

24

# И Н С Т И Т У Т ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ПРЕПРИНТ И Я Ф 105 - 73

В.Т.Астрелин, Н.С.Бучельникова, Ю.П.Захаров

## ЗАХВАТ ПЛАЗМЫ ПРИ ПУЧКОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Новосибирск

1973

В.Т.Астрелин, Н.С.Бучельникова,  
Ю.П.Захаров

## ЗАХВАТ ПЛАЗМЫ ПРИ ПУЧКОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

### А Н Н О Т А Ц И Я

С помощью численного эксперимента, выполненного методом "частиц в ячейках", исследовано влияние плазмы на развитие монохроматической волны при неустойчивости монохроматического и обр-бразмытого пучка.

В случае, когда нелинейная стадия неустойчивости определяется только захватом пучка, результаты численного эксперимента для монохроматического пучка близки к теоретическим. Показано, что при малых скоростях пучка сильное взаимодействие плазмы с волной и захват плазмы приводит к уменьшению максимальной энергии электрического поля и увеличению энергии колебаний плазмы.

Явления захвата частиц волной при развитии пучковой неустойчивости в последнее время привлекают большое внимание. При взаимодействии с плазмой монохроматического или не очень сильно размытого пучка за счет быстрого нарастания гармоник с максимальным инкрементом развивается почти монохроматическая волна. Это наблюдалось в ряде экспериментов /1-4/. Основным механизмом, определяющим развитие неустойчивости в таком случае, является захват частиц волной /5/.

В ряде теоретических работ подробно исследовано развитие неустойчивости при захвате частиц пучка размытого /6-8/, и монохроматического /9,10/. Явления, связанные с захватом пучка при развитии неустойчивости, наблюдались экспериментально /1,3/ и в численных экспериментах /11,12/.

В настоящей работе методом численного эксперимента исследовалось развитие монохроматической волны при пучковой неустойчивости в условиях, когда существенным является не только захват пучка, но и захват плазмы. Эффекты, связанные с захватом плазмы, недавно наблюдались экспериментально /13/.

Рассмотрим некоторые результаты теоретической работы /10/, в которой рассматривалась неустойчивость монохроматического электронного пучка в холодной плазме. Работа выполнена методом частичного моделирования.

Предполагается, что плотность пучка мала

$$(n_1/n_0)^{1/3} \ll 1 \quad (1)$$

так что мала и амплитуда колебаний

$$e\varphi \ll mV_0^2 \quad (2)$$

здесь  $n_1, n_0$  - плотность пучка и плазмы,  
 $V_0$  - скорость пучка,  
 $\varphi$  - потенциал волны

Теория /10/ построена в предположении о линейности колебаний электронов плазмы, справедливом при выполнении условия (2). При этом энергия колебаний плазмы  $\Delta W_p$  равна энергии электрического поля  $W_E$

$$\Delta W_p = W_E \quad (3)$$

а потеря энергии пучком  $\Delta W_b$

$$\Delta W_b = W_E' + \Delta W_p = 2 W_E \quad (4)$$

На начальной стадии неустойчивости, когда область захвата мала по сравнению с резонансной областью

$$\sqrt{\frac{e\varphi'}{m}} / \frac{\delta}{k} \ll 1 \quad (5)$$

развитие неустойчивости происходит так же, как в линейной теории. На этой стадии максимальный инкремент

$$\gamma_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{2^{4/3}} \omega_0 \left( \frac{n_1}{n_0} \right)^{1/3} \quad (6)$$

где  $\omega_0 = \sqrt{\frac{4\pi n_0 e^2}{m}}$  — плазменная частота.

Гармоника с максимальным инкрементом имеет частоту и волновое число

$$\omega = \omega_0 \left[ 1 - \frac{1}{2^{4/3}} \left( \frac{n_1}{n_0} \right)^{1/3} \right] \quad (7)$$

$$k = \omega_0 / V_0 \quad (8)$$

При увеличении амплитуды колебаний происходит захват частиц пучка волной, амплитуда достигает максимального значения, когда

$$\varphi_{\max} \approx \frac{m}{e} \left( \frac{\delta}{k} \right)^2 \approx \frac{m}{e} V_0^2 \left( \frac{n_1}{n_0} \right)^{2/3} \quad (9)$$

Захваченные электроны совершают фазовые колебания относительно волны, так что энергия электрического поля меняется с частотой

$$\Omega \approx k \sqrt{\frac{e\varphi_{\max}}{m}} \approx \omega_0 \left( \frac{n_1}{n_0} \right)^{1/3} \quad (10)$$

Численный расчет /10/ дает значения  $\gamma_{\max}$  и  $\Omega$ , отличающиеся от (9), (10) численным коэффициентом. Результаты численного

расчета в работе /10/ представлены в виде кривой  $\epsilon(\tau)$ , где

$$\epsilon = E / \left[ 4\pi n_1 m V_0^2 \left( \frac{n_1}{n_0} \right)^{1/3} \right]^{1/2}, \quad \tau = \omega_0 t \left( \frac{n_1}{n_0} \right)^{1/3}$$

(здесь  $E$  - напряженность электрического поля). При сравнении наших результатов с теоретическими значения энергии поля в максимуме и минимуме, период осцилляции определялись с помощью этой кривой.

В настоящей работе исследовалась теплая плазма с тепловой скоростью  $V_T$ . Можно ожидать, что результаты работы /10/ будут применимы для теплой плазмы, если скорость пучка велика

$$\frac{V_0}{V_T} \gg 1 \quad (11)$$

Отметим, что выполнение условия (1) и предположения о линейности колебаний можно проверить по выполнению равенства (3) (для характеристики выполнения равенства мы ввели параметр

$\alpha = \frac{\Delta W_p - W_E^{\max}}{\Delta W_p + W_E^{\max}}$ ). В случае, когда это равенство нарушается, теория /10/, естественно, неприменима. Однако, мы и в этих случаях проводили сравнение с теорией для того, чтобы показать характер изменений.

Для численного моделирования взаимодействия пучка с плазмой нами был использован метод "частиц в ячейках" /14/. Рассматривается одномерная система длиной  $L$  с периодическими граничными условиями  $f(0, v, t) = f(L, v, t)$ ,  $\varphi(0, t) = \varphi(L, t)$  где  $f(x, v, t)$  - функция распределения частиц по координатам и скоростям,  $\varphi(x, t)$  - потенциал электрического поля. Длина ячейки равна дебаевскому радиусу  $\lambda_D$ . Ионы учитываются как постоянный однородный фон. Электроны пучка и плазмы представлены размытыми по прямоугольнику длиной  $\lambda_D$  моделирующими

ми частицами с таким же отношением  $e/m$  как у реальных электронов.

Для решения уравнений движения частиц применяется центрированная по времени разностная схема /14/ (индексы указывают моменты времени относительно заданного)

$$V_{1/2} = V_{-1/2} + E_0 \tau$$

$$X_1 = X_0 + V_{1/2} \tau$$

где  $X$  нормировано на  $z_d$ ,  $\tau$  на  $T_{oe}$ ,  $V$  на  $z_d/T_{oe}$   
 $E$  на  $-\frac{z_d}{e/m T_{oe}^2}$  (здесь  $\tau$  - временной шаг,  $T_{oe}$  - период плазменных колебаний).

Электрическое поле определяется в центрах ячеек по распределению плотности заряда и линейно интерполируется на промежуточные значения  $X$ .

Для понижения уровня начальных шумов применяется метод "спокойного старта" /15/, заключающийся в том, что функция распределения  $f_0(x, v)$  повторяется через расстояние, равное размеру частицы, так что  $f_0(x, v)$  одинакова во всех ячейках. При этом перемещение частиц в пространстве не приводит к флуктуациям плотности в отличие от случая с тепловыми шумами. Уровень шумов при "спокойном старте" определяется ошибками счета и составляет  $\sim 10^{-3}$  от уровня тепловых шумов.

В этом случае вид полной функции распределения определяется видом  $f_0(x, v)$  в одной ячейке. Поскольку число частиц в ячейке мало ( $\sim 10^2$ ), распределение по скоростям производится не с помощью датчика случайных чисел, как обычно, а задается алгоритмом

$$V = \pm v_i + V_d = \pm \left[ \frac{\sqrt{\pi} V_T L}{z_d N} \exp\left(\frac{v_{i-1}^2}{V_T^2}\right) + v_{i-1} \right] + V_d$$

где  $V_d = 0$  для плазмы,  $V_d = V_0$  для пучка, скорость первой распределяемой частицы  $v_0 = 0$ , что позволяет получить максвелловскую функцию распределения.

Для более точного задания отдельных участков функции распределения (пучка малой плотности, "хвоста" плазмы, близкого к пучку) применяется метод "взвешивания", заключающийся в том, что чис-

ло частиц на этих участках увеличивается за счет уменьшения массы и заряда новых частиц. В этом случае функция распределения имеет вид:

$$f_0(v) \approx \frac{N_0 + \beta N_0'}{V_T \sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{v^2}{V_T^2}\right) + \frac{\beta N_1'}{V_b \sqrt{\pi}} \exp\left[-\frac{(v-v_0)^2}{V_b^2}\right]$$

где  $N_1, N_0$  — число частиц пучка и плазмы,  
 $N_1', N_0'$  — то же для взвешенных частиц,  
 $V_b$  — тепловая скорость пучка,  
 $\beta$  — коэффициент взвешивания.

При этом  $\frac{n_1}{n_0} = \frac{\beta N_1'}{N_0 + \beta N_0'}$

Для выделения монохроматической волны задается начальная бегущая волна посредством синусоидального возмущения плотности и скорости частиц плазмы с длиной волны  $\lambda$  и частотой  $\omega$ , соответствующими  $\lambda$  и  $\omega$  гармоники с максимальным инкрементом. Амплитуда выбирается равной или несколько превосходящей амплитуду начальных шумов.

Контроль правильности счета производится по сохранению энергии и импульса системы и по независимости результатов от счетных параметров. В рассматриваемых далее случаях точность сохранения полной энергии  $\Delta W_0/W_0 \leq 3 \cdot 10^{-4}$  и импульса  $\Delta P_0/P_0 \leq 10^{-4}$ . Изменение временного шага в 4-5 раз приводит к изменениям  $W_E, \Delta W_p, \Delta W_b$ , в среднем,  $\leq 10\%$ .

### Монохроматический пучок

Параметры численных экспериментов были выбраны таким образом, чтобы выяснить роль пучка и плазмы в развитии неустойчивости: эксперименты 1 и 2 — нелинейная стадия неустойчивости определяется захватом пучка, эксперимент 3 — становится существенной роль плазмы, но захвата плазмы нет, эксперимент 4 — существенную роль играет захват плазмы.

В таблице I приведены счетные параметры численных экспериментов, в таблице II — начальные физические параметры. Отметим, что амплитуда начальной волны  $\varphi_0$  задавалась так, чтобы в начале

ный момент времени не было захвата пучка:  $2\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}} \lesssim V_0 - V_\phi$

Это выполнено во всех экспериментах, кроме эксперимента 2, где  $2\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}} / (V_0 - V_\phi) \sim 1,8$ , так что некоторая часть пучка захвачена. Однако амплитуда такова, что область захвата не мала по сравнению с резонансной областью  $\gamma/k$ , кроме эксперимента 1 (см. таблицу П). Таким образом, условие (5) выполнено недостаточно хорошо. Уменьшить отношение  $\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}} / \frac{\gamma}{k}$  не удастся, т.к. минимальная амплитуда ограничена уровнем шумов. Для выполнения условия (1) необходимо брать малые  $n_1/n_0$ , однако, уменьшение  $n_1/n_0$  приводит к уменьшению  $\gamma$  и, следовательно, к ухудшению условия (5). Параметры эксперимента 1 выбраны так, чтобы получить минимальное отношение  $\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}} / \frac{\gamma}{k}$ , параметры эксперимента 2 — минимальную плотность. Выполнение условия (11) определяется величиной  $V_0/V_T$ . Увеличить величину скорости по сравнению с экспериментами 1, 2 практически нельзя, т.к. при увеличении скорости приходится уменьшать временной шаг, что приводит к большим затратам машинного времени.

В таблице Ш приведены результаты численных экспериментов и проведено их сравнение с результатами теории /10/. В этой таблице  $\omega^{теор}$ ,  $\gamma^{теор}$  определялись по формулам (7), (6) соответственно,  $W_E^{теор}$  в максимуме и минимуме, период осцилляции  $T^{теор}$  определялись из кривой  $\epsilon(\tau)$  /10/;

Эксперимент 1 по своим физическим параметрам

$$\frac{V_0}{V_T} \approx 11; \left(\frac{n_1}{n_0}\right)^{1/3} \approx 0,1; \sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}} / \frac{\gamma}{k} \approx 0,2$$

близок к теоретическому случаю /10/

$$\frac{V_0}{V_T} \gg 1; \left(\frac{n_1}{n_0}\right)^{1/3} \ll 1; \sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}} / \frac{\gamma}{k} \ll 1$$

На рис. 1 показана зависимость от времени энергии электрического поля, энергии колебаний плазмы  $\Delta W_p = W_p - W_p^0$  и потери энергии пучка  $\Delta W_b = -(W_b - W_b^0)$ . Видно, что  $W_E$  и  $\Delta W_p$  близки, в максимуме  $\alpha \approx 0,06$ . Из этого можно сделать вывод, что колебания плазмы близки к линейным, следовательно, возможно сравнение этого численного эксперимента с теорией /10/. Недостаточно хорошее совпадение кривых  $W_E$  и  $\Delta W_p$  можно объяснить тем, что недостаточно хорошо вы-



Таблица 1. Счетные параметры

№ эксперим.	1	2	3	4
$L/\lambda_d$	100	100	200	95
$N_0$	9500	9500	19000	9025
$N_0'$	0	0	24000	15105
$N_1'$	2500	2500	3000	17.0
$\beta$	0,0076	0,0011	0,013	0,0107
$\tau/T_{oe}$	0,03	0,03	0,03	0,06

Таблица II. Начальные параметры

№ эксперим.	1	2	3	4
$n_1/n_0$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$
$V_0/V_T$	11,25	11,25	3,15	2,53
$\omega/\omega_0$	0,95	0,97	1,05	1,12
$\lambda/\lambda_d$	100	100	25	19
$V\phi/V_T$	10,7	10,9	2,9	2,4
$W_E^0/W_P^0$	$3,4 \cdot 10^{-5}$	$3,8 \cdot 10^{-4}$	$2,9 \cdot 10^{-5}$	$3,3 \cdot 10^{-6}$
$\frac{\sqrt{e\phi_0}/\chi}{m/k}$	0,2	0,9	0,5	0,4

$W_E^0$  - энергия начальной волны,  $W_P^0$  - начальная энергия плазмы.

Таблица III. Результаты численных экспериментов

№ эксперимента	1	2	3	4
$\omega/\omega_{\text{теор}}$	1,00	1,00	1,11	1,18
$\gamma/\omega$	0,085	0,047	0,084	0,06
$\gamma/\gamma_{\text{теор}}$	1,0	1,0	1,0	0,8
$\frac{W_E^{\text{max}}}{\Delta W_b/2}$	0,9	1,0	0,7	0,3
$\sqrt{\frac{e\varphi_{\text{max}}}{m}} / \frac{\gamma}{k}$	1,6	1,8	1,6	1,5
$W_E^{\text{max}}/W_E^{\text{min}}$	8	-	11	7
$W_E^{\text{max}}/W_E^{\text{max теор}}$	0,8	1,0	0,6	0,2
$W_E^{\text{min}}/W_E^{\text{min теор}}$	0,8	-	0,4	0,2
$\alpha = \frac{\Delta W_p - W_E^{\text{max}}}{\Delta W_p + W_E^{\text{max}}}$	0,06	0,04	0,3	0,7
$T/T_{\text{теор}}$	1,0	1,1	1,0	1,0
$\Delta W_b^{\text{max}}/W_b^0$	0,23	0,14	0,23	0,21
$\Delta W_b^{\text{max}}/\Delta W_b^{\text{min}}$	7,5	6,2	8,9	1,4
$\Delta W_b^{\text{max}}/\Delta W_b^{\text{теор}}$	0,8	1,0	0,9	0,8

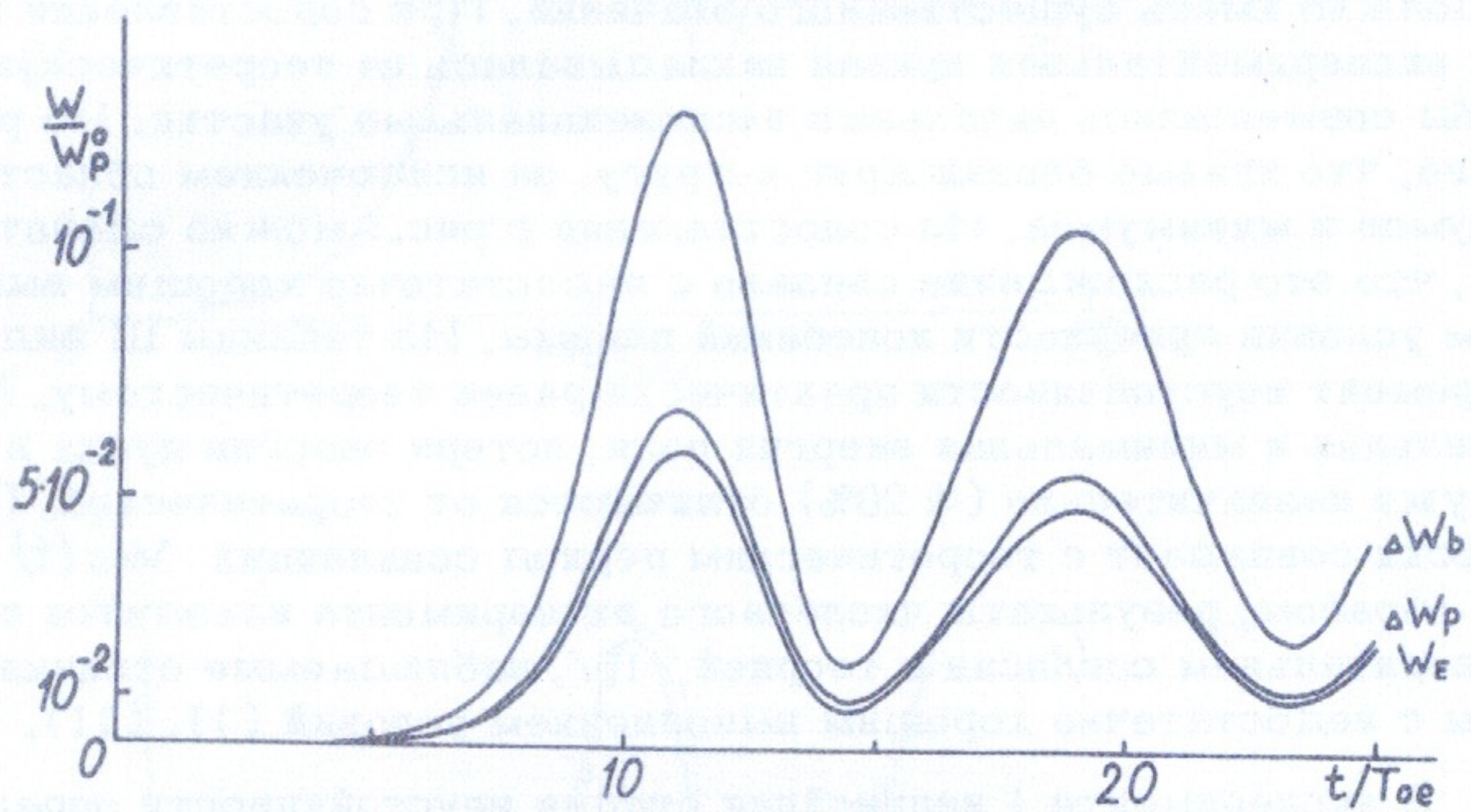


Рис.1

Зависимость  $W_E$ ,  $\Delta W_p$ ,  $\Delta W_b$  от времени.

Эксперимент 1.

полнены условия малой плотности пучка (1) и большой скорости (11). Действительно, уменьшение  $n_1/n_0$  (эксперимент 2) приводит к сближению кривых  $W_E$  и  $\Delta W_p$  и уменьшению  $d$ . Роль скорости будет видна из дальнейшего.

На рис. 2 приведены кривые  $\epsilon(\tau)$  для нашего случая и теоретического (пунктир).

Отметим, что начальное значение  $\epsilon$  в нашем случае  $\epsilon_0 \approx 3 \cdot 10^{-2}$  несколько отличается от  $\epsilon_0^{\text{теор}} = 10^{-2}$ . При малых значениях  $\epsilon$  это не должно иметь существенного значения. При сопоставлении кривых экспериментальная кривая накладывалась на теоретическую так, чтобы совмещались начальные экспоненциальные участки. Из рис. 2 видно, что кривые близки друг к другу, за исключением области максимумов и минимумов. Из сопоставления с рис. 1 можно сделать вывод, что это расхождение связано с недостаточно хорошим выполнением условия линейности колебаний плазмы. Из таблицы III видно, что инкремент неустойчивости практически равен теоретическому. Максимальная и минимальная энергия поля, потеря энергии пучка в максимуме незначительно ( $\approx 20\%$ ) отличаются от теоретической. Практически совпадает с теоретическим период осцилляции  $W_E(t)$ . Таким образом, результаты численного эксперимента находятся в удовлетворительном согласии с теорией [10], наблюдаемые отличия связаны с недостаточно хорошим выполнением условий (1), (11).

В эксперименте 1 нелинейная стадия неустойчивости определяется захватом пучка. На рис. 3, 4 показаны фазовые плоскости  $f(x, v)$  и функции распределения  $f(v)$  в моменты времени, соответствующие максимуму и минимуму энергии поля  $W_E$ . Стрелками на этих и последующих рисунках показаны границы области захвата

$[V_\phi - 2\sqrt{\frac{e\psi}{m}}, V_\phi + 2\sqrt{\frac{e\psi}{m}}]$ , а сплошными линиями - сепаратрисы

$V = V_\phi \pm 2\sqrt{\frac{e\psi}{m}} \sin \frac{\pi}{\lambda} (x - x_0)$  - для соответствующих амплитуд электрического поля монохроматической волны. При построении сепаратрисы точка  $x_0$  (узел сепаратрисы) совмещалась с координатой максимума потенциала  $\psi(x)$ .

Из рис. 3 видно, что в максимуме амплитуды колебаний практически все частицы пучка находятся внутри области, ограниченной сепаратрисой, а в минимуме амплитуды (рис. 4) часть частиц пучка рас-

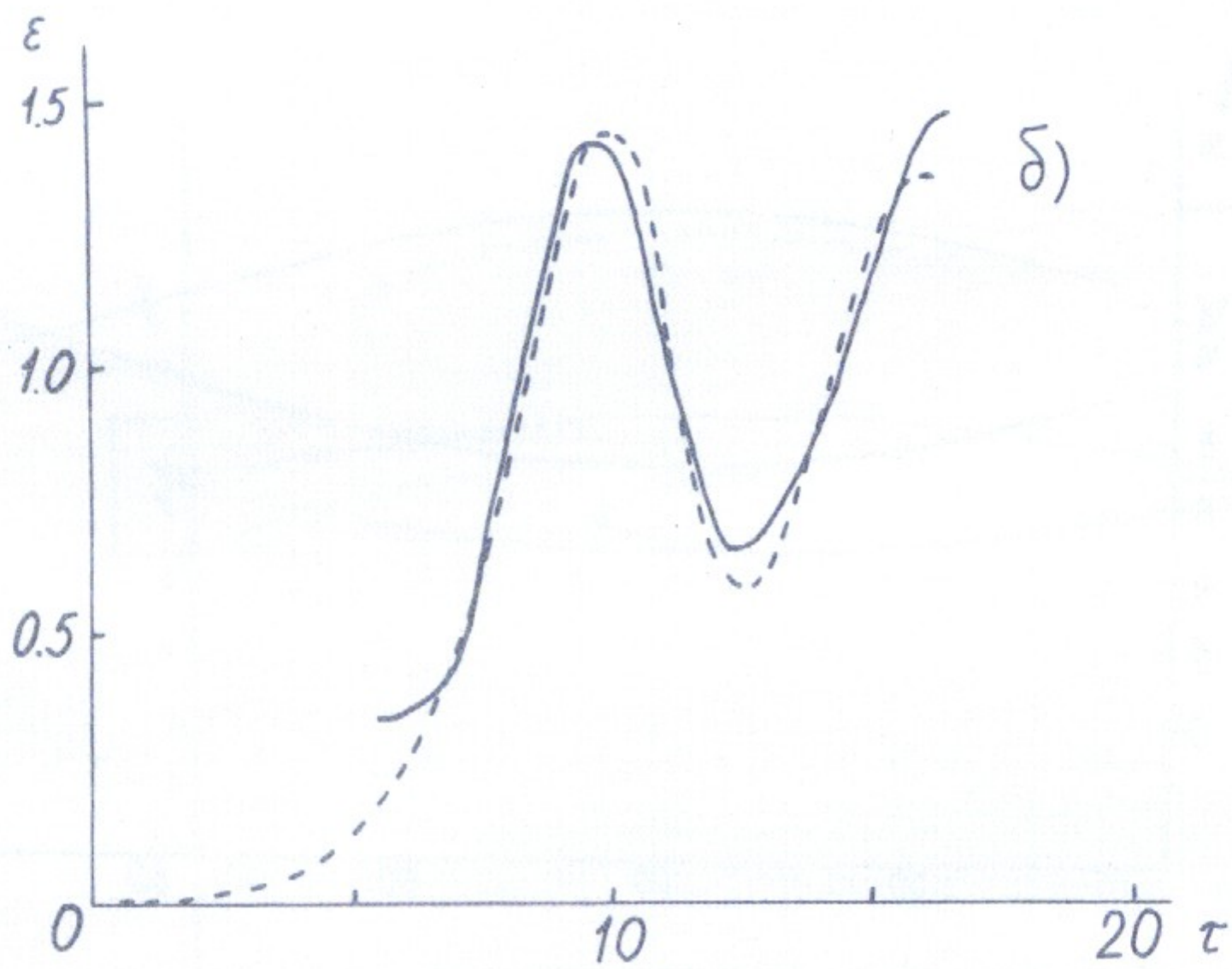
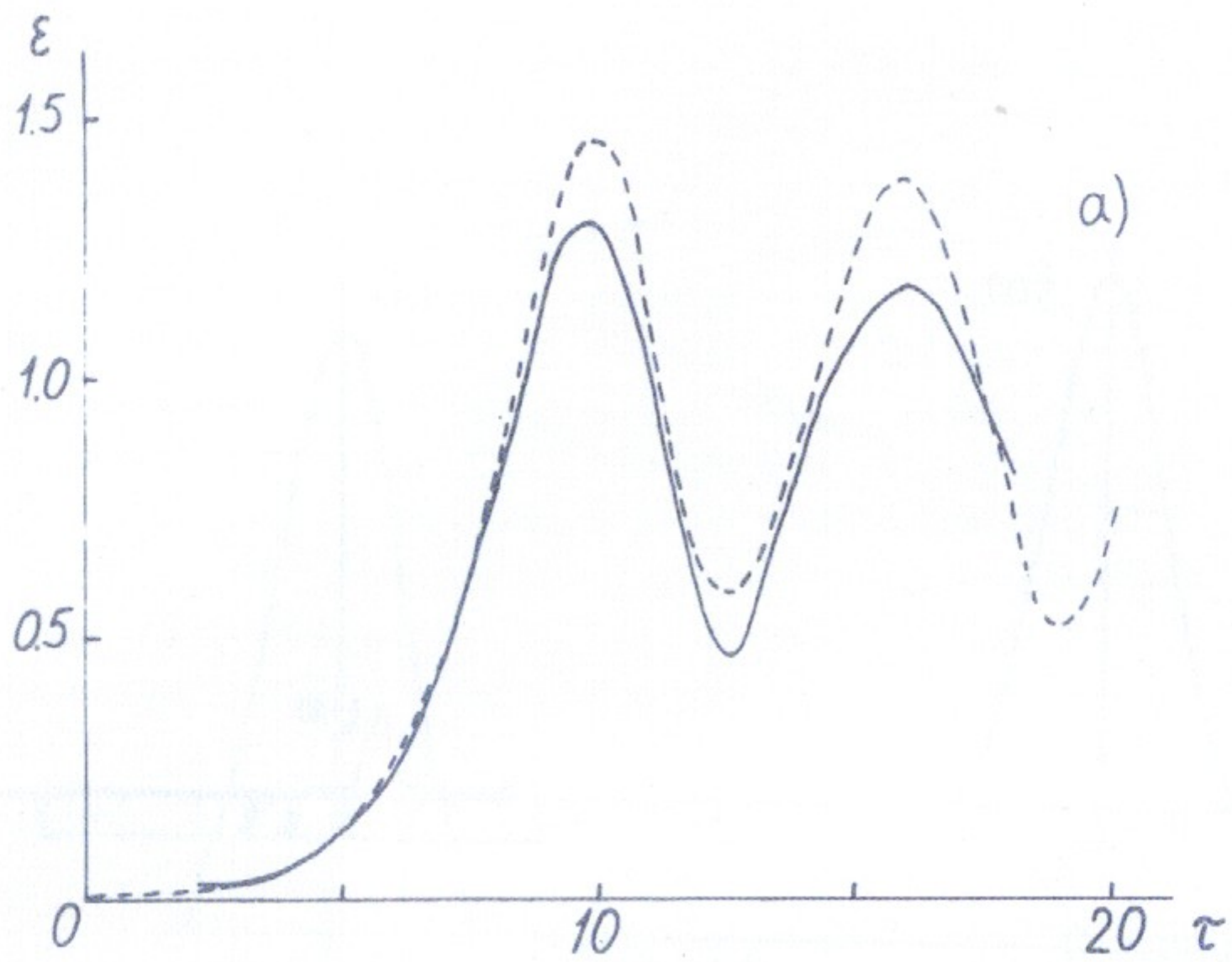


Рис.2.  
 Сравнение экспериментальной кривой  $\xi(\tau)$  с теоретической/10/.  
 — - эксперимент, ---- - теория. а) - эксперимент 1,  
 б) - эксперимент 2.

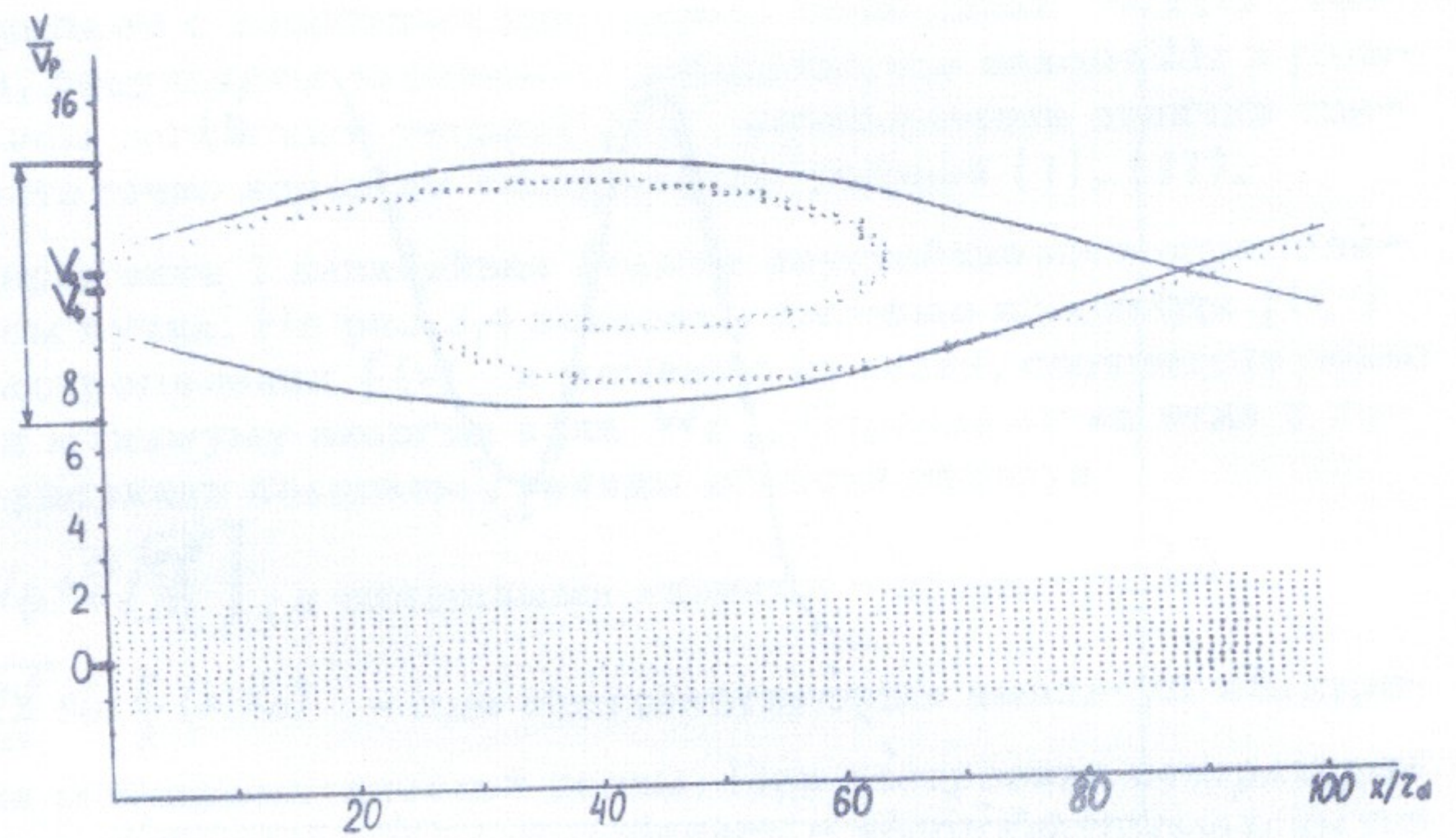
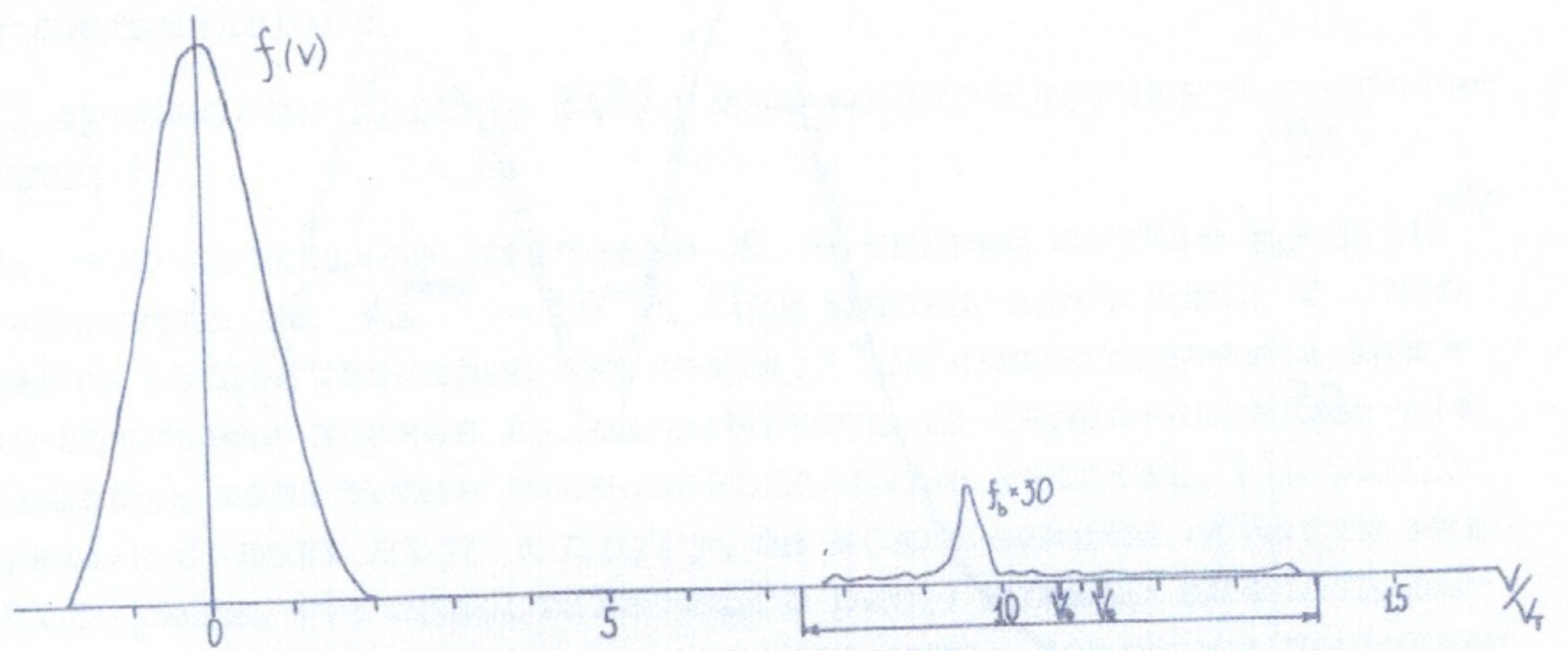


Рис.3

Фазовая плоскость и функция распределения в  
максимуме энергии поля; эксперимент 1;  $t = 11,1 \text{ Тое.}$

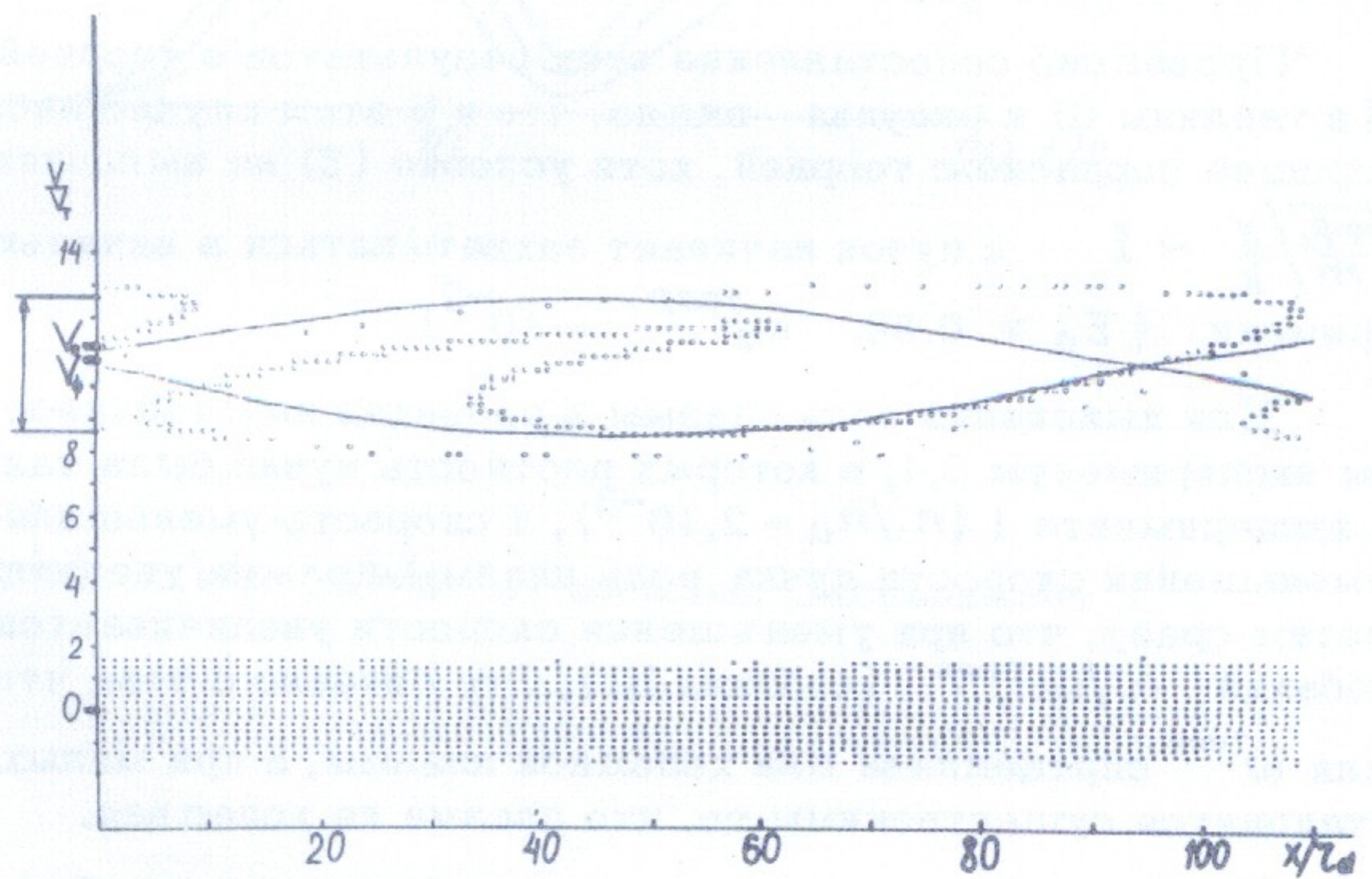
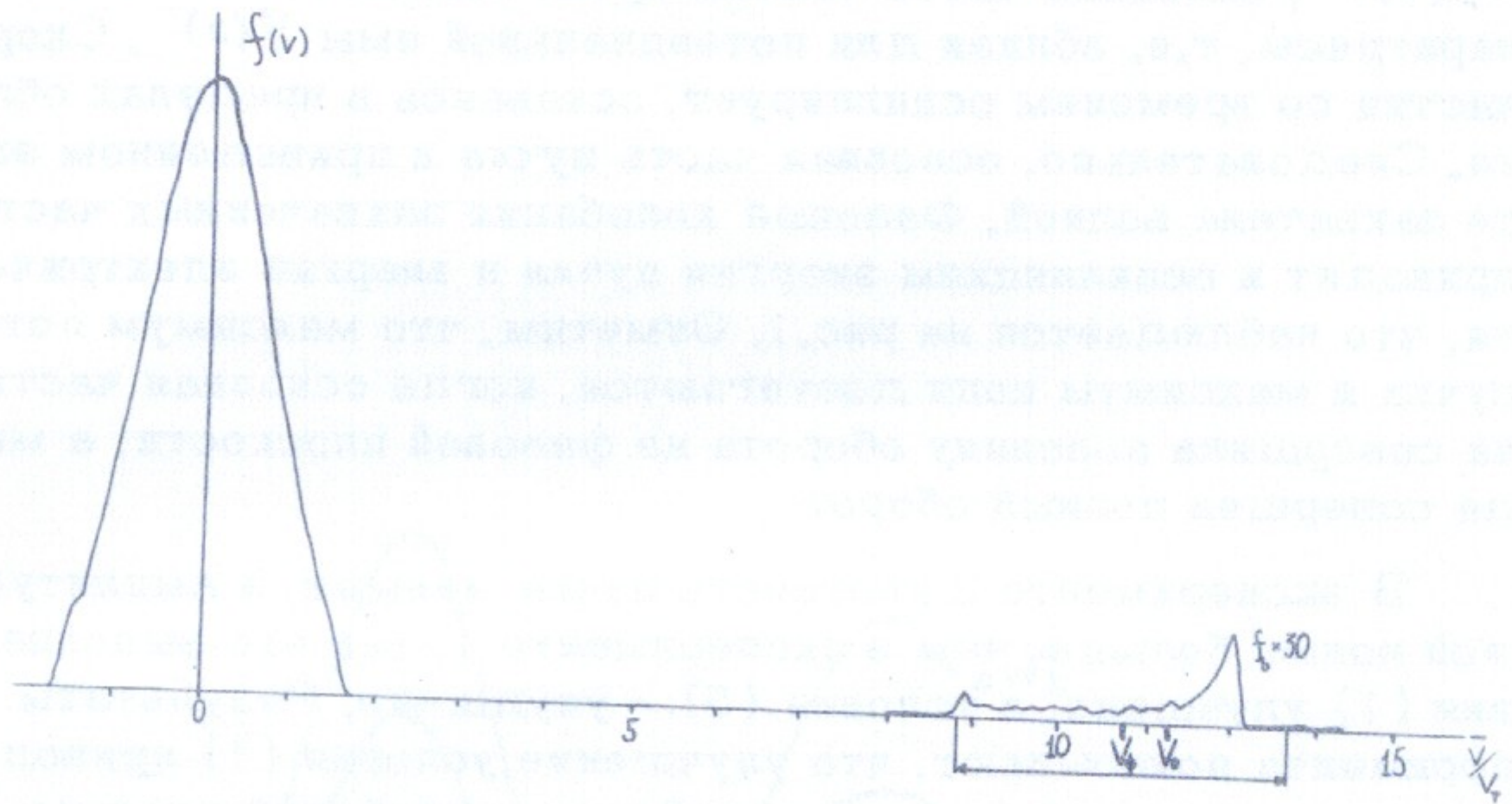


Рис. 4

Фазовая плоскость и функция распределения в минимуме энергии поля; эксперимент 1;  $t = 14,5 T_{oe}$ .

положена за её пределами. Из вида функции распределения  $f(v)$  следует, что при колебаниях в поле волны пучок незначительно размывается по скоростям: при этом, как следует из сравнения  $f(x, v)$  и  $f(v)$ , основная часть частиц пучка находится вблизи центров сепаратрисы, т.е. вблизи для потенциальной ямы  $\psi(x)$ . Скорость этих частиц со временем осциллирует, оставаясь в пределах области захвата. Следовательно, основная часть пучка в приведенном эксперименте захвачена волной. Фазовые колебания захваченных частиц пучка приводят к осцилляциям энергии пучка и энергии электрического поля, что наблюдается на рис. 1. Отметим, что максимум потерь энергии пучка и максимум поля достигаются, когда основная часть частиц пучка совершила половину оборота на фазовой плоскости, а минимум — когда совершен полный оборот.

В эксперименте 2 плотность пучка меньше, а амплитуда начальной волны больше, чем в эксперименте 1, так что выполнение условия (1) улучшено, а условия (5) — ухудшено. Результаты этого эксперимента показывают, что улучшение условия (1) приводит к улучшению выполнения условий линейности колебаний плазмы. Действительно, в этом случае кривые  $W_E$  и  $\Delta W_p$  совпадают за исключением области максимума  $W_E$ , где их различие также невелико:  $\alpha \approx 0,04$ .

Проведено сопоставление этих результатов с теорией /10/ (рис. 2). Из таблицы III и рисунка видно, что и в этом случае наблюдается хорошее согласие с теорией, хотя условие (5) не выполнено:

$\frac{\sqrt{e\varphi_0}}{m} \frac{1}{k} \sim 1$  и пучок начинает захватываться в начальный момент времени ( $\epsilon_0 \approx 0,36$ ,  $\epsilon_0^{\text{теор}} = 10^{-2}$ ).

Для выяснения роли плазмы в развитии неустойчивости проведены эксперименты 3, 4, в которых плотность пучка была такой же, как в эксперименте 1 ( $n_1/n_0 = 2 \cdot 10^{-3}$ ), а скорость уменьшалась. При уменьшении скорости пучка роль плазмы должна увеличиваться. Отметим сразу, что при уменьшении скорости увеличивается частота колебаний  $\omega/\omega^{\text{теор}}$  (таблица III). Это связано с тем, что формула (7) для  $\omega^{\text{теор}}$  справедлива для холодной плазмы, а при малых  $V_0/V_T$  становится существенным то, что плазма не холодная.

В эксперименте 3 параметры подобраны так, чтобы не было захвата плазмы. В этом случае на начальной стадии неустойчивость по-прежнему развивается с линейным приростом. При дальнейшем раз-



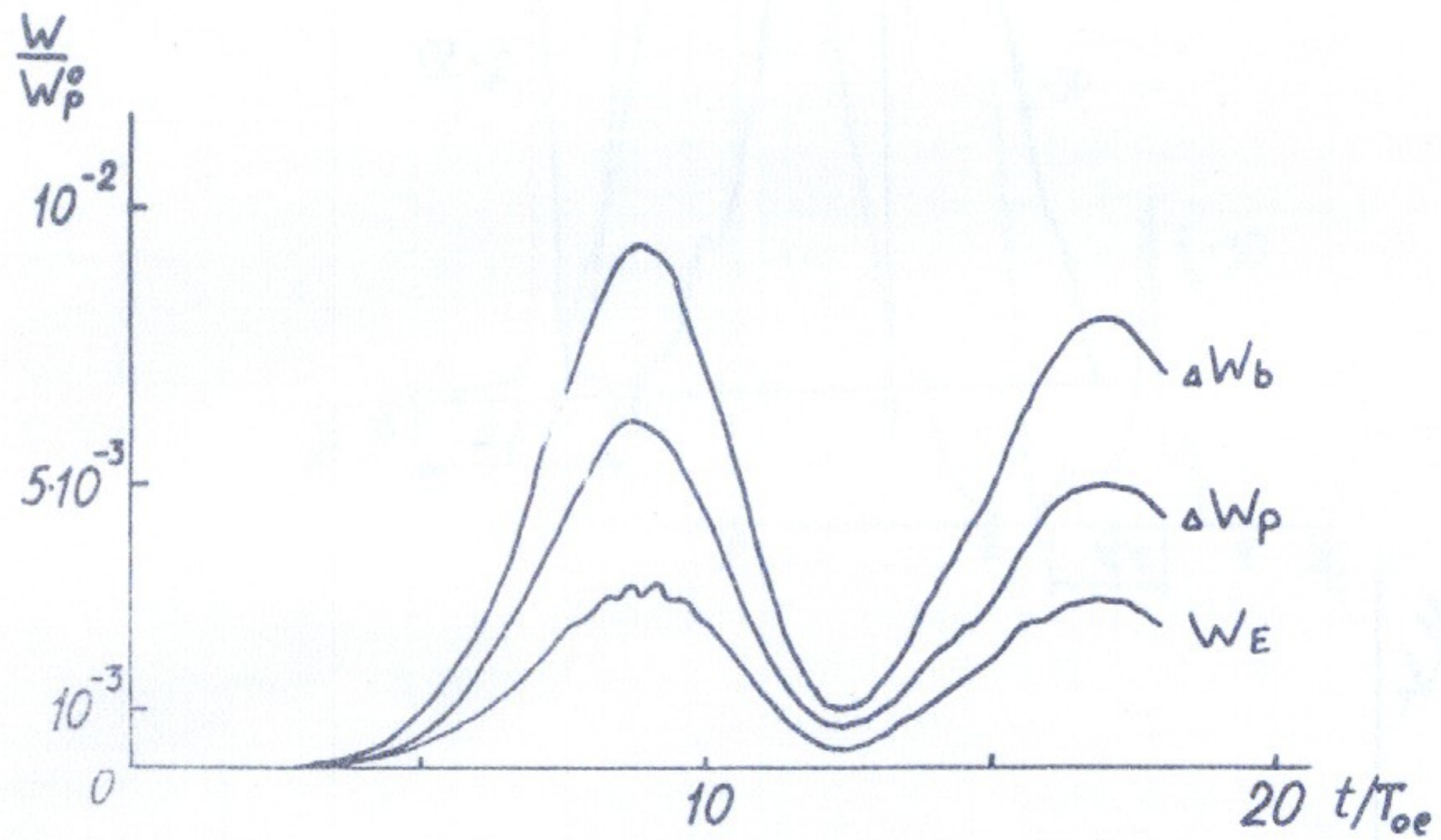


Рис. 5

Зависимость  $W_E$ ,  $\Delta W_p$ ,  $\Delta W_b$  от времени. Эксперимент 3.

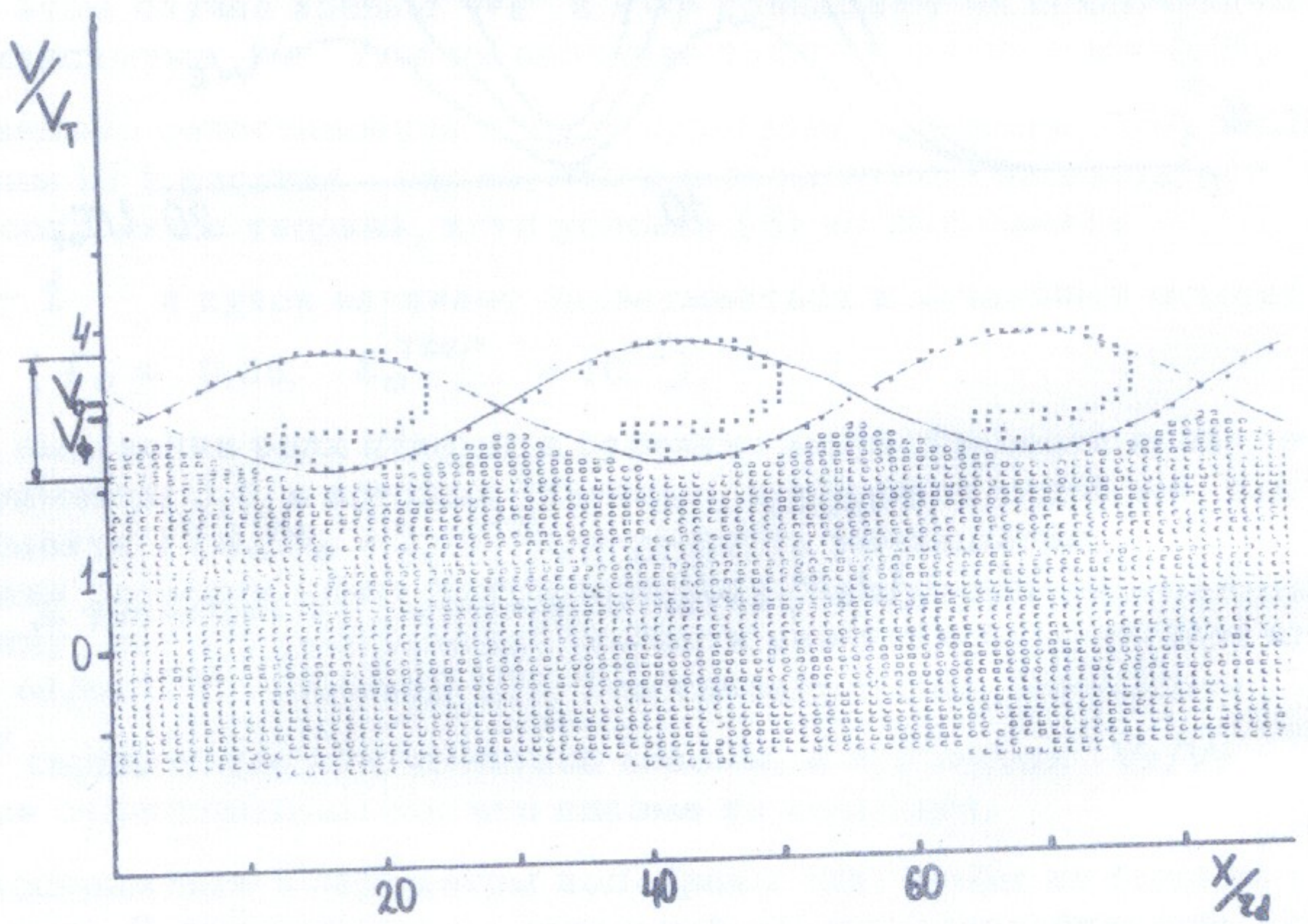
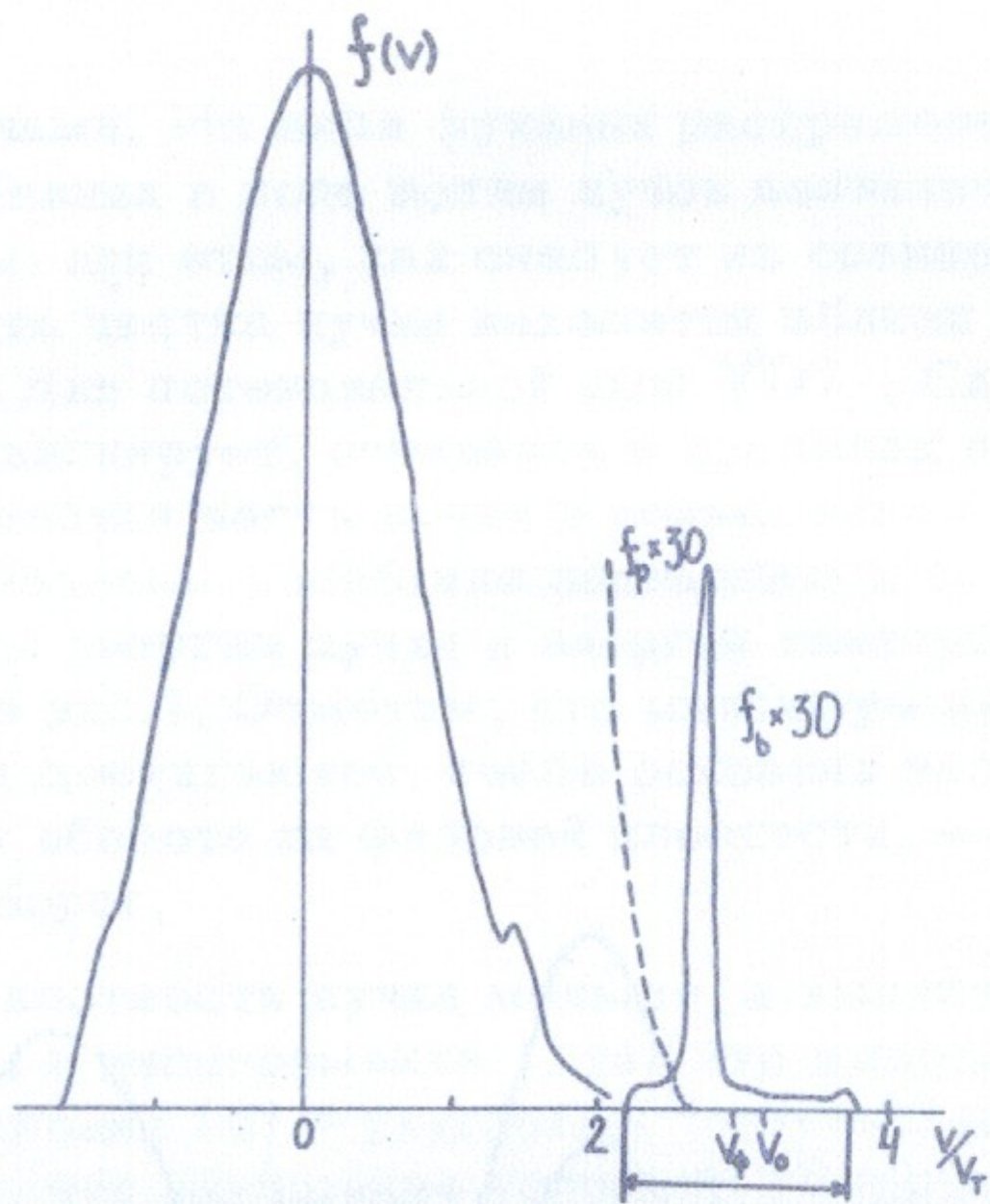


Рис. 6. Фазовая плоскость и функция распределения в максимуме энергии поля; эксперимент 3;  $t = 8,9 T_{oe}$ .

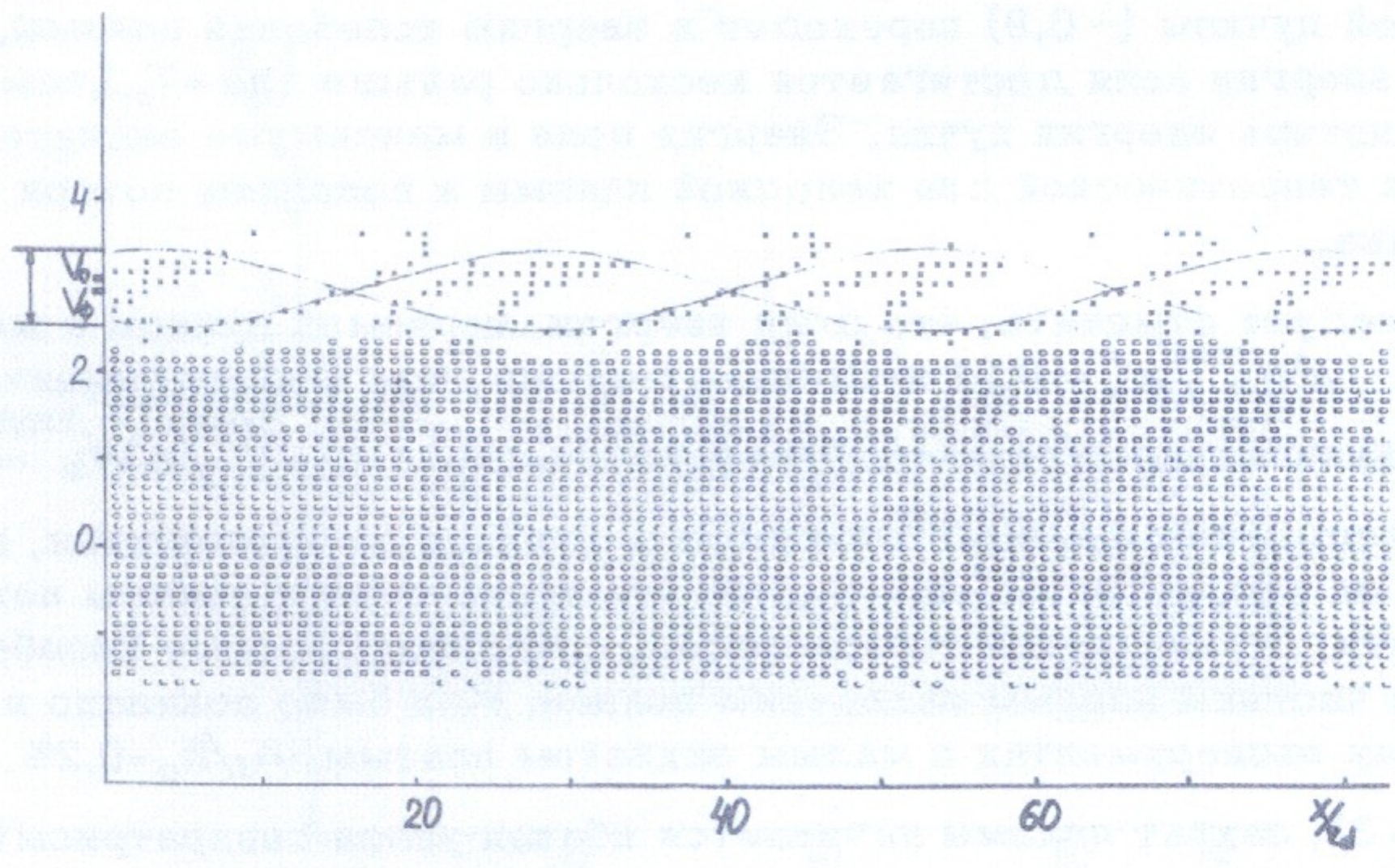
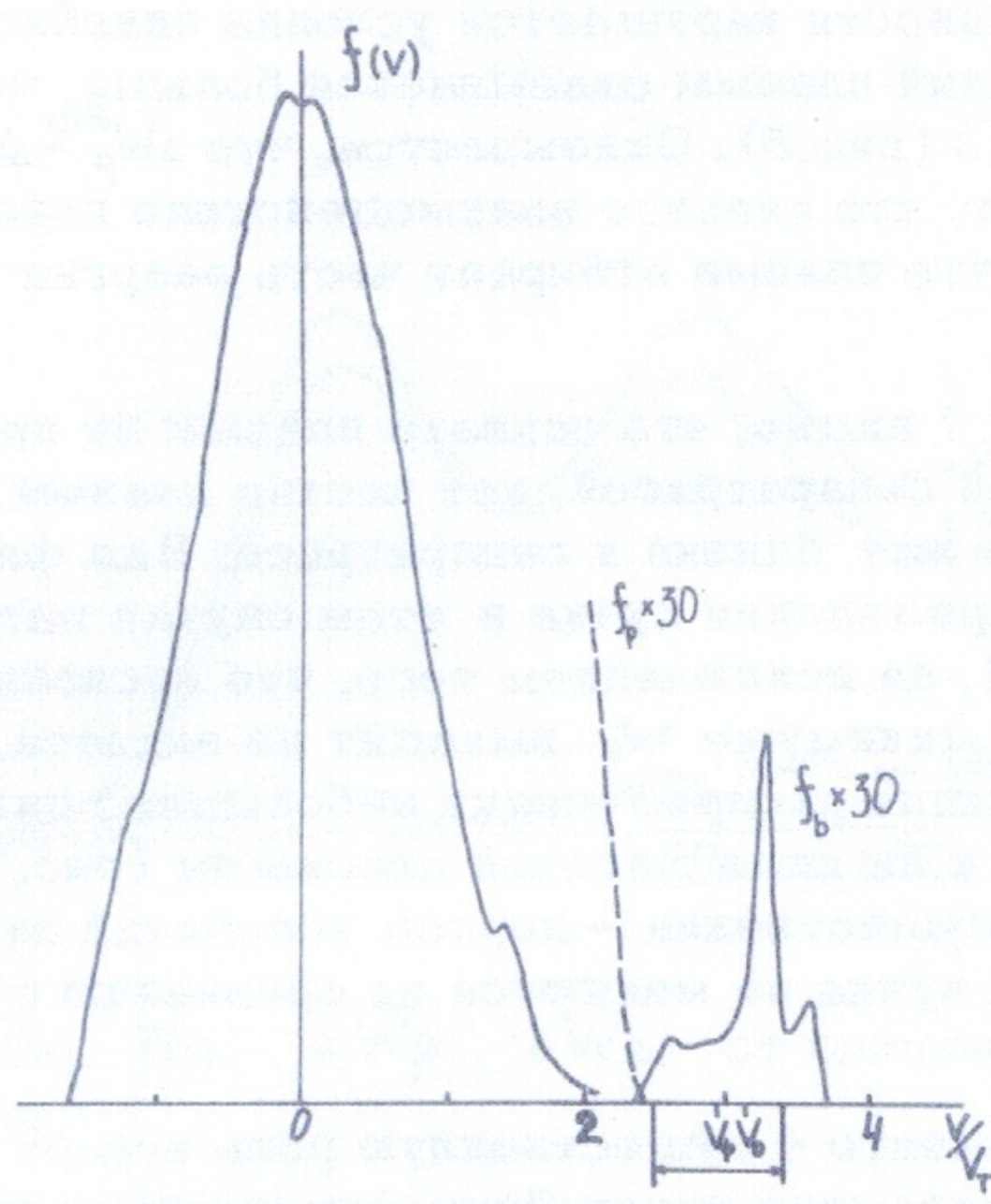


Рис.7. Фазовая плоскость и функция распределения в минимуме энергии поля; эксперимент 3;  $t = 12,8 \text{ Toe}$  .

вити неустойчивости нарушается условие линейности колебаний: энергия колебаний плазмы оказывается больше, чем энергия поля, так что  $\alpha \sim 0,3$  (рис.5). Оказывается, что  $\Delta W_p^{\max} - \Delta W_p^{\max \text{ теор}} \approx - (W_E^{\max} - W_E^{\max \text{ теор}})$ . Это показывает, что сильное взаимодействие плазмы с волной приводит к тому, что плазма отбирает часть энергии у электрического поля.

Из рис. 6, 7 видно, что захвата плазмы не происходит — в области ограниченной сепаратрисой, нет частиц плазмы, хотя в максимуме  $W_E$  они и лежат близко к сепаратрисе. Вид фазовых плоскостей и функций распределения пучка в этом случае мало отличается от эксперимента 1, за исключением того, что несколько большая часть частиц пучка в минимуме  $W_E$  выходит из захвата. Это видно из появления на функции распределения небольшого пика в области больших скоростей и из вида фазовой плоскости (рис.7). Однако роль этого эффекта незначительна — период колебаний захваченных частиц, потери энергии пучка не меняются по сравнению с теоретическими (таблица Ш).

В эксперименте 4 существенную роль играет захват плазмы. В этом случае инкремент неустойчивости уменьшается, кривые  $W_E$  и  $\Delta W_p$  сильно различаются. Из рис.8 видно, что большая часть энергии, теряемой пучком ( $\sim 0,9$ ) переходит в энергию колебаний плазмы. Максимум энергии поля достигается несколько раньше (на  $\sim T_{oe}$ ), чем максимум потерь энергии пучка. Энергия поля в максимуме значительно меньше теоретической для холодной плазмы и половины потери энергии пучка.

Следует отметить, что доля энергии, теряемой пучком в максимуме  $\Delta W_b^{\max} / W_b^0 = 0,21$  несколько меньше, чем в экспериментах 1, 3 и незначительно отличается от теоретической ( $\Delta W_b^{\max} / \Delta W_b^{\text{теор}} \sim 0,8$ ).

Рассмотрим фазовые плоскости и функции распределения, показанные на рис.9, 10. Из рис. видно, что часть частиц плазмы лежит в области, ограниченной сепаратрисой, совершая фазовые колебания, так что частицы плазмы захвачены волной. Как было показано в специальных экспериментах с малым захватом плазмы ( $n_1/n_0 = 0,2\%$ ,

$V_0/V_T = 3$ ), захват плазмы начинается вблизи узлов сепаратрисы (рис.8а).

В максимуме электрического поля (рис.9) вид  $f(x, v)$  и  $f(v)$  для пучка не отличается существенно от экспериментов 1, 3 (рис.3, 6)

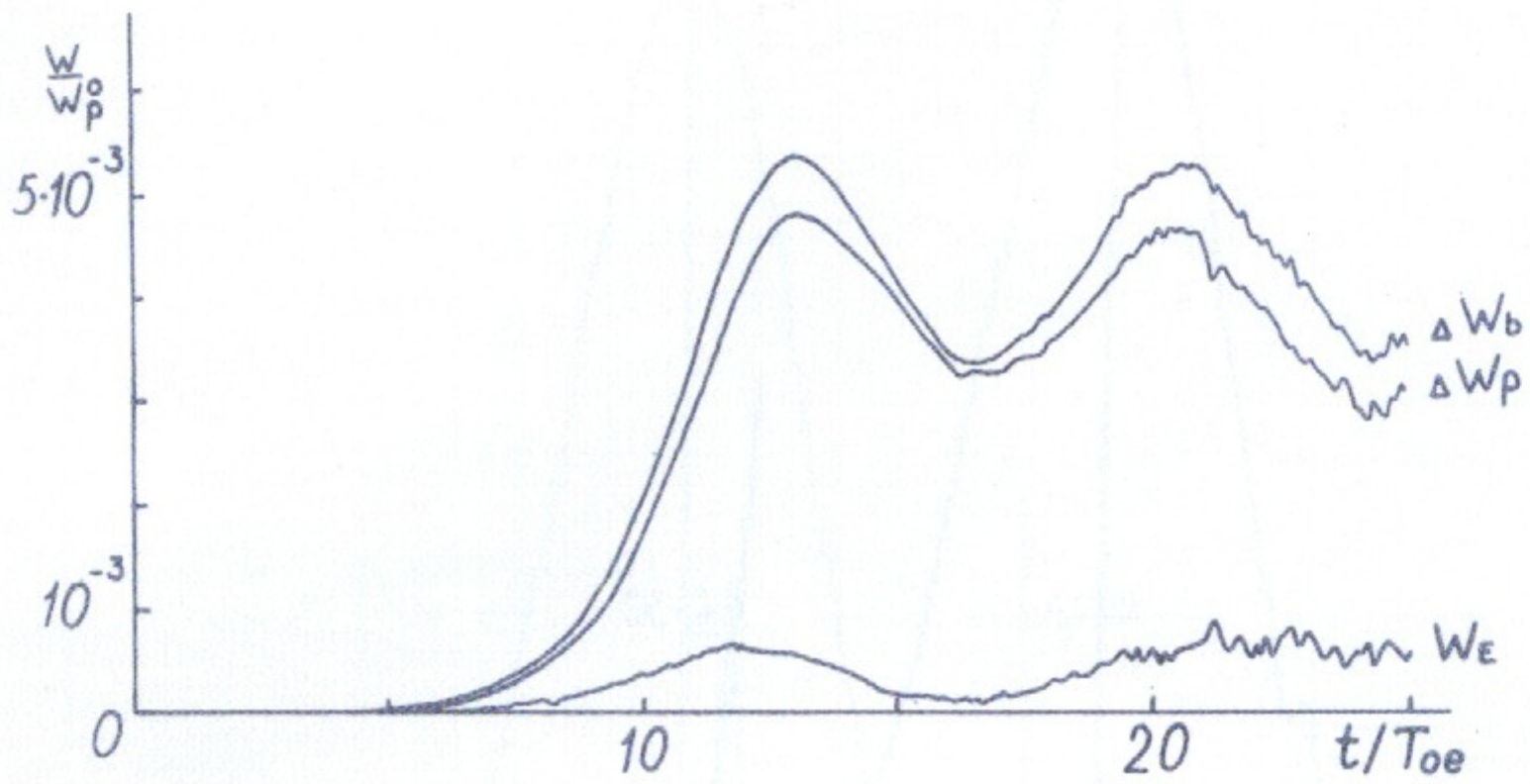


Рис.8. Зависимость  $W_E$ ,  $\Delta W_p$ ,  $\Delta W_b$  от времени; эксперимент 4.

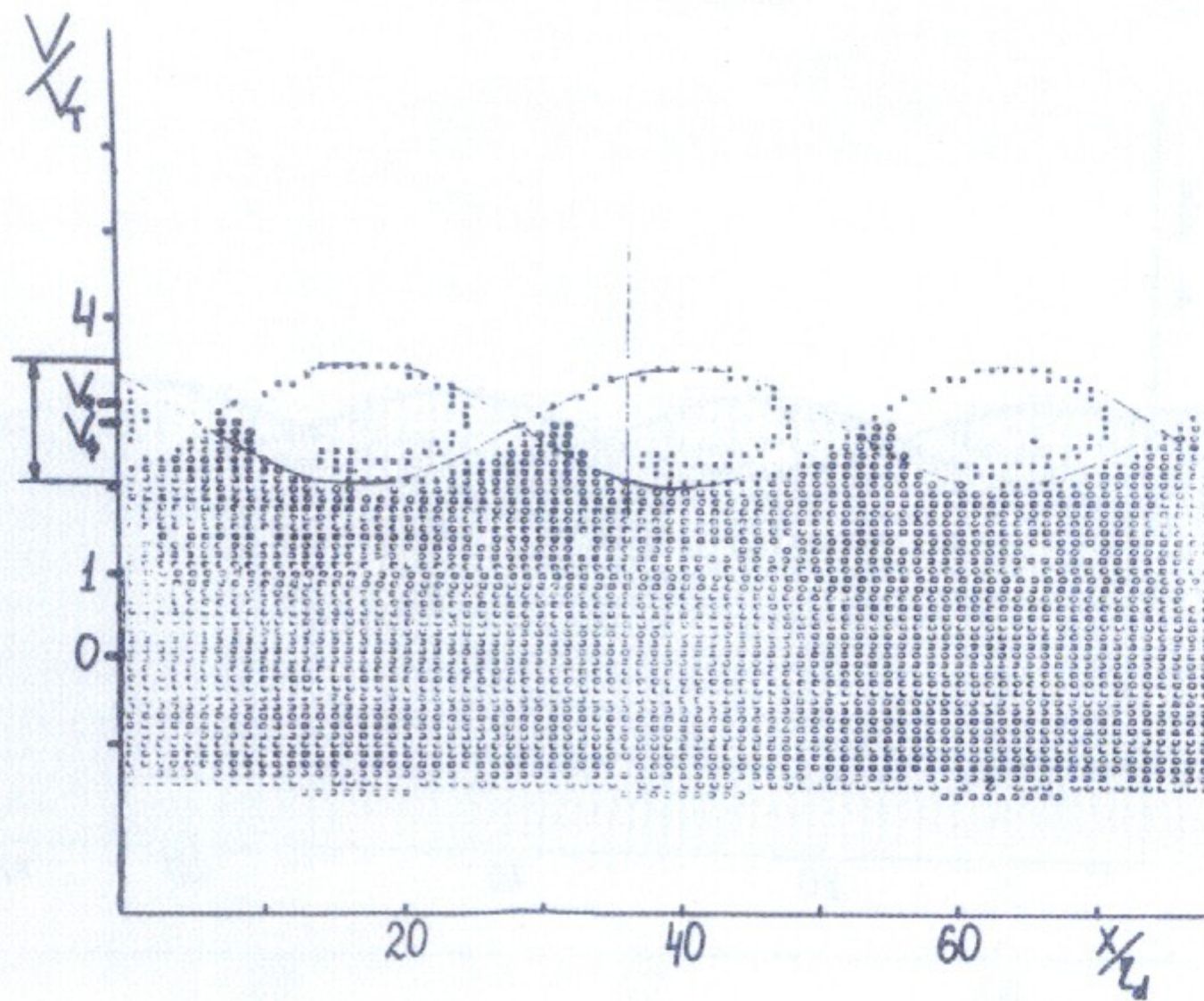


Рис.9а. Фазовая плоскость в максимуме энергии поля; эксперимент с малым захватом плазмы ( $n_1/n_0 = 2 \cdot 10^{-3}$ ,  $v_0/v_T = 3$ ).

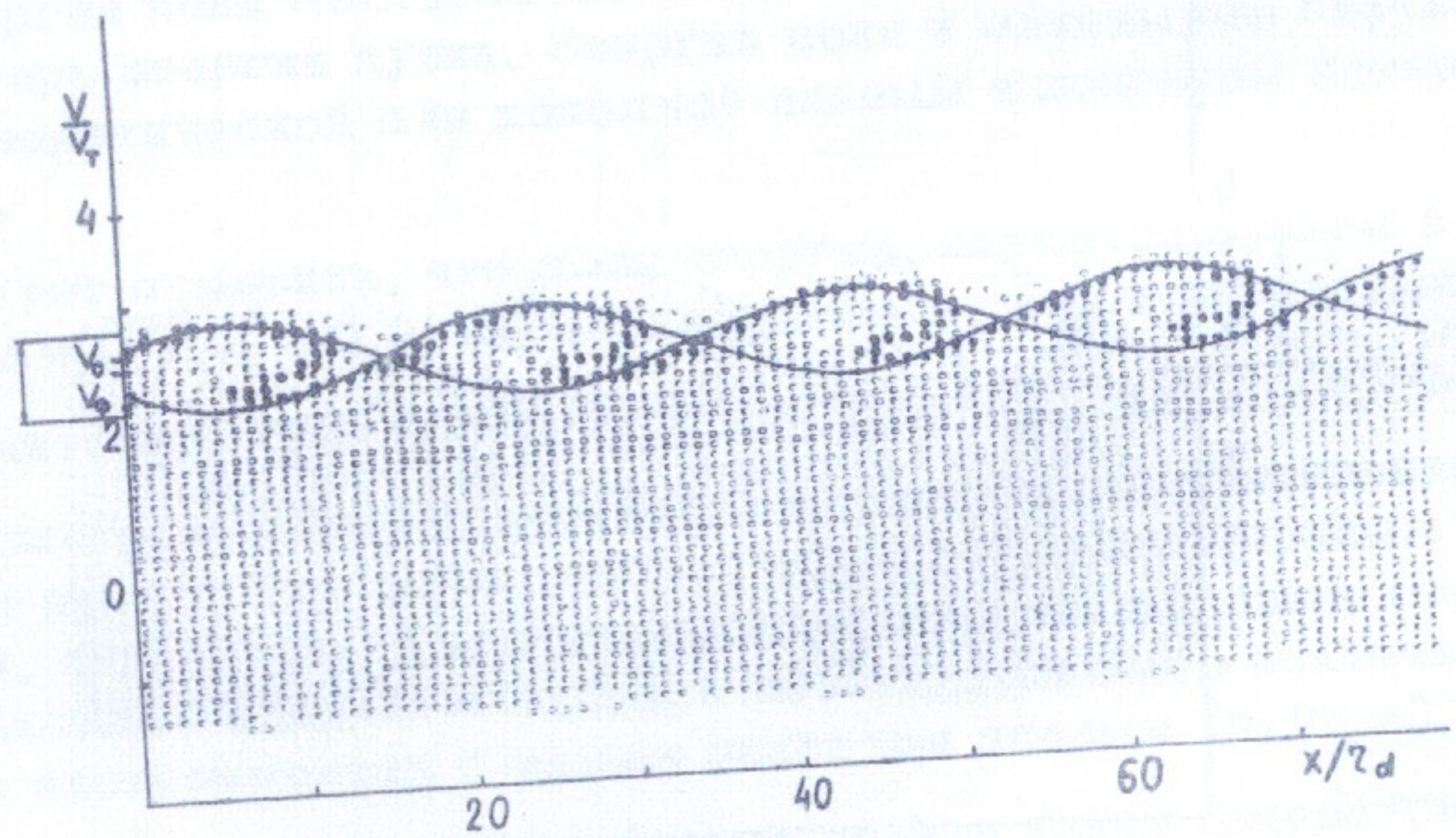
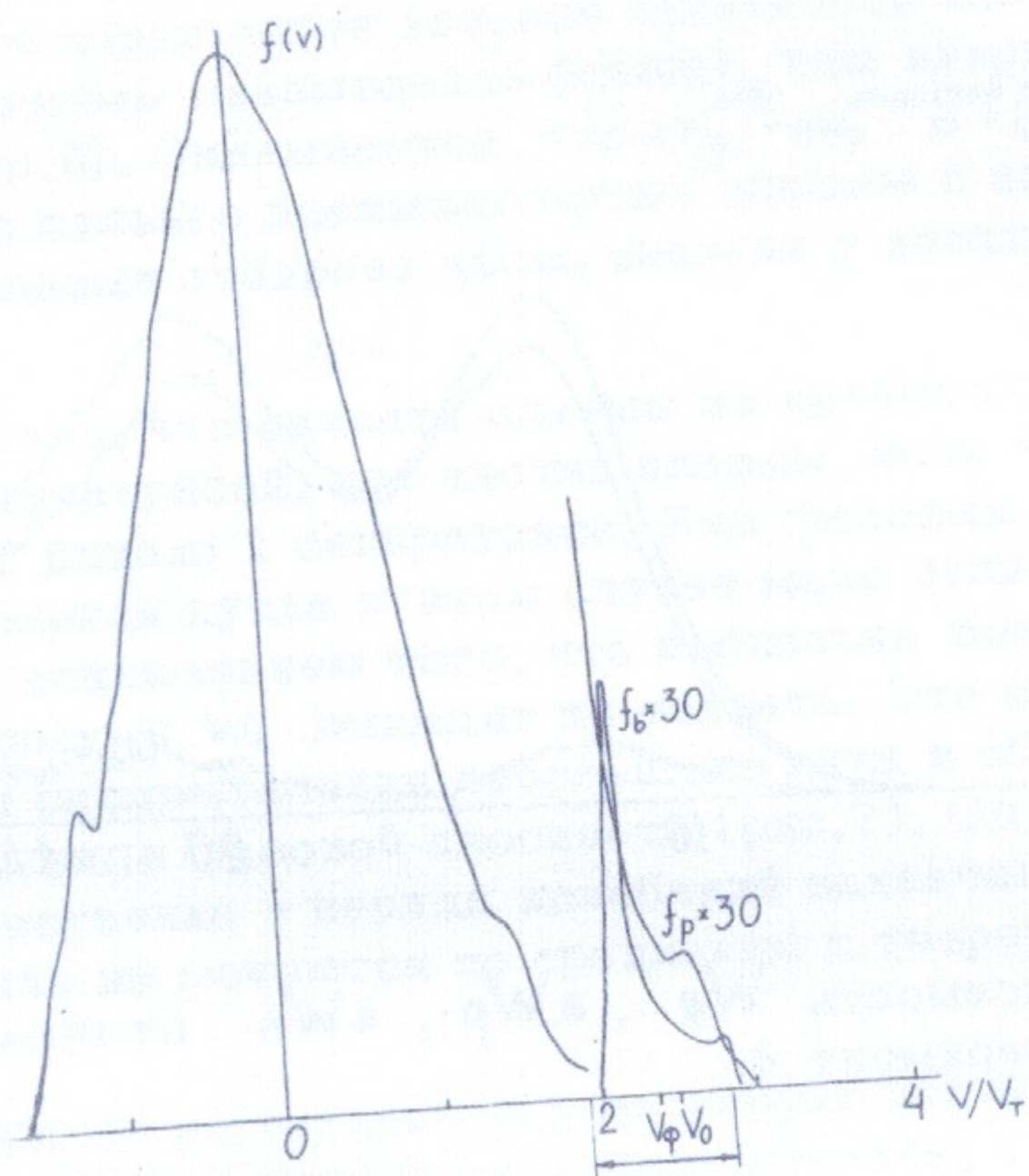


Рис. 9. Фазовая плоскость и функция распределения в максимуме энергии поля; эксперимент 4;  $t = 11,5 T_{oe}$ .

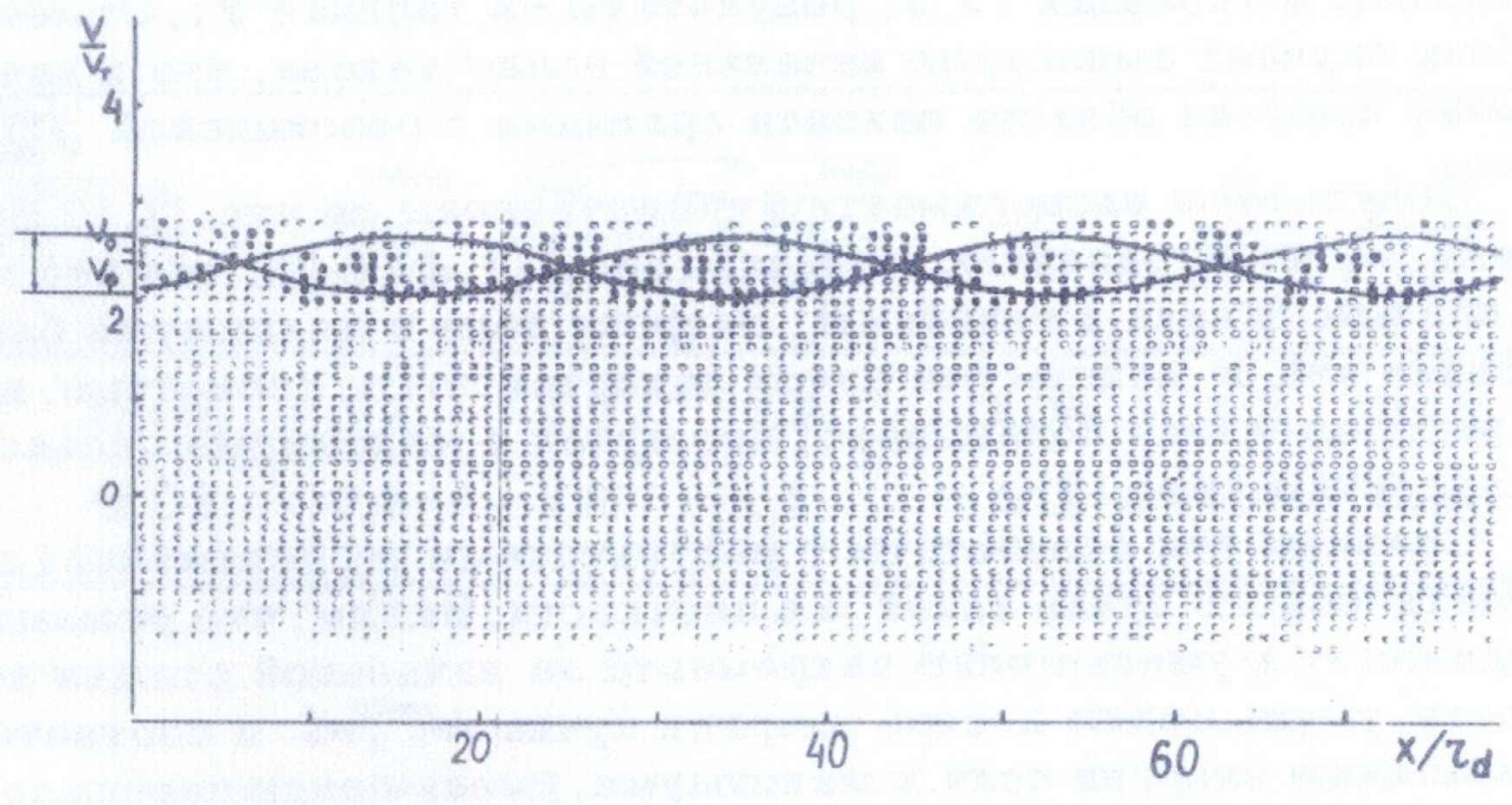
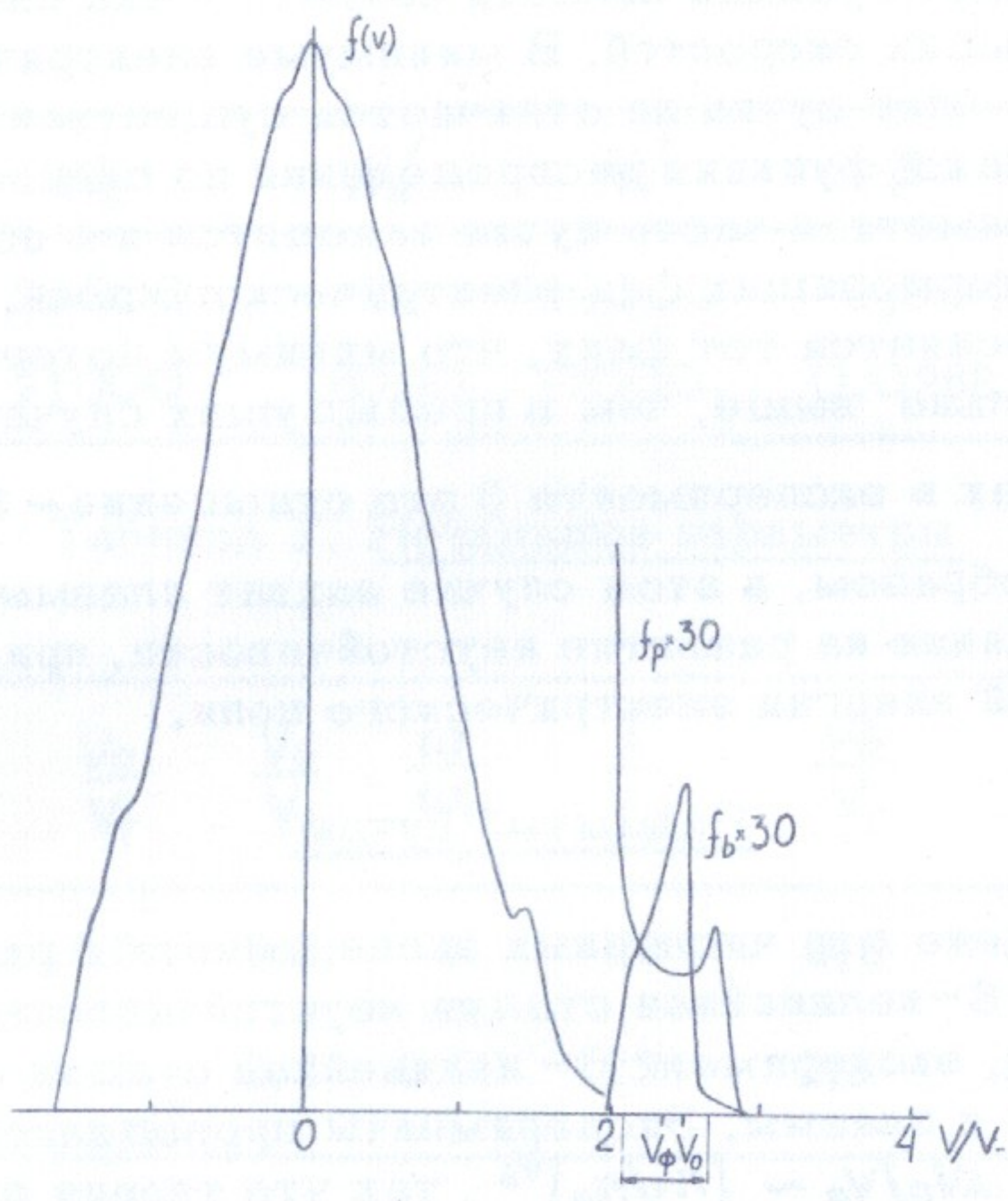


Рис.10. Фазовая плоскость и функция распределения в минимуме энергии поля; эксперимент 4;  $t = 16 T_{oe}$  .

за исключением того, что максимум функции распределения лежит ближе к нижней границе области захвата и она сильнее размыта в сторону больших скоростей. В минимуме электрического поля (рис.10) вид  $f(x, v)$  для пучка не отличается существенно от предыдущих случаев, однако, функция распределения по скоростям сильно размыта, так что заметная часть пучка находится и в области ускоряющих и в области тормозящих фаз электрического поля. По-видимому, именно этим объясняется тот факт, что минимум потерь энергии пучка лежит значительно выше, чем в предыдущих случаях ( $\Delta W_b^{max}/\Delta W_b^{min} \sim 1.4$ , в то время как в эксперименте 3 это отношение  $\sim 8,9$ ).

Таким образом, в этом случае захват плазмы оказывает существенное влияние на развитие неустойчивости, приводя к снижению максимальной энергии электрического поля.

### Размытый пучок

Проведено два численных эксперимента с размытым пучком: эксперимент 5 - нелинейная стадия неустойчивости определяется захватом пучка, эксперимент 6 - нелинейная стадия определяется захватом пучка и плазмы. Эксперименты проводились со слаборазмытым пучком  $\Delta V_0/V_0 \sim (n_1/n_0)^{1/3}$ , так что теория для размытого пучка  $\Delta V/V_0 \gg (n_1/n_0)^{1/3}$  неприменима.

Счетные параметры и начальные параметры этих экспериментов приведены в таблицах 1У, У, результаты - в таблице У1. Отметим, что в обоих случаях амплитуда начальной волны такова, что в начальный момент времени область захвата сравнима с резонансной  $\sqrt{\frac{e\psi_0}{m}} \sim \frac{\delta}{k}$

Результаты эксперимента 5 представлены на рис.11,12. Видно, что кривые  $W_E$  и  $\Delta W_p$  различаются мало (рис.11),  $d \approx 0,08$ , так что колебания плазмы близки к линейным. Энергия поля в максимуме близка к половине  $\Delta W_b$ . В максимуме пучок захвачен почти полностью, вид функции распределения показывает, что пучок в максимуме сильно размыт по скоростям (рис.12).

Сравним эти результаты с результатами эксперимента 1 для монохроматического пучка такой же плотности. Видим, что размытие пучка приводит к уменьшению инкремента на начальной стадии неустойчивости, уменьшению потерь энергии пучка  $\Delta W_b^{max}/W_b^0$  и соответственно уменьшению энергии поля в максимуме, уменьшению перепада максимума и минимума потери энергии пучка и поля. Эти различия нетрудно понять, учитывая, что частицы с различными начальными скоростями захватываются в разные фазы волны, вследствие чего имеют разные периоды фазовых колебаний. В результате пучок отдает меньшую энергию,  $W_E^{max}$  уменьшается, а  $W_E^{min}$  увеличивается по сравнению со случаем монохроматического пучка.



Таблица 1У. Счетные параметры

№ exper.	$N_0$	$N_0'$	$N_1'$	$\beta$	$L/z_d$	$\tau/T_{oe}$
5	20000	0	10000	0,004	200	0,05
6	21000	16000	17000	0,0268	200	0,05

Таблица У. Начальные параметры

№ экс- та.	$\frac{n_1}{n_0}$	$\frac{V_0}{V_T}$	$\frac{V_b}{V_T}$	$\frac{\omega}{\omega_0}$	$\frac{\lambda}{z_d}$	$\frac{V_\phi}{V_T}$	$\frac{W_E^0}{W_p^0}$	$\frac{\sqrt{e\varphi_0/m}}{\gamma/k}$
5	$2 \cdot 10^{-3}$	6,0	0,6	1	50	5,6	$3,8 \cdot 10^{-4}$	0,9
6	$2 \cdot 10^{-2}$	3,15	0,6	0,99	25	2,8	$3,3 \cdot 10^{-4}$	1,1

Таблица У1. Результаты численных экспериментов

№ экс- та.	$\frac{\gamma}{\omega}$	$\frac{W_E^{max}}{\Delta W_b/2}$	$\frac{\sqrt{e\varphi_{max}/m}}{\gamma/k}$	$\frac{W_E^{max}}{W_E^{min}}$	$\alpha$	$\frac{T}{T_{расч}}$	$\frac{\Delta W_b^{max}}{W_b^0}$	$\frac{\Delta W_b^{max}}{\Delta W_b^{min}}$
5	0,06	0,9	2,2	1,8	0,08	1,3	0,15	2,2
6	0,08	0,5	2,8	1,8	0,5	1,4	0,14	1,5

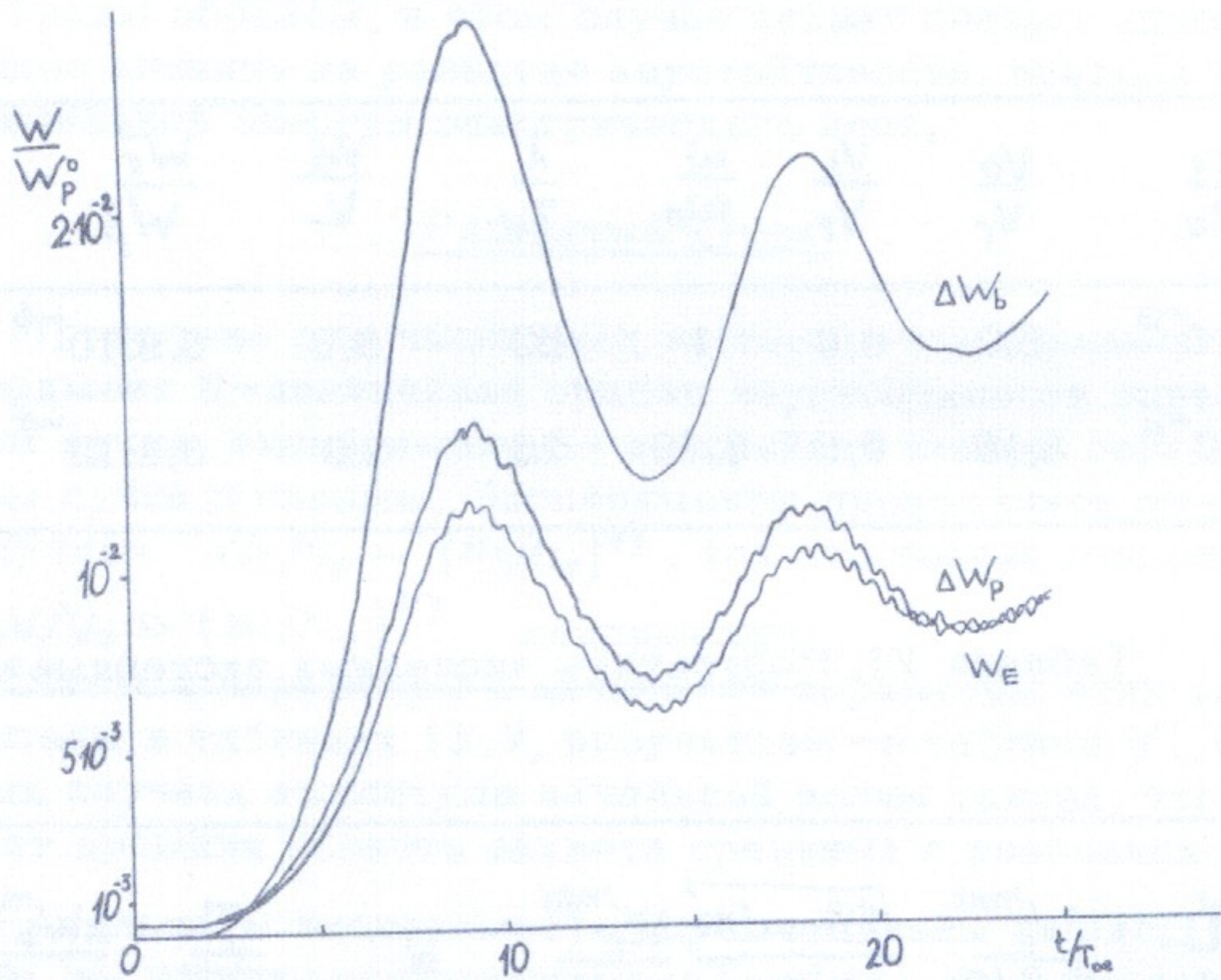


Рис.11

Зависимость  $W_E$ ,  $\Delta W_p$ ,  $\Delta W_b$  от времени; эксперимент 5.

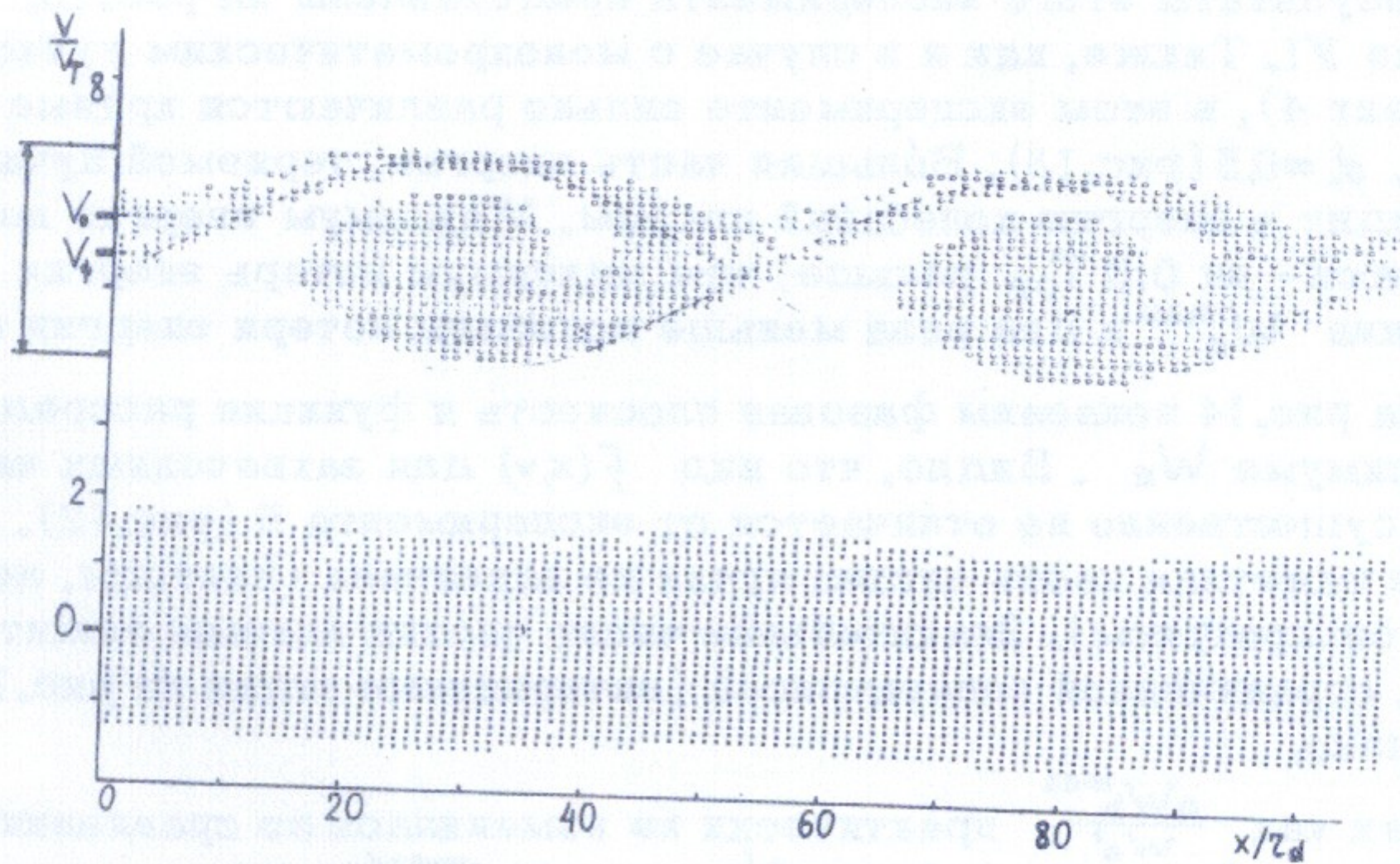
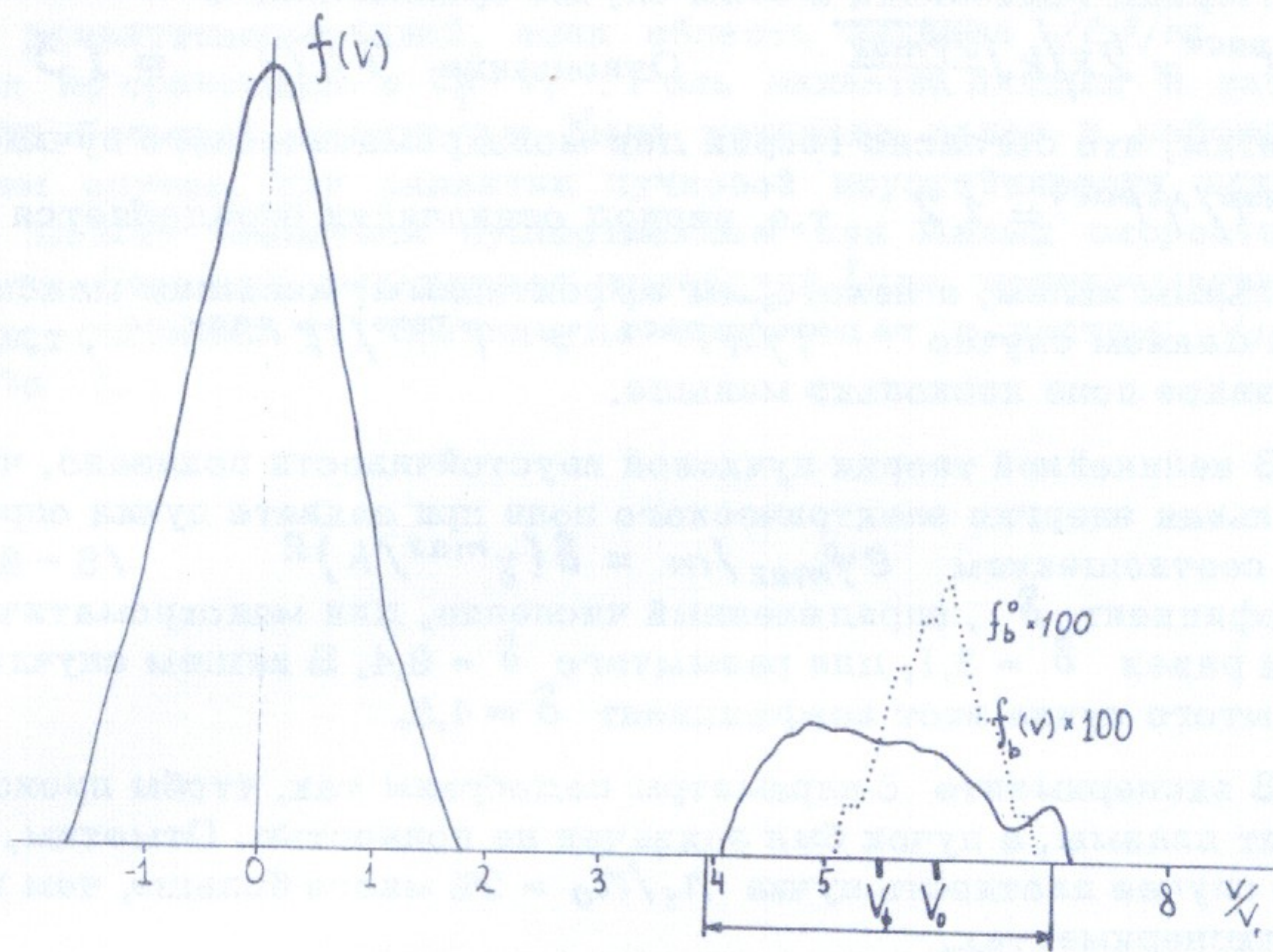


Рис. 12. Фазовая плоскость и функция распределения в ма кси-  
 муме энергии поля; эксперимент 5;  $t = 9 T_{oe}$ .

..... - начальная функция распределения пучка.

Период осцилляции в этом случае сравнивался с  
 $T_{расч} = 2\pi/k\sqrt{\frac{e\varphi_{max}}{m}}$  . Отношение  $T/T_{расч} \approx 1,3$

Отметим, что согласно теории для монохроматического пучка  
 $T_{теор}/T_{расч} \approx 1,2$  , т.е. период осцилляции определяется не мак-  
 симальным полем, а некоторым эффективным, меньшим максимального.  
 В данном случае  $T/T_{расч} > T_{теор}/T_{расч}$  , т.ч. это эф-  
 фективное поле несколько меньше.

В нелинейной теории пучковой неустойчивости показано, что мак-  
 симальная энергия электрического поля при захвате пучка определя-  
 ется соотношением  $e\varphi_{max}/m = \delta(\gamma^{max}/k)^2$  /6-8,10/.  
 Коэффициент  $\delta$  , определенный численно, для монохроматического  
 пучка равен  $\delta = 3,1$ , для размытого  $\delta = 9,4$ . В нашем случае слабо  
 размытого пучка этот коэффициент  $\delta \approx 4,5$ .

В эксперименте 6 параметры подобраны так, чтобы происходил  
 захват плазмы, а пучок был захвачен не полностью. Отметим, что в  
 этом случае плотность пучка  $n_1/n_0 = 2\%$  много больше, чем в осталь-  
 ных экспериментах.

Результаты этого эксперимента представлены на рис.13, 14 и в  
 таблице У1. Также, как и в случае с монохроматическим пучком (эк-  
 перимент 4), в этом эксперименте сильно различаются кривые  $W_E$  и  
 $\Delta W_p$  ,  $\alpha \approx 0,5$  (рис.13). Большая часть энергии, теряемой пучком (0,8)  
 переходит в энергию колебаний плазмы. Максимум энергии поля до-  
 стигается ~ на 0,6  $T_{oe}$  раньше, чем максимум потерь энергии пучка.  
 Величина  $W_E^{max}$  в два раза меньше половины потери энергии пучка.

На рис.14 показаны фазовая плоскость и функция распределения  
 в максимуме  $W_E$  . Видно, что вид  $f(x,v)$  для захваченных частиц  
 пучка существенно не отличается от эксперимента 5 (рис.12). В этом  
 случае заметная часть частиц пучка не захвачена (частицы, лежащие  
 выше сепаратрисы). Значительное число частиц плазмы лежит в об-  
 ласти, ограниченной сепаратрисой (зачерненные точки на рис.14), т.е.  
 захвачено.

Так как  $\frac{\Delta W_b^{max}}{W_b^0}$  практически не изменилась по сравнению с экс-  
 периментом 5, можно найти  $\varphi'_{max}$  из  $\Delta W_b^{max}/2$  для случая, когда  
 плазма не играет роли. Оказывается, что  $2\sqrt{\frac{e\varphi'_{max}}{m}} \sim \Delta V$  , т.е.  
 пучок должен быть захвачен полностью, если захвата плазмы нет.

Таким образом, захват плазмы играет существенную роль в раз-  
 витии неустойчивости размытого пучка и приводит к уменьшению мак-  
 симальной энергии электрического поля.

В заключение заметим, что плазма играет существенную роль в развитии колебаний, если область захвата  $\sqrt{e\varphi/m}$  не мала по сравнению с  $V_{\phi} - V_T$ . Роль захвата плазмы в затухании волны большой амплитуды была показана ранее в работе [16]. В нашем случае, при развитии пучковой неустойчивости, влияние плазмы может оказаться существенным при малых скоростях пучка или больших амплитудах колебаний (для монохроматического пучка согласно (9) амплитуда возрастает с ростом  $V_0$  и  $n_1/n_0$ ).

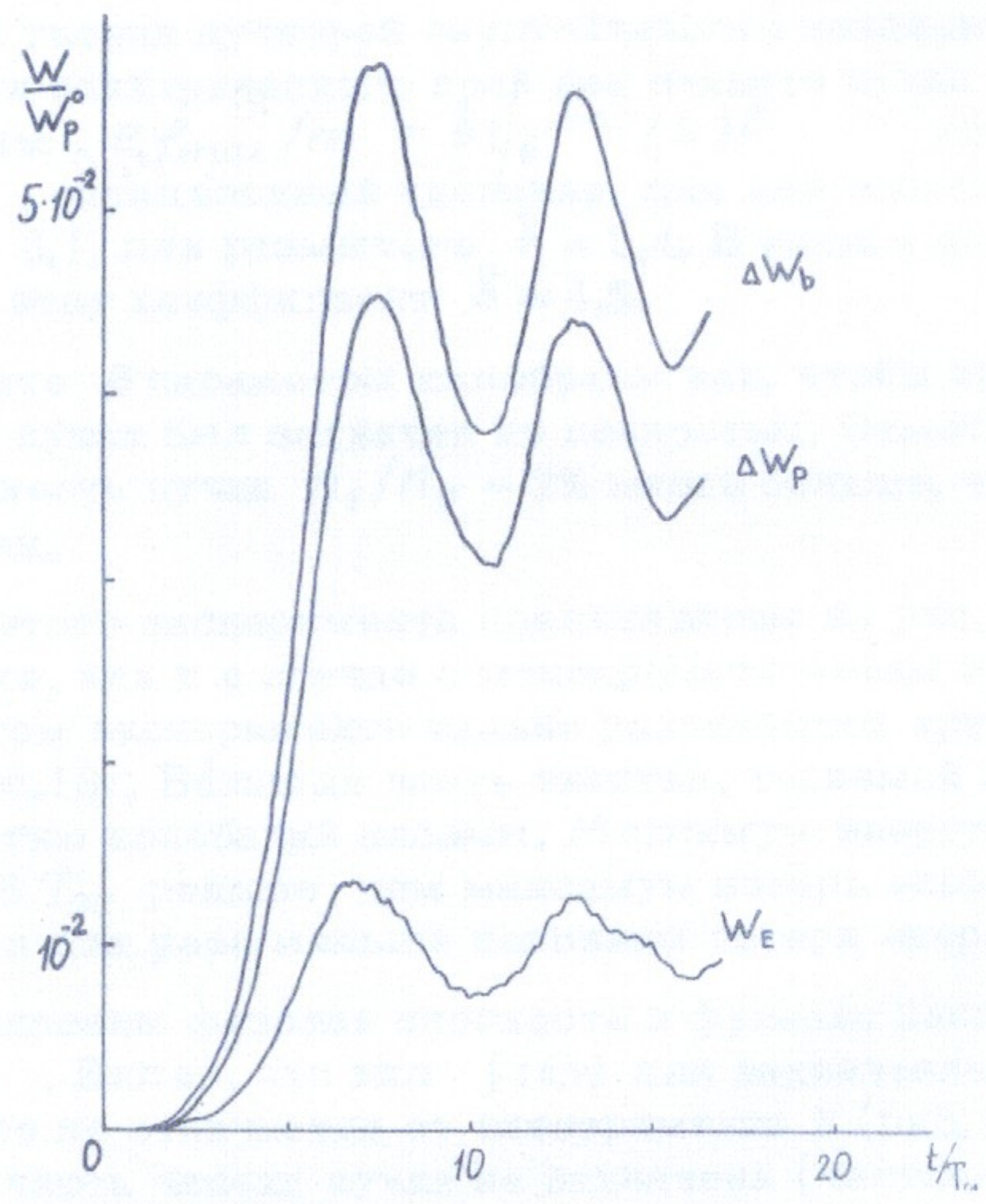


Рис.13.

Зависимость  $W_E$ ,  $\Delta W_p$ ,  $\Delta W_b$  от времени; эксперимент 6

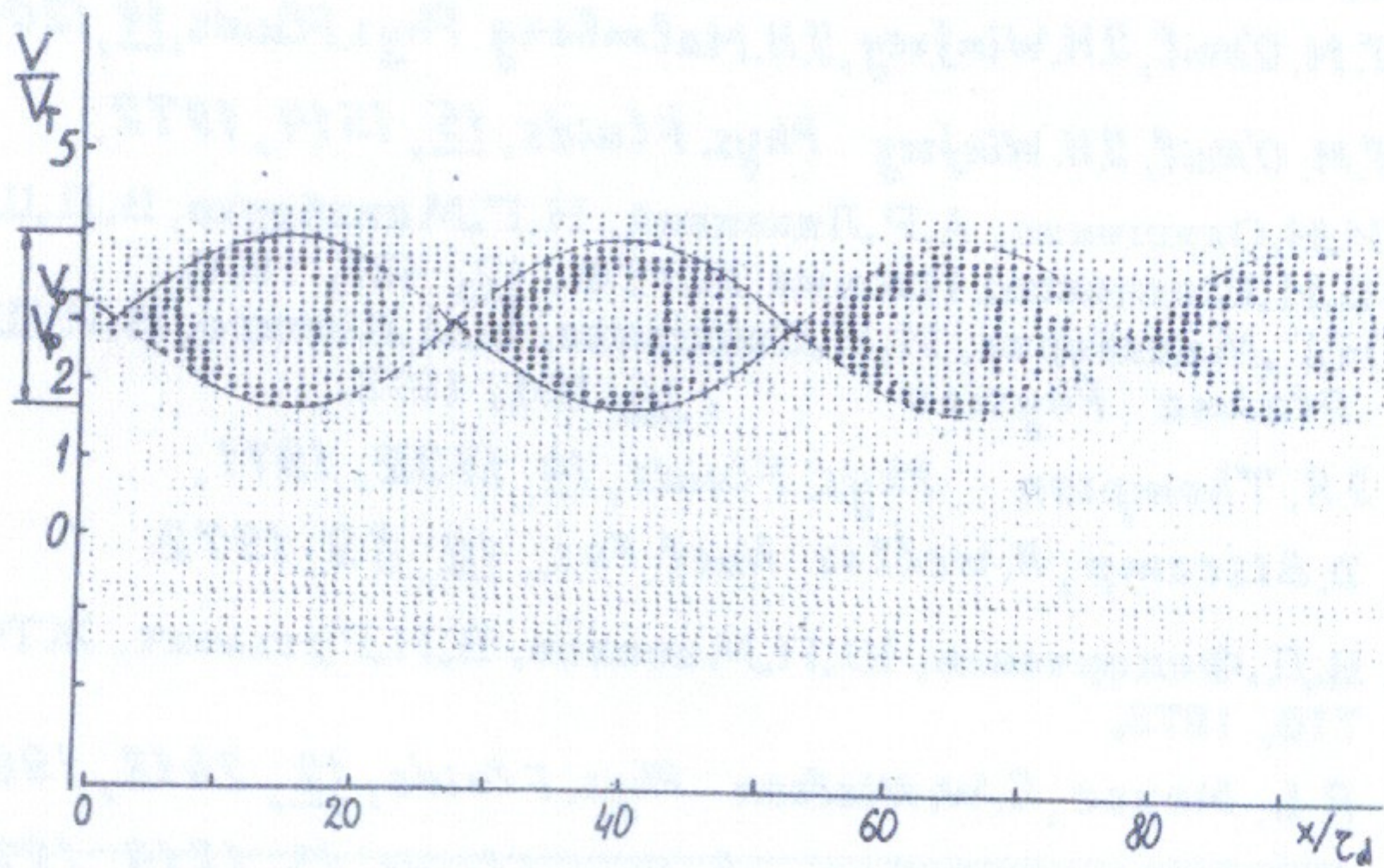
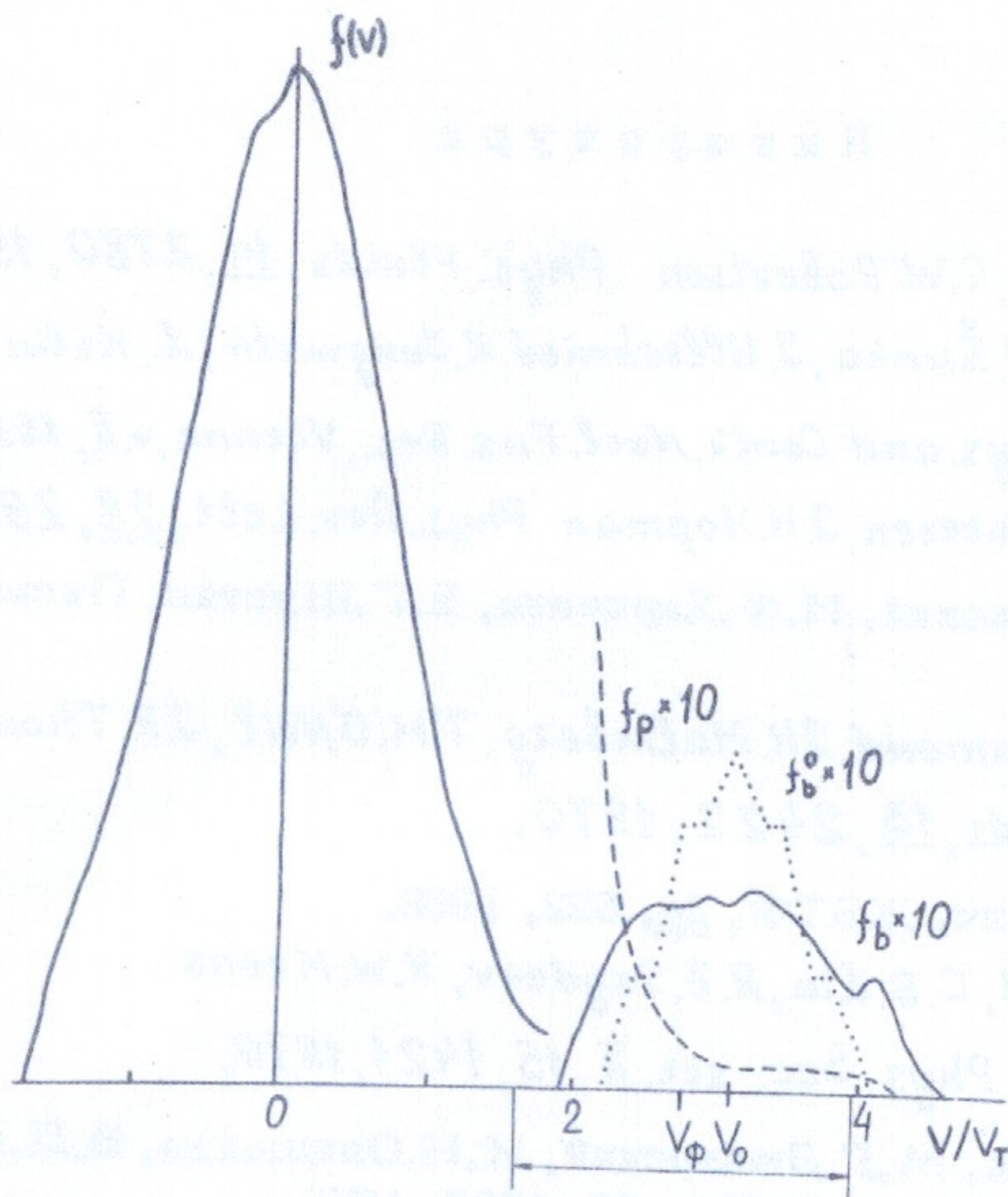


Рис.14. Фазовая плоскость и функция распределения в максимуме энергии поля; эксперимент 6;  $t = 6,8 T_{oe}$ .  
 ..... - начальная функция распределения пучка.

## Л и т е р а т у р а

1. K.W. Gentle, C.W. Robertson *Phys. Fluids*, 14, 2780, 1971.
2. V. Piffle, P. Šunka, J. Ullschmied, K. Jungwirth, L. Kzlin  
*Plasma Phys. and Contr. Nucl. Fus. Res.*, Vienna, v. II, 155, 1971.
3. J.H.A. van Wazegen, J.H. Norman *Phys. Rev. Lett.*, 28, 295, 1972.
4. В.А. Лавровский, И.Ф. Харченко, Е.Г. Шустин. Письма ЖЭТФ, 16, 602, 1972.
5. W.E. Drummond, J.H. Malmberg, T.M. O'Neil, J.R. Thompson  
*Phys. Fluids*, 13, 2422, 1970.
6. А.В. Гуревич. ЖЭТФ, 54, 522, 1968.
7. B.D. Fzied, C.S. Liu, R.Z. Sagdeev, R.W. Means  
*Bull. Am. Phys. Soc.*, ser. II, 15, 1421, 1970.
8. М.Б. Левин, М.Г. Любарский, И.Н. Онищенко, В.Д. Шапиро,  
В.И. Шевченко. ЖЭТФ, 62, 1725, 1972.
9. T.M. O'Neil, J.H. Winfrey, J.H. Malmberg *Phys. Fluids*, 14, 1204, 1971;  
T.M. O'Neil, J.H. Winfrey *Phys. Fluids*, 15, 1514, 1972.
10. И.Н. Онищенко, А.Р. Линецкий, Н.Г. Мациборко, В.Д. Шапиро,  
В.И. Шевченко. Письма ЖЭТФ, 12, 407, 1970.  
Н.Г. Мациборко, И.Н. Онищенко, В.Д. Шапиро, В.И. Шевченко,  
*Plasma Physics*, 14, 591, 1972.
11. J.R. Thompson *Phys. Fluids*, 14, 1532, 1971.
12. D. Biscamp, H. Welte *Nucl. Fus.*, 12, 89, 1972.
13. В.Д. Федорченко, Ю.П. Мазалов, Б.Н. Руткевич, ЖТФ, XIII,  
710, 1973.
14. R.L. Mozse, C.W. Nielson *Phys. Fluids*, 12, 2418, 1969.
15. J.A. Byers, M.S. Gzawal *Phys. Fluids*, 13, 1819, 1970.
16. J.M. Dawson, R. Shanny *Phys. Fluids*, 11, 1506, 1968.



---

Ответственный за выпуск С.Н.РОДИОНОВ  
Подписано к печати 23. XI-73 г. МН 17041  
Усл. 1,3 печ. л., тираж 200 экз. Бесплатно.  
Заказ № 105. ПРЕПРИНТ

---

Отпечатано на ротаприте в ИЯФ СО АН СССР, вг.