi,$$

что при $\varepsilon_{mr}/\varepsilon_0=4$ и $\beta/\beta_0=2^{\pm1}$ составляет $\sim 0{,}94$, $\beta/\beta_0=4^{\pm1}$ $\sim 0{,}80$ и $\beta/\beta_0=10^{\pm1}$ $\sim 0{,}60$ от своего значения при $\beta/\beta_0=1$ и том же $\varepsilon_{mr}/\varepsilon_0$.

Несогласованность разворотов фазовых эллипсов впускаемого пучка и накопителя, имеющая место при неравенстве друг другу отношений α/β и α_0/β_0, приводит при согласованных β и η -функциях к уменьшению эффективности захвата согласно выражению

$$F_x = 1-\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/2}\exp\left[-\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\,\frac{2}{2+(\alpha_0-\alpha)^2+(\alpha_0-\alpha)\sqrt{4+(\alpha_0-\alpha)^2}\cos 2\varphi}\right]d\varphi$$

Впрочем, рассогласованность разворотов сводится к эффективной рассогласованности β функций, равной

$$\left(\frac{\beta}{\beta_0}\right)_{\text{эфф}} = \frac{1}{2}\left[\frac{\beta}{\beta_0}+\frac{\beta_0}{\beta}+\beta\beta_0\left(\frac{\alpha_0}{\beta_0}-\frac{\alpha}{\beta}\right)^2\right]+\frac{1}{2}\sqrt{\left[\frac{\beta}{\beta_0}+\frac{\beta_0}{\beta}+\beta\beta_0\left(\frac{\alpha_0}{\beta_0}-\frac{\alpha}{\beta}\right)^2\right]^2-4}\,,$$

в системе координат $(\tilde{X},\tilde{X}')$, полученной из (X,X') линейным преобразованием $\tilde{X}=X\cos\psi+(\alpha X+\beta X')\sin\psi$, $\tilde{X}'=(\alpha X+\beta X')\cos\psi - X\sin\psi$, где ψ определяется в (6) (см. ниже).

Отличие α от α_0 на I при $\beta/\beta_0=1$ соответствует $(\beta/\beta_0)_{\text{эфф}} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$, и максимальное уменьшение эффективности захвата составляет $\sim 14\%$ (рис.3). При $|\alpha-\alpha_0|=\frac{1}{2}$ и $\beta/\beta_0=1$, (β/β_0)эфф. $=1{,}64$ и уменьшение эффективности не превышает 4%.

Рассогласованность η -функции и её производной приводит к смещению центра эмитанса частиц с $\Delta p\neq 0$ относительно центра их акцептанса. В координатах $(X,\ \alpha X+\beta X')$, в которых акцептанс $(-\gamma^2X^2+2\alpha XX'+\beta X'^2\leq\varepsilon,\ \gamma=-\frac{1+\alpha^2}{\gamma})$ изображается кругом радиуса $\sqrt{\beta\varepsilon}$, это смещение равно

$$\Delta X(\Delta p)=\left|\frac{\Delta p}{p}\right|\sqrt{(\eta_0-\eta)^2+\left[(\eta_0-\eta)\alpha+(\eta_0'-\eta')\beta\right]^2} \qquad (5)$$

Эффективность захвата при этом есть

$$F_x=\frac{1}{\pi}\int_0^{\varphi_{max}}\left[\exp(-\rho_{min}^2)-\exp(-\rho_{max}^2)\right]d\varphi,$$

где $\varphi_{max}=\pi$ и $\rho_{min}=0$ при $\Delta X<\sqrt{\beta\varepsilon}$,

$$\varphi_{max}=\arcsin\sqrt{\frac{\beta\varepsilon}{\Delta X}} \quad \text{и} \quad \rho_{min}=\frac{\Delta X}{\sqrt{\beta\varepsilon_0}}\cos\varphi-\sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}-\sin^2\varphi\,\frac{\Delta X^2}{\beta\varepsilon_0}}$$

при $\frac{\Delta X}{\sqrt{\beta\varepsilon}}\geqslant 1$,

$$\rho_{max}=\frac{\Delta X}{\sqrt{\beta\varepsilon_0}}\cos\varphi+\sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}-\sin^2\varphi\,\frac{\Delta X^2}{\beta\varepsilon_0}}$$

Если $\Delta X=\sqrt{\beta\varepsilon}$, т.е. центр эмитанса смещен на границу акцептанса, выражение для эффективности захвата упрощается к виду $F_x=\frac{1}{2}\left[1-\exp\left(-2\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)\cdot I_0\left(2\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)\right]$,

где $I_0(x)$ – функция Бесселя мнимого аргумента. При этом для всех практически интересных значений отношения $\varepsilon/\varepsilon_0$ $\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\geqslant 1\right)$ эффективность захвата в ~ 2 раза ниже, чем при согласованной η -функции. Увеличение $\Delta X(\Delta p)$ выше $\sqrt{\beta\varepsilon}$ приводит к быстрому уменьшению эффективности захвата до 0 (рис.4), так что условие $\Delta X(\Delta p)=\sqrt{\beta\varepsilon(\Delta p)}$ служит дополнительным ограничением интервала импульсов, захватываемых в магнитную дорожку, помимо ограничения, накладываемого зависимостью величины радиального акцептанса от Δp.

Среднее значение полной эффективности захвата во всем интервале импульсов, захватываемом в магнитную дорожку, $|\Delta p|\leq\Delta p_{max}$ при рассогласованности только радиальной η -функции находится усреднением радиальной эффективности захвата $\bar{F}\approx\bar{F}_r$. Рассогласованность, равная апертуре дорожки, $\Delta r(\Delta p_{max})=r_{max}$, приводит к уменьшению средней эффективности захвата в 2 раза в пределе при $\varepsilon_{mr}/\varepsilon_0\to\infty$ и менее чем на 20% при $\varepsilon_{mr}/\varepsilon_0\lesssim 3$ (рис.5), рассогласованность на половину апертуры $\Delta r(\Delta p_{max})=\frac{1}{2}r_{max}$ уменьшает среднюю эффективность на $\frac{1}{3}$ при $\varepsilon_{mr}/\varepsilon_0\to\infty$ и не более чем на 10% при $\varepsilon_{mr}/\varepsilon_0\lesssim 4$.

При рассогласованности аксиальной η -функции[x], ввиду зави-

x) Рассогласованность аксиальной η, η' -функции имеет место при отличных от 0 значениях η_0 и η_0', так как аксиальная η -функция дорожки тождественно равна нулю.

симости от Δp как аксиальной, так и радиальной эффективностей захвата, усреднению подлежит их произведение $\overline{F} = \overline{F_r \cdot F_z}$. Рассогласованность аксиальной η-функции на апертуру дорожки, $\Delta z(\Delta p_{max}) = z_{max}$, при согласованной радиальной в случае $\frac{\varepsilon_{mr}}{\varepsilon_o}=4$, уменьшает среднюю в интервале $(p, p\pm\Delta p_{max})$ эффективность захвата на $\sim 8\%$ (рис.5), рассогласованность на половину апертуры, $\Delta z(\Delta p_{max}) = \frac{1}{2} z_{max}$, на $\sim 2\%$.

Если разброс импульсов во впускаемом пучке Δp_o мал по сравнению с Δp_{max}, так что можно пренебречь зависимостью от Δp радиального акцептанса, средние значения эффективностей как радиального, так и аксиального захвата при рассогласованности соответствующих η-функций на апертуру дорожки, $\Delta X(\Delta p_o) = X_{max}$, уменьшаются не более, чем на 20% (рис.4) и не более, чем на 5,5%, при $\Delta X(\Delta p_o) = \frac{I}{2} X_{max}$. Произведение средних значений $\overline{F_z}$ и $\overline{F_r}$ может служить для определения нижней границы полной эффективности $\overline{F} = \overline{F_r \cdot F_z} \geq \overline{F_r} \cdot \overline{F_z}$. Так, при $\Delta r(\Delta p_o) = \frac{I}{2} r_{max}$, $\Delta z(\Delta p_o) = \frac{I}{2} z_{max}$, $\varepsilon_{mr}/\varepsilon_o = 4$ и $\varepsilon_z/\varepsilon_o = I$, $\overline{F} = 0{,}3I7$, в то время как $\overline{F_r} \cdot \overline{F_z} = 0{,}307$. Уменьшение среднего значения полной эффективности за счет рассогласованности η-функций составляет в этом случае $\sim I0\%$, оценка же его по $\overline{F_r} \cdot \overline{F_z}$ дает $\sim I3\%$.

При одновременной рассогласованности β и η-функций, помимо величины рассогласованности в задачу входит угол χ между вектором ΔX с компонентами $\left((\eta_o-\eta)\frac{\Delta p}{p},\ \alpha(\eta_o-\eta)\frac{\Delta p}{p} + \beta(\eta_o'-\eta')\frac{\Delta p}{p}\right)$ и большой осью среднеквадратичного эмитанса, направление которой в координатах $(X, \alpha X + \beta X')$ определяется углом

$$\Psi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2\beta_o(\alpha_o\beta - \beta_o\alpha)}{\beta^2 - \beta_o^2 + (\alpha_o\beta - \beta_o\alpha)^2} \qquad (6)$$

Наименее выгодным направлением рассогласованности η-функции является направление перпендикулярное, а наиболее выгодным — параллельное большой оси эмитанса в координатах $(X, \alpha X + \beta X')$. На рис.6 показана зависимость эффективности захвата от соотношения β-функций пучка и акцептанса при $\chi = \pm\frac{\pi}{2}$ $((\beta_o/\beta)_{эфф.} < 1)$ и $\chi = 0, \pi$ $((\beta_o/\beta)_{эфф.} > 1)$ для $\varepsilon/\varepsilon_o = I$ и $\frac{\Delta X}{\sqrt{\beta\varepsilon}} = 0,\ \frac{I}{2},\ I$.

При малой рассогласованности α, β и η-функций эффективность захвата может быть найдена как

$$F_x = 1 - e^{-\frac{\varepsilon}{\varepsilon_o}} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon_o^2} \cdot \frac{(\beta-\beta_o)^2}{2!\,\beta^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon_o^2} \cdot \frac{\beta^2}{2!} \left(\frac{\alpha_o}{\beta_o} - \frac{\alpha}{\beta}\right)^2 + 2\frac{\varepsilon}{\varepsilon_o} \cdot \frac{\Delta X^2}{2!\,\beta\varepsilon_o} \right\}$$

Учет синхротронного захвата вводит в задачу зависимость радиального акцептанса для заданного Δp от начальной фазы синхротронных колебаний φ нач., а именно

$$\varepsilon_r(\Delta p, \varphi_{нач.}) = \frac{1}{\beta}\left[r_{max} - \sqrt{\eta^2 + (\alpha\eta + \beta\eta')^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2 + \left(\frac{\Delta p_c}{p}\right)^2 \frac{1-\sin\varphi_{нач.}}{2}} \right]^2,$$

где $\Delta p_c/p$ — глубина сепаратрисы, задаваемая напряжением на резонаторе. Второе слагаемое в квадратных скобках — амплитуда радиально-фазовых колебаний частиц с заданными Δp и φ нач. в месте инжекции.

Эффективность синхротронного захвата, усредненная по импульсам, в случае короткого сгустка впускаемых частиц, смещенного от равновесной фазы ВЧ на $\pm\frac{\pi}{3}$, и усредненная как по импульсу, так и по $\varphi_{нач.}$, в случае однородного распределения впускаемых частиц в пределах сепаратрисы, при оптимальных значениях амплитуды ВЧ показана на рис.I (кривые 3 и 4, соответственно) в зависимости от соотношения радиального адмитанса дорожки и эмитанса пучка при согласованных α, β и η-функциях.

Значения амплитуды ВЧ, отвечающие кривыми 3 и 4 рис.I, выраженные в единицах отношения глубины сепаратрисы к интервалу импульсов, захватываемому в дорожку, или, иными словами, в единицах отношения максимальной амплитуды радиально-фазовых колебаний к апертуре дорожки, представлены кривыми (рис.7).

Уменьшение средней эффективности синхротронного захвата за счет рассогласованности радиальных и аксиальных η-функций, при условии оптимального для заданных условий впуска выбора амплитуды ВЧ, иллюстрируется рис.8.

Поскольку рассогласованность η-функций уменьшает эффективный диапазон импульсов, захватываемых в дорожку, оптимальная глубина сепаратрисы в этом случае меньше, чем при согласованных η-функциях. Так, в случае инжекции короткого сгустка в фазе $\varphi_{нач.} = \frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{3}$ при рассогласованности радиальной η функции на апертуру дорожки, $\Delta r(\Delta p_{max}) = r_{max}$, оптимальная глубина сепаратрисы для $\varepsilon_{mr}/\varepsilon_o = 4$ оказывается равной $\sim.6 \frac{\Delta p_{max}}{p}$, вместо $\sim.7 \frac{\Delta p_{max}}{p}$ при согласованных η -функциях и тех же $\varphi_{нач}$ и $\varepsilon_{mr}/\varepsilon_{or}$ (см. рис.7, кривая 3).

Анализ зависимости эффективности захвата в магнитную дорожку от степени согласованности параметров пучка и дорожки в случае пучков с гауссовским распределением плотности частиц по поперечному фазовому объему показывает, что допустимая точность согласования достаточно низка при условии, что апертуры транспортирующих систем, отображенные на фазовую плоскость дорожки, не ограничивают существенно её область захвата. (Это условие присутствовало во всех расчетах, поскольку интегрирование по углам и координатам частиц производилось в пределах адмитанса дорожки).

В случае однородного распределения плотности частиц по поперечному фазовому объему во впускаемом пучке при неравных друг другу эмитансе пучка и акцептансе для заданного Δp имеется некоторый диапазон значений рассогласованностей α , β и η -функций, вообще не приводящих к потерям при захвате частиц с заданным Δp . При рассогласованной β -функции этот диапазон есть

$1 \le (\beta_0/\beta)_{эфф.} \le \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$ для $\varepsilon_0 < \varepsilon$ и $1 \le (\beta_0/\beta)_{эфф} \le \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}$ для $\varepsilon_0 > \varepsilon$,

при рассогласованной η -функции – $\Delta x(\Delta p) \le \left|\sqrt{\beta \varepsilon(\Delta p)} - \sqrt{\beta \varepsilon_0}\right|$.

В заключение автор выражает признательность А.Н.Скринскому за ряд существенных замечаний, сделанных при чтении рукописи.

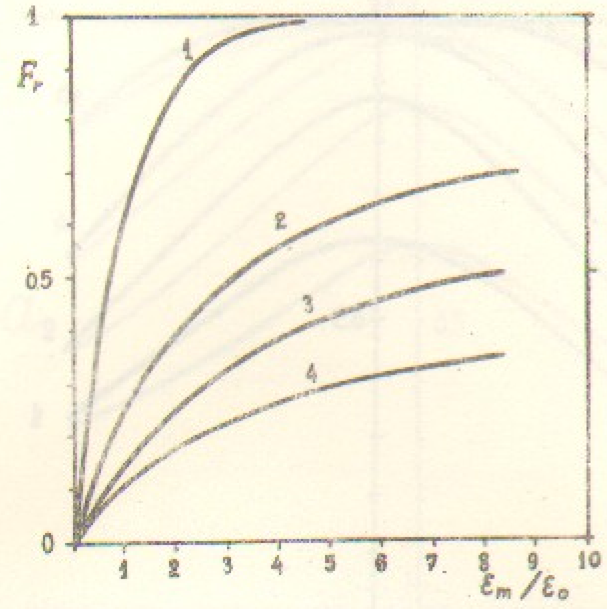

Рис.I. Эффективность радиального захвата в зависимости от соотношения адмитанса дорожки ε_{mr} и среднеквадратичного эмитанса пучка.
I – для частиц с $\Delta p = 0$ ($F_r = 1 - exp(-\varepsilon_{mr}/\varepsilon_{or})$)
2 – средняя по импульсам в интервале ($p, p \pm \Delta p_{max}$). где Δp_{max} определяется в (3) ($\overline{F_r} = 1 - \frac{\sqrt{\pi}}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_{or}}{\varepsilon_{mr}}} erf\sqrt{\frac{\varepsilon_{mr}}{\varepsilon_{or}}}$)
3 – средняя по импульсам в интервале ($p, p \pm \Delta p_{max}$) эффективность синхротронного захвата при $\varphi_{нач.} = \frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{3}$ и оптимальной амплитуде ВЧ (см. рис.7).
4 – эффективность синхротронного захвата, средняя по импульсам в интервале ($p, p \pm \Delta p_{max}$) и по $\varphi_{нач.}$ в интервале ($\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \pm \pi$) при оптимальной амплитуде ВЧ (см. рис.7).

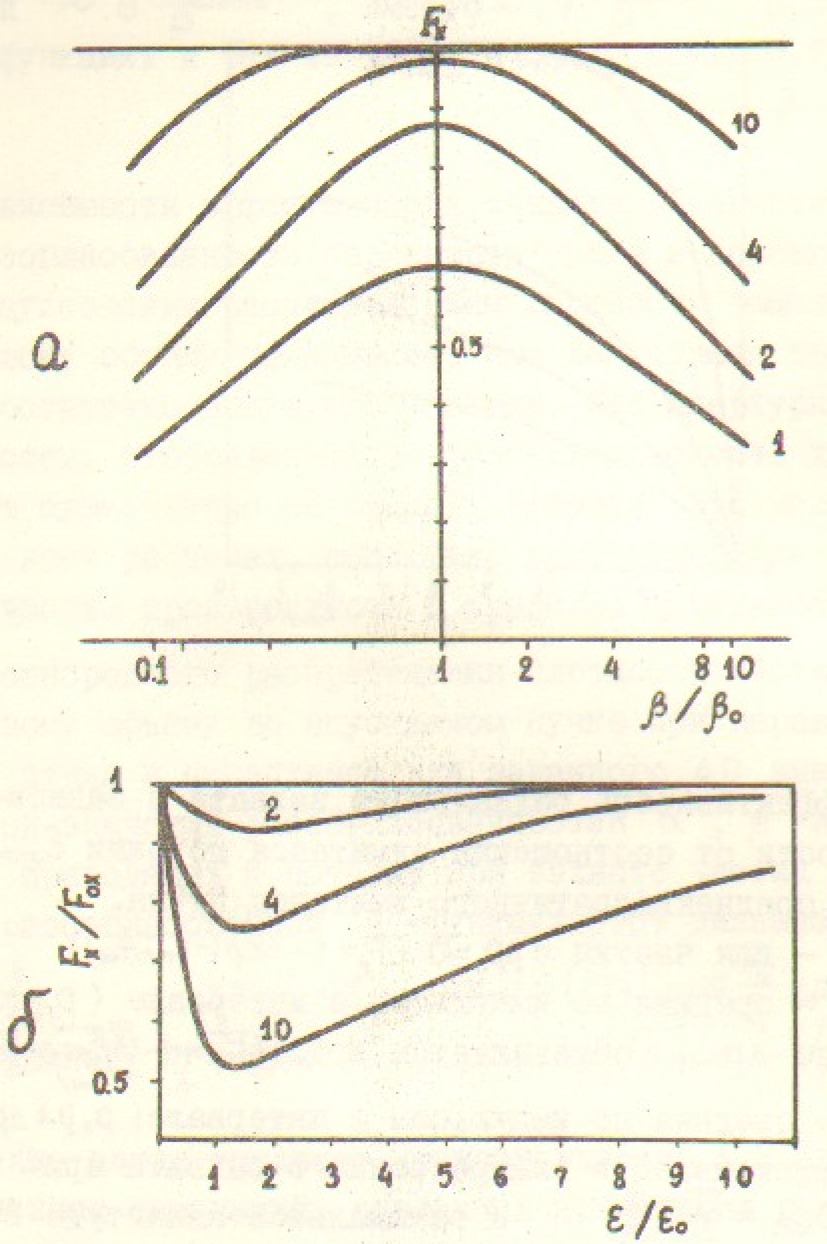

Рис.2. Эффективность захвата F_x в зависимости (a) от рассогласованности β -функций пучка и дорожки для заданных значений отношения $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_o}$ (указаны на кривых),(δ) от $\varepsilon/\varepsilon_o$ для заданных значений β/β_o (указаны на кривых)
F_{ox} – эффективность захвата при согласованных α , β и η -функциях.

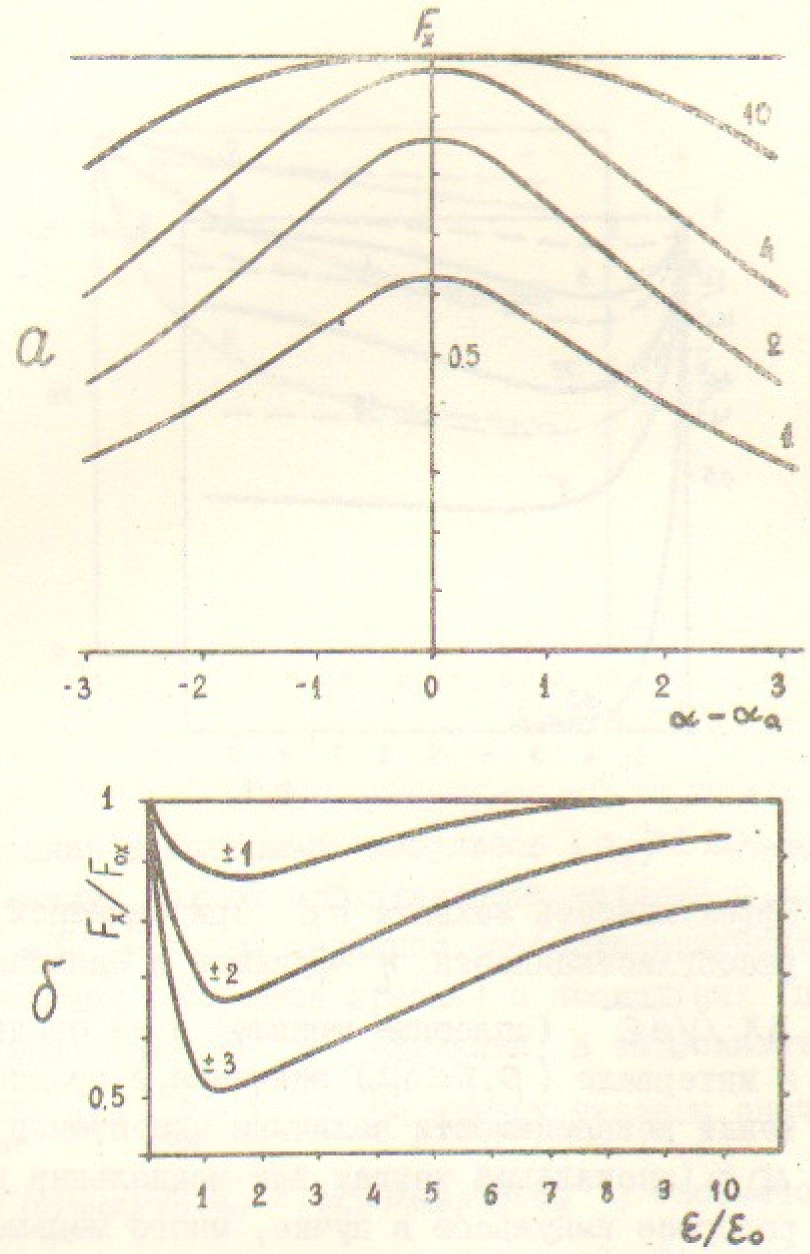

Рис.3. Эффективность захвата F_x в зависимости (a) от рассогласованности α -функций для нескольких значений $\varepsilon/\varepsilon_o$ (указаны на кривых),(δ)– от $\varepsilon/\varepsilon_o$ для нескольких значений ($\alpha-\alpha_o$)(указаны на кривых). F_{ox} – эффективность захвата при согласованных α , β и η -функциях.

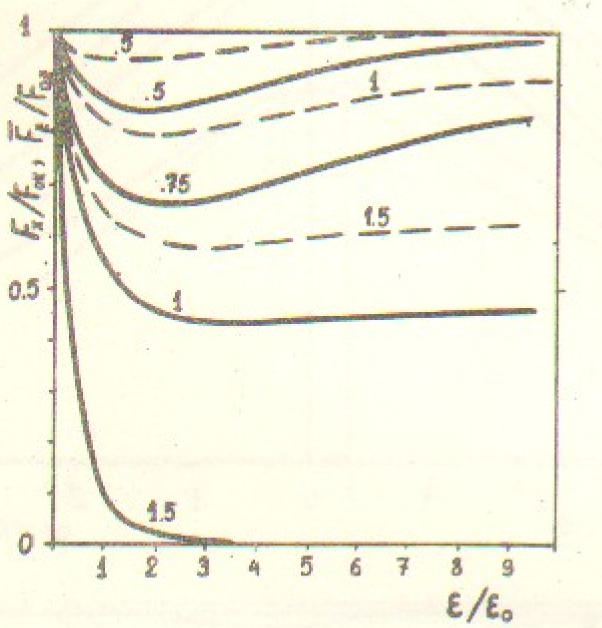

Рис.4. Эффективность захвата F_x при заданной рассогласованности η-функции в единицах $\Delta X/\sqrt{\beta\varepsilon}$ (сплошные кривые) и её среднее в интервале $(p, p\pm\Delta p_0)$ значение в предположении независимости величины акцептанса от $\Delta p/p$ (аксиальный захват или радиальный при разбросе импульсов в пучке, много меньшем Δp_{max} – интервала, захватываемого в дорожку) (пунктирные кривые).

Значения $\Delta X(\Delta p_0)/\sqrt{\beta\varepsilon}$ (см.(5)) указаны на кривых, F_{ox} – эффективность согласованного захвата.

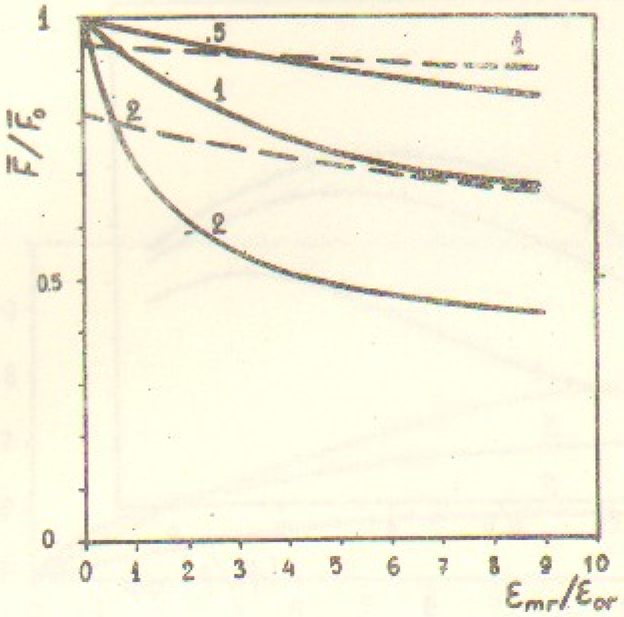

Рис.5. Средние в интервале импульсов $(p, p\pm\Delta p_{max})$ значения полной эффективности захвата в дорожку $\overline{F}=\overline{F_r\cdot F_z}$ при заданной рассогласованности радиальных (сплошные кривые) и аксиальных (пунктирные кривые) η-функций, в зависимости от $\frac{\varepsilon_{mr}}{\varepsilon_{or}}$ при $\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_{oz}}=1$. На кривых указаны значения $\Delta r(\Delta p_{max})/\sqrt{\beta\varepsilon_{mr}}$ и $\Delta z(\Delta p_{max})/\sqrt{\beta\varepsilon_z}$, соответственно. $\overline{F}_o$ – среднее значение полной эффективности захвата при согласованных α, β и η-функциях, равное $\overline{F}_o=(1-e^{-\varepsilon_z/\varepsilon_{oz}})\left(1-\frac{\sqrt{\pi}}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_{or}}{\varepsilon_{mr}}}\,\mathrm{erf}\sqrt{\frac{\varepsilon_{mr}}{\varepsilon_{or}}}\right)$.

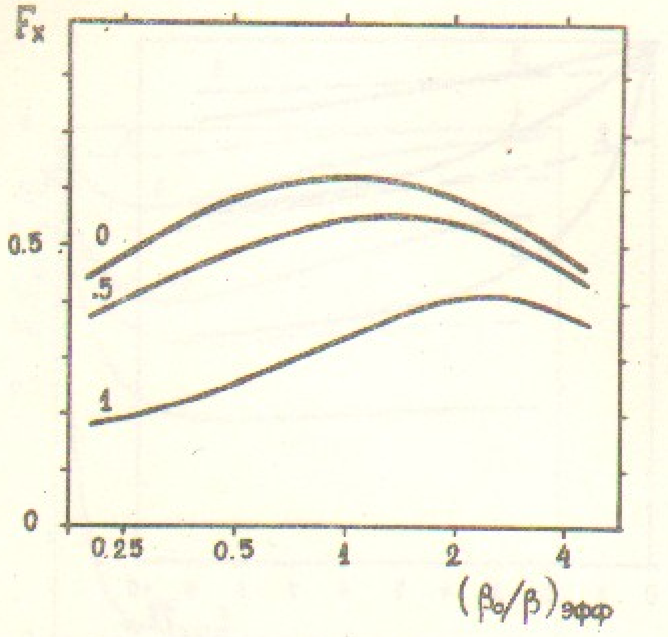

Рис.6. Эффективность захвата при рассогласованности β -функций, одновременной с рассогласованностью η -функций в направлении осей эмитанса в координатах $(X, \alpha X + \beta X')$, большой, $(\beta_o/\beta)_{эфф} > 1$, и малой – $(\beta_o/\beta_{эфф}) < 1$, для случая $\varepsilon/\varepsilon_o$ =I. На кривых указаны значения $\Delta X/\sqrt{\beta\varepsilon}$.

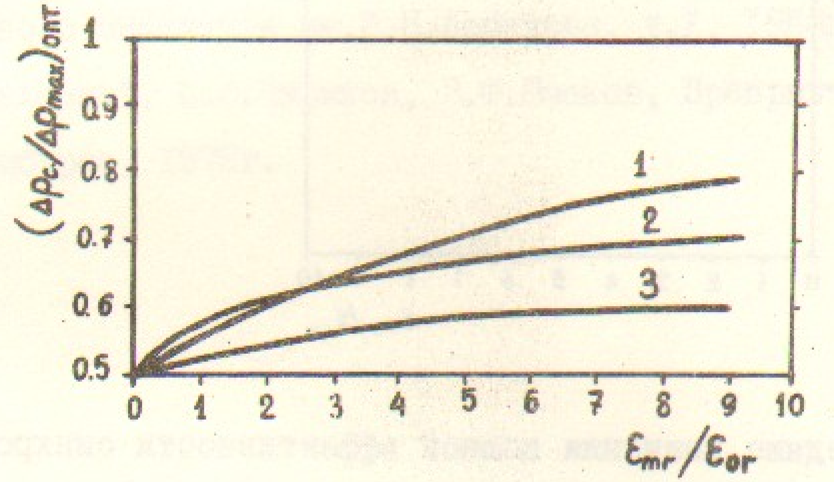

Рис.7. Оптимальная глубина сепаратрисы $\Delta p_c/p$, отнесенная к максимальному для заданной апертуры значению $\Delta p/p = \Delta p_{max}/p$, при инжекции короткого сгустка частиц в фазе $\varphi_{нач.} = \frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{3}$ (кривая I) и в случае однородного распределения $\varphi_{нач.}$ в пределах сепаратрисы (кривая 2) в зависимости от $\varepsilon_{mr}/\varepsilon_{or}$ при согласованных α, β и η -функциях. 3 – то же, что I, но при рассогласованной радиальной η -функции на величину $\Delta r(\Delta p_{max})/\sqrt{\beta\varepsilon_{mr}}$ =I.

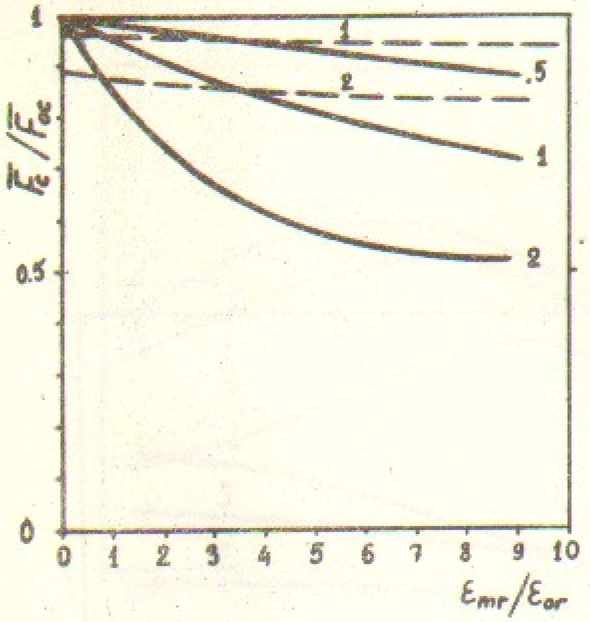

Рис.8. Средние значения полной эффективности синхротронного захвата короткого сгустка в фазе $\varphi_{нач.} = \frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{3}$ при заданной рассогласованности радиальных (сплошные кривые) и аксиальных (пунктирные кривые) η -функций в зависимости от $\varepsilon_{mr}/\varepsilon_{or}$ при $\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_{oz}}$ =I. На кривых указаны значения $\Delta r(\Delta p_{max})/\sqrt{\beta\varepsilon_{mr}}$ и $\Delta z(\Delta p_{max})/\sqrt{\beta\varepsilon_z}$, соответственно. $\bar F_{oc}$ – среднее значение эффективности синхротронного захвата при тех же φ нач. и $\varepsilon_z/\varepsilon_{oz}$ и согласованных α , β и η -функциях. Амплитуда ВЧ оптимальна для конкретных условий впуска.

Л и т е р а т у р а

I. А.Лихтенберг "Динамика частиц в фазовом пространстве", Москва, Атомиздат, I972 г.

2. М.С.Рабинович "Основы теории синхрофазотрона", Труды физического Института им.П.Н.Лебедева, т.X, I958г.

3. В.А.Таюрский, Б.В.Чириков, В.Ф.Шмаков, Препринт ИЯФ 64-72, Новосибирск, I972г.

Поступила – 28 марта I975 г.

Ответственный за выпуск Г.А.СПИРИДОНОВ
Подписано к печати 30.IУ-I975г. МН 029I8
Усл. I,I печ.л., тираж 200 экз. Бесплатно
Заказ № 35

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР