

К 62

14

**И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН С С С Р**

И Я Ф 20 - 72

А.П.Кольченко, А.А.Пухов, С.Г.Раутиан,

А.М.Шалагин

**РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПО СКОРОСТЯМ ДЛЯ АТОМОВ,
НАХОДЯЩИХСЯ ВО ВНЕШНЕМ МОНОХРОМАТИЧЕСКОМ
ПОЛЕ ПРИ УЧЁТЕ СЕЛЕКТИВНЫХ СТОЛКНОВЕНИЙ**

Новосибирск

1972

А.П.Кольченко, А.А.Пухов, С.Г.Раутиан, А.М.Шалагин

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПО СКОРОСТЯМ ДЛЯ АТОМОВ,
НАХОДЯЩИХСЯ ВО ВНЕШНЕМ МОНОХРОМАТИЧЕСКОМ
ПОЛЕ ПРИ УЧЕТЕ СЕЛЕКТИВНЫХ СТОЛКНОВЕНИЙ

А Н Н О Т А Ц И Я

Исследуется влияние упругих столкновений на распределение по скоростям возбужденных атомов, находящихся во внешнем электромагнитном поле. Используется интеграл столкновений, который одновременно учитывает изотропное рассеяние (сильные столкновения) и рассеяние на малые углы (селективное). Показано, что наряду с обычным провалом Беннета в распределении по скоростям может существовать "столкновительный" провал, обусловленный селективным рассеянием. Зависимость его параметров (ширины и амплитуды) иная, чем у провала Беннета. Этот факт заметно сказывается на спектральных характеристиках газовых ОКГ.

БИБЛИОТЕКА
Института ядерной
физики СО АН СССР
ИНВ. № _____

Введение

В большинстве работ по нелинейной спектроскопии газов и по газовым лазерам интерпретация опытных данных проводится в рамках модели релаксационных констант, где не учитывается изменение скорости \bar{v} атомов при столкновениях. Первый анализ влияния рассеяния на спектральные характеристики газовых лазеров дан в работе /1/, в которой рассмотрены две полуфеноменологические модели — модели сильных и слабых столкновений. Было установлено далее, что модель сильных столкновений хорошо описывает резонансный обмен возбуждением /2-4/, пленение резонансного излучения /5,6/, рассеяние на малых прицельных параметрах /7/. В работах /5,8/ экспериментально установлена существенная роль пленения резонансного излучения в *He-Ne* лазере. Таким образом, модель сильных столкновений оказывается применимой и адекватной ряду экспериментальных ситуаций. Что касается модели слабых столкновений, то здесь положение значительно менее ясно. С одной стороны и общие соображения, и анализ интегралов столкновений для конкретных потенциалов взаимодействия сталкивающихся частиц /7/ свидетельствуют о том, что такие столкновения должны играть не меньшую роль, чем столкновения со сбоем фазы атомного осциллятора (Вайскопфовский механизм уширения). С другой стороны, экспериментальные исследования, направленные на выявление роли слабых столкновений, в настоящее время почти полностью отсутствуют (за исключением разве лишь работы /9/), а результаты по уширению спектральных структур, возникающих за счет нелинейных явлений, интерпретируются как следствие ударного уширения.

В данной работе анализируются эффекты диффузии в пространстве скоростей при одновременном наличии, в соответствии с результатами /7/, сильных и слабых столкновений. Для описания слабых столкновений используется модель разностного ядра (см. /7/) с последующим решением интегрального уравнения. Такой подход обеспечивает большую общность по сравнению с "моделью слабых столкновений" /10/, т.к. не предполагает диффузионного характера изменения скорости v_x . Основное внимание уделено анализу распределения воз-

х) Чтобы отличить рассматриваемую модель от модели /1/, термин "слабые столкновения" заменен ниже на термин "селективные столкновения".

бужденных атомов по скоростям, являющемуся основой при исследовании нелинейных явлений в газах. Кроме того, в разделе 6 рассмотрена структура провала Лэмба в графике работы монохроматического поля и дана интерпретация экспериментальных данных [9] на основе разобранной модели.

Большое количество вопросов нелинейной спектроскопии связано с решением задачи о взаимодействии двухуровневой системы с внешним полем, спектр которого сосредоточен вблизи частоты перехода. В настоящей работе мы также ограничимся рамками этой задачи и будем исходить из следующих уравнений для элементов матрицы плотности.

$$(\Gamma_j + \vec{v} \nabla + \partial/\partial t) \rho_j = \pm 2 \operatorname{Re} [i V_{mn}^* \rho_{mn}] + q_j + S_j; \quad \rho_j = \rho_{jj}; \quad j = m, n;$$

$$(\Gamma + \vec{v} \nabla + \partial/\partial t) \rho_{mn} = i V_{mn} [\rho_m - \rho_n] + S; \quad (1.1)$$

$$S_j = -\nu_j \rho_j(\vec{z}, \vec{v}, t) + \int A_j(\vec{v}', \vec{v}) \rho_j(\vec{z}, \vec{v}', t) d\vec{v}';$$

$$S = -\nu \rho_{mn}(\vec{z}, \vec{v}, t) + \int A(\vec{v}', \vec{v}) \rho_{mn}(\vec{z}, \vec{v}', t) d\vec{v}'.$$

Переменные \vec{z}, \vec{v} означают координату и скорость центра инерции атома; функции q_j описывают процессы возбуждения и имеют смысл числа актов возбуждения в состоянии j, \vec{v} в единицу времени; знаки \pm соответствуют $j = m, n$; $V_{mn} = d_{mn} \exp[-i\omega_{mn}t] E(t, \vec{z})/\hbar$ — матричный элемент взаимодействия; $A_j(\vec{v}', \vec{v}), A(\vec{v}', \vec{v})$ — ядра интегралов столкновений S_j, S .

Ядра $A_j(\vec{v}', \vec{v})$ в употребляемой нами форме имеют смысл вероятности изменения скорости с \vec{v}' на \vec{v} в единицу времени в результате одного столкновения и при условии, что атом остается на уровне j . Таким образом, величина

$$\int A_j(\vec{v}', \vec{v}) d\vec{v}' \equiv \tilde{\nu}_j \quad (1.2)$$

есть частота упругих столкновений с изменением скорости на уровне j . В отличие от $\tilde{\nu}_j$, частоты ν_j включают в себя и неупругие процессы, так что в общем случае, при наличии тушащих столкновений,

$$\nu_j - \tilde{\nu}_j > 0.$$

Частота столкновений ν и ядро $A(\vec{v}', \vec{v})$ для недиагонального интеграла столкновений в общем случае комплексны, что отражает сдвиг уровней при столкновениях. В дальнейшем мы будем рассматривать упрощенный случай отсутствия "фазовой памяти", т.е. предполагать $A(\vec{v}', \vec{v}) = 0$, и, кроме того, считать ν действительной (обобщение на случай комплексной частоты ν не представляет труда).

Уравнения (1.1) охватывают довольно широкий круг явлений. К ним относятся эффекты, связанные с пространственной неоднородностью задачи, развитие процесса во времени, взаимодействие с несколькими модами и т.д. Чтобы посторонние эффекты не маскировали процесс диффузии в пространстве скоростей, будем рассматривать задачу в более чистом виде. А именно, будем считать возбуждение q_j максвелловым и не зависящим от \vec{z} и t , а внешнее поле — в виде одной плоской монохроматической волны (бегущей, либо стоячей).

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t - \vec{k} \vec{z})}; \quad \vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i\omega t} \cos \vec{k} \vec{z}. \quad (1.3)$$

В этих условиях (пренебрегая, в случае стоячей волны, пространственной неоднородностью за счет эффектов насыщения) задачу можно рассматривать как стационарную и пространственно однородную. В этих условиях уравнения (1.1) приобретают вид (в отсутствие "фазовой памяти"):

$$(\Gamma_j + \nu_j) \rho_j(\vec{v}) = q_j W(\vec{v}) + \int A_j(\vec{v}', \vec{v}) \rho_j(\vec{v}') d\vec{v}' \mp$$

$$\mp 2 G^2 \chi'(\vec{v}) [\rho_m(\vec{v}) - \rho_n(\vec{v})];$$

$$W(\vec{v}) = \exp[-\vec{v}^2/\bar{v}^2]/(\sqrt{\pi} \bar{v})^3; \quad G = d_{mn} E_0/2\hbar. \quad (1.4)$$

Недиагональный элемент ρ_{mn} и функция χ' имеют следующие выражения:
для бегущей волны

$$\rho_{mn}(\vec{v}, \vec{z}, t) = iG(\rho_m - \rho_n) e^{-i(\Omega t - \vec{k}\vec{z})}; \quad \chi(\vec{v}) = \frac{1}{\Gamma + \nu - i(\Omega - \vec{k}\vec{v})}; \quad (1.5)$$

$$\chi'(\vec{v}) = \text{Re } \chi(\vec{v}); \quad \Omega = \omega - \omega_{mn}.$$

для стоячей волны

$$\rho_{mn}(\vec{v}, \vec{z}, t) = 2iG(\rho_m - \rho_n) [\chi_+(\vec{v}) e^{-i(\Omega t - \vec{k}\vec{z})} + \chi_-(\vec{v}) e^{-i(\Omega t + \vec{k}\vec{z})}]; \quad (1.6)$$

$$\chi_{\pm}(\vec{v}) = \frac{1}{4} \frac{1}{\Gamma + \nu - i(\Omega \mp \vec{k}\vec{v})}; \quad \chi'(\vec{v}) = \text{Re} [\chi_+(\vec{v}) + \chi_-(\vec{v})].$$

Таким образом, исследование процессов диффузии в пространстве скоростей связано с решением интегрального уравнения (1.4).

2. Функция Грина уравнения (1.4)

Уравнение (1.4) будем решать методом последовательных приближений, считая взаимодействие с полем слабым. Для этой цели достаточно знать функцию Грина уравнения (1.4), т.е. решение уравнения

$$\mathcal{F}_j(\vec{v}', \vec{v}) = \frac{1}{\Gamma_j + \nu_j} \int \mathcal{A}_j(\vec{v}'', \vec{v}) \mathcal{F}_j(\vec{v}', \vec{v}'') d\vec{v}'' + \delta(\vec{v}' - \vec{v}). \quad (2.1)$$

Выражение $(2S + 2)$ -го приближения для ρ_j через $2S$ -тое с помощью функции Грина $\mathcal{F}_j(\vec{v}', \vec{v})$ находится следующим образом

$$\rho_j^{(2S+2)}(\vec{v}) = \mp \int 2G^2 \chi'(\vec{v}') [\rho_m^{(2S)}(\vec{v}') - \rho_n^{(2S)}(\vec{v}')] \frac{1}{\Gamma_j + \nu_j} \mathcal{F}_j(\vec{v}', \vec{v}) d\vec{v}'; \quad (2.2)$$

$$\rho_j^{(0)}(\vec{v}) = \frac{G_j}{\Gamma_j + \nu_j - \nu_j} W(\vec{v}).$$

Функция $\mathcal{F}_j(\vec{v}', \vec{v})$ по физическому смыслу есть стационарное распределение атомов на уровне j по скоростям \vec{v} при действии δ -образного источника на скорости \vec{v}' .

Для дальнейшего удобно выделить из ядра $\mathcal{A}_j(\vec{v}', \vec{v})$ явным образом частоту столкновений $\tilde{\nu}_j$, считая её для простоты не зависящей от скорости:

$$\mathcal{A}_j(\vec{v}', \vec{v}) = \tilde{\nu}_j B_j(\vec{v}', \vec{v}). \quad (2.2)$$

С использованием ядра $B_j(\vec{v}', \vec{v})$ метод итераций для уравнения (2.1) даёт

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_j(\vec{v}', \vec{v}) &= \delta(\vec{v}' - \vec{v}) + f_j(\vec{v}', \vec{v}); \\ f_j(\vec{v}', \vec{v}) &= \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{\tilde{\nu}_j}{\Gamma_j + \nu_j} \right)^l B_j^{(l)}(\vec{v}', \vec{v}); \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$B_j^{(l)}(\vec{v}', \vec{v}) = \int B_j(\vec{v}', \vec{v}_1) B_j^{(l-1)}(\vec{v}_1, \vec{v}) d\vec{v}_1;$$

$$B_j^{(1)}(\vec{v}', \vec{v}) \equiv B_j(\vec{v}', \vec{v}).$$

Функция Грина, таким образом, состоит из двух частей: δ -функции, в соответствии с тем, что при δ -образном возбуждении часть атомов сохраняет скорость \vec{v}' и регулярной части $f_j(\vec{v}', \vec{v})$, характеризующей "размытие" распределения за счёт диффузии в пространстве скоростей. Входящие в (2.3) величины $B_j^{(l)}(\vec{v}', \vec{v})$ (ядра порядка l) имеют простой физический смысл. А именно,

$B_j^{(l)}(\vec{v}', \vec{v})$ есть вероятность (в обычном смысле) изменения скорости с \vec{v}' на \vec{v} в результате l столкновений. Каждое из ядер $B_j^{(l)}(\vec{v}', \vec{v})$ в интеграле по \vec{v} нормировано на единицу, максимальное же значение как функции \vec{v} убывает с ростом номера l .

как это видно из (2.3).

Сходимость ряда для функции $f_j(\vec{v}', \vec{v})$ обусловлена наличием множителя $[\tilde{\nu}_j / (\Gamma_j + \nu_j)]^l$. Можно показать, что эффективное число членов ряда по порядку величины равно $n_j = \tilde{\nu}_j / (\Gamma_j + \nu_j - \tilde{\nu}_j)$ - результат, физически вполне прозрачный, т.к. n_j есть число столкновений за полное время жизни атома на уровне. Действительно, в интеграле по скоростям мы имеем

$$\int \mathcal{F}_j(\vec{v}', \vec{v}) d\vec{v} = 1 + n_j = 1 + \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{n_j}{n_j + 1} \right)^l,$$

откуда видно, что эффективное число членов ряда $\sim n_j$. Если $n_j \ll 1$, то учет столкновений сводится к незначительным поправкам. Полевые же эффекты можно учесть в любом приближении по G^2 :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_j(\vec{v}', \vec{v}) &= \delta(\vec{v}' - \vec{v}) + \frac{\tilde{\nu}_j}{\Gamma_j + \nu_j} B_j(\vec{v}', \vec{v}); \\ \rho_j(\vec{v}) &= N_j W(\vec{v}) + \frac{2G^2 N}{\Gamma_j + \nu_j} \left\{ \frac{x'(\vec{v}) W(\vec{v})}{1 + 2G^2 \tau_1 x'(\vec{v})} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\tilde{\nu}_j}{\Gamma_j + \nu_j} \int \frac{x'(\vec{v}') W(\vec{v}')}{1 + 2G^2 \tau_1 x'(\vec{v}')} B_j(\vec{v}', \vec{v}) d\vec{v}' \right\}; \end{aligned}$$

$$\tau_1 = 1/(\Gamma_m + \nu_m) + 1/(\Gamma_n + \nu_n); \quad \tilde{\nu}_j / (\Gamma_j + \nu_j) \ll 1.$$

Наибольший интерес представляет случай $n_j \gg 1$, когда эффекты диффузии в пространстве скоростей могут быть весьма заметны. При этом число членов ряда (2.3), которые необходимо удерживать, становится большим, так что надо либо суммировать весь ряд, либо искать какие-нибудь другие методы вычисления функции Грина. Мы пойдем по второму пути.

Одной из важнейших характеристик функции Грина является характерная ширина (как функции \vec{v}) ее регулярной части $f_j(\vec{v}', \vec{v})$, в частности по сравнению с характерной шириной \vec{v} максвелловского распределения $W(\vec{v})$. Здесь могут быть отмечены две крайние ситуации: ширина функции f_j порядка \vec{v} (больше она быть не

может) и много меньше \vec{v} . Для описания первой из них применима, по меньшей мере качественно, модель сильных столкновений. Вторая ситуация требует особого рассмотрения, и, как будет показано ниже, она может быть также достаточно просто описана. Промежуточный случай довольно сложен для анализа, и мы на нем останавливаться не будем.

Для реализации программы, очерченной во Введении, мы должны оперировать с ядром $A_j(\vec{v}', \vec{v})$, состоящим из двух частей, различных по своим характерным ширинам. Ту часть ядра, которая ответственна за селективное рассеяние, при определенных условиях (см. ниже) можно считать зависящей только от разности $\vec{v}' - \vec{v}$. Неселективное рассеяние будет описывать с помощью модели сильных столкновений. Такое приближение можно оправдать следующим образом. Если регулярная часть функции Грина, отвечающая неселективному рассеянию, по характеру зависимости от \vec{v} близка к максвелловскому распределению, то, как показывает анализ, результат не зависит от конкретного вида соответствующей части ядра интеграла столкновений. Итак, ядро $A_j(\vec{v}', \vec{v})$, которое мы будем использовать в дальнейшем, имеет следующую структуру:

$$A_j(\vec{v}', \vec{v}) = \tilde{\nu}_{1j} B_j(\vec{v}' - \vec{v}) + \tilde{\nu}_{2j} W(\vec{v}), \quad (2.4)$$

где $\tilde{\nu}_{1j}, \tilde{\nu}_{2j}$ - частоты селективных и неселективных столкновений соответственно.

Вообще говоря, ядро (2.4) можно использовать непосредственно для нахождения функции Грина (2.3). Однако известно /10/, что модель сильных столкновений допускает точное (с произвольным насыщением) решение уравнений (1.4), так что мы попытаемся максимально использовать этот факт и поэтому возвратимся вновь к этим уравнениям. Решение для заселенностей ρ_j будем искать в виде

$$\rho_j(\vec{v}) = R_j W(\vec{v}) + z_j(\vec{v}), \quad (2.5)$$

где $z_j(\vec{v})$ - селективная по скоростям \vec{v} часть заселенности, а R_j - амплитуда равновесной (максвелловской) части. Величину $z_j(\vec{v})$ будем вычислять с точностью до членов порядка $G^2 / (\Gamma_j + \nu_j - \tilde{\nu}_{1j})(\Gamma + \nu)$, а по поводу величины R_j не будем делать никаких предположений. Подстановка (2.5) в (1.4) с использованием того факта, что любое реальное ядро равновесное распределение обя-

зано переводить в равновесное, даёт:

$$R_j = N_j \mp \frac{2G^2 \tau_{2j} X}{1 + 2G^2 \tau_2 X} N; \quad j = m, n;$$

$$\tau_j(\vec{v}) = \frac{\tilde{\nu}_{2j}}{\Gamma_j + \nu_j} \int B_j(\vec{v}' - \vec{v}) \tau_j(\vec{v}') d\vec{v}' \mp \frac{x'(\vec{v})}{\Gamma_j + \nu_j} \frac{2G^2 N W(\vec{v})}{1 + 2G^2 \tau_2 X};$$

$$N_j = \frac{G_j}{\tilde{\Gamma}_j}; \quad N = N_m - N_n; \quad \tilde{\Gamma}_j = \Gamma_j + \nu_j - \tilde{\nu}_{2j} - \tilde{\nu}_{2j}; \quad \tau_2 = \tau_{2m} + \tau_{2n}; \quad (2.6)$$

$$\tau_{2j} = \frac{\tilde{\nu}_{2j}}{\tilde{\Gamma}_j}; \quad \tilde{\Gamma}_j = \Gamma_j + \nu_j - \tilde{\nu}_{2j} = \tilde{\Gamma}_j + \tilde{\nu}_{2j}; \quad X = \int x'(\vec{v}) W(\vec{v}) d\vec{v}.$$

Входящие сюда параметры имеют следующий смысл. N_j - значение ненасыщенной заселенности уровня j (в интеграле по скоростям); $\tilde{\Gamma}_j^{-1}$ - полное время жизни атома на уровне j ; $\tilde{\Gamma}_j^{-1}$ - время жизни по отношению к тушению, спонтанному распаду и сильным столкновениям; τ_{2j} - время, дополняющее $\tilde{\Gamma}_j^{-1}$ до полного времени жизни на уровне. Величина X , в силу принятого нами условия преобладания доплеровского уширения над ударным, равна: для бегущей волны $X = \sqrt{\pi} \exp[-(\Omega/k\bar{v})^2]$, для стоячей волны добавляется множитель $1/2$.

Проделанная нами процедура позволила получить окончательный вид для величины R_j , а также довольно простое интегральное уравнение для функции $\tau_j(\vec{v})$, ядром которого является селективная часть ядра интеграла столкновений $A_j(\vec{v}', \vec{v})$.

Величина R_j содержит в себе, кроме члена, не зависящего от поля (ненасыщенной заселенности N_j), также добавку, обусловленную полем - амплитуду известной "полосы" однородного насыщения за счет сильных столкновений. Часть заселенности $\tau_j(\vec{v})$ появляется только при наличии поля. Свободный член в уравнении для $\tau_j(\vec{v})$ есть обычный провал Беннета, амплитуда которого умень-

шена из-за однородного насыщения, интегральный член обусловлен диффузией в пространстве скоростей за счет селективных столкновений. Он также селективен по скоростям и в дальнейшем будет называться столкновительным провалом.

Для нахождения полного распределения заселенности по скоростям нам необходимо, таким образом, решить уравнение (2.6) для $\tau_j(\vec{v})$. Решение этого уравнения в общем виде не представляет труда, однако с точки зрения большей наглядности результатов задачу удобно свести к одномерной. Дело в том, что внешнее поле создает неравновесность только в направлении волнового вектора \vec{k} , так что если столкновения сохраняют равновесность в перпендикулярных направлениях, то уравнение (2.6) можно усреднить по перпендикулярным скоростям. Сделанные нами предположения о независимости частот столкновений от скорости и селективности ядра $B_j(\vec{v}' - \vec{v})$ дают, очевидно, основания для такого упрощения.

Итак, если $\tau_j(\vec{v})$ искать в виде

$$\tau_j(\vec{v}) = W(\vec{v}_\perp) \tau_j(v); \quad \vec{v} = \vec{v}_\perp + \vec{k}v/k, \quad (2.7)$$

то для функции $\tau_j(v)$ нетрудно получить уравнение

$$\tau_j(v) = \frac{\tilde{\nu}_{2j}}{\Gamma_j + \nu_j} \int B_j(v' - v) \tau_j(v') + y_j(v);$$

$$y_j(v) = \mp \frac{x'(v)}{\Gamma_j + \nu_j} \frac{2G^2 N W(v)}{1 + 2G^2 \tau_2 X}; \quad B_j(v' - v) = \int B_j(\vec{v}' - \vec{v}) d\vec{v}'_\perp. \quad (2.8)$$

С помощью соответствующей одномерной функции Грина нетрудно получить следующее выражение для $\tau_j(v)$:

$$\tau_j(v) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}_j(v' - v) y_j(v') dv' = y_j(v) + \int_{-\infty}^{\infty} f_j(v' - v) y_j(v') dv';$$

$$f_j(\eta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{n_{1j} B_j(x)}{1 + n_{1j} [1 - B_j(x)]} e^{-i\eta x} dx; \quad (2.9)$$

$$B_j(x) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\eta x} B_j(\eta) d\eta; \quad n_{1j} = \frac{\tilde{\nu}_{1j}}{\tilde{\nu}_j + \nu_j - \tilde{\nu}_{1j}} = \frac{\tilde{\nu}_{1j}}{\tilde{\nu}_j}$$

Здесь n_{1j} - число селективных столкновений за время жизни $1/\tilde{\nu}_j$; $B_j(x)$ - Фурье-трансформация ядра $B_j(\eta)$. Столкновительный провал дается сверткой регулярной части функции Грина $f_j(v \leftarrow v)$ с распределением Беннета $\psi_j(v)$.

Вопрос, насколько селективные столкновения могут быть ощутимы на фоне сильных, связан, очевидно с величиной n_{1j} . Максимальное значение величины n_{1j} (в пренебрежении спонтанной релаксацией и тушением) есть $\max n_{1j} = \tilde{\nu}_{1j}/\tilde{\nu}_{2j}$ - не что иное как отношение сечения селективного рассеяния к сечению неселективного (изотропного) рассеяния. Таким образом, $\max n_{1j}$ определяется фактически потенциалом взаимодействия между сталкивающимися частицами и не может быть поэтому произвольным. Конкретный вид потенциала нам не известен, однако можно указать примерные границы изменения n_{1j} , исходя из некоторых моделей [7]. Так в модели непроницаемых сфер сечения селективного рассеяния (дифракции) и изотропного равны, т.е. $\max n_{1j} = 1$. Примерно то же самое дает модель потенциала $\sim 1/r^3$ (r - расстояние между центрами сталкивающихся частиц). Наибольшего значения $\max n_{1j}$ можно ожидать в модели потенциала Ленарда-Джонса. В этой модели для молекулы CO_2 оказывается $\max n_{1j} \sim 8$. Значительно большие значения $\max n_{1j}$ маловероятны, но предел $n_{1j} \sim 10$ нам представляется вполне реальным.

Здесь уместно отметить следующее обстоятельство. Площади провала Беннета, столкновительного провала и "полосы" однородного насыщения относятся как

$$\tau_{1j} : \tau_{2j}^{(1)} : \tau_{2j}^{(2)};$$

$$\tau_{1j} = \frac{1}{\tilde{\nu}_j + \nu_j}; \quad \tau_{2j}^{(1)} = \frac{\tilde{\nu}_{1j}}{\tilde{\nu}_j (\tilde{\nu}_j + \nu_j)}; \quad \tau_{2j}^{(2)} = \frac{\tilde{\nu}_{2j}}{\tilde{\nu}_j (\tilde{\nu}_j + \nu_j - \tilde{\nu}_{1j} - \tilde{\nu}_{2j})}. \quad (2.10)$$

Интерпретацию этого результата удобно проводить с позиции временных представлений. Если взаимодействие может осуществляться по нескольким каналам, то в соответствии с этими представлениями, ве-

личина насыщения при взаимодействии по какому-либо каналу пропорциональна времени "отпущенному" на этот канал. Время τ_{1j} есть время, в течение которого атом не меняет скорость. Взаимодействие атома с полем в течение этого времени приводит к насыщению в виде провала Беннета, характерного для бесстолкновительной задачи. Время $\tau_{2j}^{(1)}$ "отпущено", следовательно, на селективные столкновения. Характерно, что увеличение частоты сильных столкновений приводит к укорачиванию времени $\tau_{2j}^{(1)}$. В этом смысле сильные столкновения эквивалентны столкновениям с тушением уровня. Этот факт легко понять из следующих соображений. До тех пор, пока не произошло сильное столкновение, атом может лишь медленно диффундировать в пространстве скоростей, так что неравновесность, созданная полем, хотя и несколько "размывается", но остается. Сильное столкновение любую неравновесность снимает, после чего распределение остается равновесным, независимо от того, какие затем происходят столкновения: сильные или селективные. Взаимодействие с полем после сильного столкновения может идти, следовательно, только по каналу однородного насыщения. Время $\tau_{2j}^{(2)}$, "отпущенное" на этот канал, в соответствии со сказанным, не зависит от частоты $\tilde{\nu}_{1j}$, т.е. от того, есть селективные столкновения или их нет. Сумма $\tau_{1j} + \tau_{2j}^{(1)} + \tau_{2j}^{(2)}$ всех времен, как и должно быть, равна полному времени жизни $\tau_j = 1/\tilde{\nu}_j$ атома на уровне j .

Чтобы исследовать форму столкновительного провала $\psi_j(v) - \psi_j(v)$, необходимо знать функцию $f_j(\eta)$, которая, в свою очередь, может быть вычислена, вообще говоря, только для известного ядра $B_j(\eta)$. Если, однако, число столкновений достаточно велико ($n_{1j} \gg 1$), то можно получить полезные асимптотические формулы. В этой связи существенным является поведение $B_j(x)$ при малых x :

$$B_j(x) = 1 - \alpha_j \sigma_j |x| - \beta_j \sigma_j^2 x^2 + \dots, \quad (2.11)$$

где σ_j - ширина ядра $B_j(\eta)$, а числовые множители α_j, β_j зависят от формы ядра и характера поведения $B_j(\eta)$ при $\eta \rightarrow \infty$. Знак α_j , очевидно, положителен, а β_j может быть, вообще говоря, как больше, так и меньше нуля. Следует заметить, что в зависимости от того, какой член в разложении (2.11) является определяющим, линейный или квадратичный, могут быть получены

принципиально разные результаты для функции $f_j(\eta)$. Например, использованное в /11/ ядро вида

$$B_j(\eta) = \frac{\sigma_j / \pi}{\sigma_j^2 + \eta^2} \quad (2.12)$$

даёт в разложении (2.11) $\beta_j = 0$, и линейный член оказывается главным^{x)}. Это, в свою очередь, приводит к тому, что ширина $f_j(\eta)$ становится пропорциональной n_{2j} . Если же $B_j(\eta)$ при $\eta \rightarrow \infty$ спадает быстрее, чем η^{-2} , то $\alpha_j = 0, \beta_j > 0$ и

$$f_j(\eta) = \frac{n_{2j}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[-i\eta x] dx}{1 + \beta_j \sigma_j^2 (n_{2j} + 1) x^2} = \frac{n_{2j}}{2\sigma_j \sqrt{\beta_j (n_{2j} + 1)}} \exp\left[-\frac{|\eta|}{\sigma_j \sqrt{\beta_j (n_{2j} + 1)}}\right] \quad (2.13)$$

Ширина функции $f_j(\eta)$ в данном случае меняется по другому закону ($\sim \sqrt{n_{2j} + 1}$). Какая из отмеченных ситуаций фактически имеет место — вопрос весьма важный, и ответить на него должен эксперимент. Здесь мы ограничимся рассмотрением второй из них, которой отвечает функция Грина (2.13). Её привлекательность в том, что, во-первых, имеется согласие с законом больших чисел (при большом числе столкновений n_{2j} ширина распределения пропорциональна $\sqrt{n_{2j}}$) и, во-вторых, (2.13) хорошо "стыкуется" с функцией Грина для модели слабых столкновений (см. /1/ и результат (2.17)).

Коэффициент $\sqrt{\beta_j}$, входящий в асимптотическую формулу (2.13), фактически слабо зависит от конкретной формы ядра, что иллюстрируется следующей таблицей

$B_j(\eta)$	$\frac{1}{2\sigma_j} e^{-\frac{ \eta }{\sigma_j}}$	$\frac{0,638\sqrt{\pi}}{\sigma_j} \left[1 - \Phi\left(\frac{0,638 \eta }{\sigma_j}\right)\right]$	$\frac{1}{\pi\sigma_j} e^{-\frac{\eta^2}{\sigma_j^2}}$	треугольн. форма	прямоугольн. форма
$\sqrt{\beta_j}$	1	0,641	0,500	0,457	0,408

σ_j есть полуширина "на уровне $1/e$ ". Таким образом, $\sqrt{\beta_j}$ изменяется, но не более, чем в 2 раза. Заметим, что (2.13) будет точной

x) Отметим, что здесь при $\eta = 0$ разложением (2.11) при вычислении $f_j(\eta)$ пользоваться нельзя.

функцией Грина для $B_j(\eta) = (2\sigma_j)^{-1} \exp[-|\eta|/\sigma_j]$. В дальнейшем мы будем считать $\beta_j = 1$, что означает либо экспоненциальное ядро, либо включение $\sqrt{\beta_j}$ в σ_j .

Вполне понятно, что применение разностной функции Грина должно быть ограничено рамками условия

$$\sigma_j \sqrt{n_{2j} + 1} \ll \bar{v}, \quad (2.14)$$

означающего, что дисперсия скорости за время, характерное для селективных столкновений, значительно меньше среднетепловой скорости \bar{v} .

Представляет интерес сравнить предлагаемую модель селективного рассеяния с моделью слабых столкновений /1/. В последнем случае результаты работы /1/ при ограничении (2.14) дают следующее выражение для функции Грина

$$F_j(v', v) = \frac{\sqrt{n_{2j}}}{2\sigma_j \sqrt{\beta_j}} e^{-\frac{|v' - v|}{\sigma_j \sqrt{\beta_j n_{2j}}}} \quad (2.15)$$

Этот результат отличается от модели селективного рассеяния в двух пунктах. Во-первых, функция Грина для модели слабых столкновений не содержит сингулярной части (δ -функции) и, во-вторых, ширина функции (2.15) пропорциональна $\sqrt{n_{2j}}$, а не $\sqrt{n_{2j} + 1}$, как это имеет место для регулярной части $f_j(\eta)$ функции Грина (2.13). Пер-

вое отличие связано с предположением о диффузионном характере изменения скорости в модели слабых столкновений, что заставляет пренебречь наличием провала Беннета в распределении по скоростям. Второе отличие проявляется лишь при малых n_{2j} , и причина его также вполне ясна. Проведенное сравнение говорит о некоторой ограниченности модели слабых столкновений в практически интересном предельном случае (2.14), в то время как использование функции Грина (2.13) позволяет более детально проанализировать эффекты, обусловленные селективным рассеянием.

В заключение этого раздела разберем частный пример, не связанный условием (2.14) и в то же время относительно просто анализируемый. А именно, рассмотрим ядро Кейлсона-Сторера /12/

$$B_j(\vec{v}', \vec{v}) = (\sqrt{\pi} \bar{v} \sqrt{1 - \gamma_j^2})^{-3} \exp\left[-\frac{(\vec{v}' - \gamma_j \vec{v})^2}{(1 - \gamma_j^2) \bar{v}^2}\right]; \quad (1 - \gamma_j^2) \bar{v}^2 = \sigma_j^2 \quad (2.16)$$

Параметр γ_j характеризует "память" частицы о первоначальной скорости. "Память" максимальна при $\gamma_j \rightarrow 1$. В разложении (2.3) для функции Грина ядро порядка ℓ имеет вид

$$B_j^{(\ell)}(\bar{v}, \bar{v}') = (\sqrt{\pi} \bar{v} \sqrt{1-\gamma_j^2})^{-3} \exp\left[-\frac{(\bar{v} - \gamma_j \bar{v}')^2}{(1-\gamma_j^2) \bar{v}^2}\right]. \quad (2.17)$$

Если эффективное число членов ряда велико или, что то же самое, если $n_j = \tilde{\nu}_j / \tilde{\Gamma}_j \gg 1$, то ряд можно заменить интегралом. Переходя сразу к одномерной функции Грина, получим

$$\begin{aligned} F_j(v, v') &= \delta(v-v') + \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\ell/L_j - \frac{(v - \gamma_j \ell v')^2}{(1-\gamma_j^2 \ell) \bar{v}^2}\right] \frac{d\ell}{\sqrt{\pi} \bar{v} \sqrt{1-\gamma_j^2 \ell}} = \\ &= \delta(v-v') + \frac{\tilde{\Gamma}_j L_j}{\sqrt{\pi} \bar{v}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\tilde{\Gamma}_j \tau - \frac{(v - e^{-\mu_j \tau} v')^2}{(1 - e^{-2\mu_j \tau}) \bar{v}^2}\right] \frac{d\tau}{\sqrt{1 - e^{-2\mu_j \tau}}}; \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$L_j = n_j + \frac{1}{2} - \frac{1}{12n_j} + \dots; \quad \mu_j = L_j \tilde{\Gamma}_j \ln \frac{1}{\sqrt{1-\gamma_j^2/\bar{v}^2}}; \quad \tilde{\Gamma}_j = \Gamma_j + \gamma_j - \tilde{\nu}_j.$$

Предлагаемая функция Грина интересна с нескольких точек зрения. В частности, она может быть использована в качестве обобщения модели слабых столкновений. Действительно, из второй формы записи (2.18) видно, что интегральный член совпадает с полной функцией Грина указанной модели /1/. Обобщением является добавление δ -функции, которая отражает движение атома до первого столкновения. Как и в модели слабых столкновений, интегральная часть функции (2.18) описывает уширение и сдвиг (за счёт динамического трения, или торможения) δ -образного распределения в результате n_j столкновений или, другими словами, за время $1/\tilde{\Gamma}_j$. Коэффициент μ_j (коэффициент динамического трения) характеризует "память" частицы о своей первоначальной скорости. Нетрудно видеть из (2.18), что "память" теряется за время μ_j^{-1} .

Функция (2.18), кроме всего прочего, может быть предложена в качестве модельной функции Грина, позволяющей проследить не-

прерывный переход от случая резко селективного рассеяния к модели сильных столкновений и указать границу применимости каждой из моделей. Действительно, если

$$\frac{\mu_j}{\tilde{\Gamma}_j} = \frac{\ln(1/\sqrt{1-\gamma_j^2/\bar{v}^2})}{\ln \frac{\tilde{\Gamma}_j + \tilde{\nu}_j}{\tilde{\nu}_j}} \ll 1, \quad (2.19)$$

что, в силу условия $n_j \gg 1$, может быть лишь при

$$(1+n_j) \gamma_j^2 \ll \bar{v}^2, \quad (2.20)$$

то в формуле (2.18) можно разложить $1 - \exp[-2\mu\tau]$ по степеням $\mu\tau$ и получить

$$F_j(v, v') = \delta(v-v') + \frac{n_j}{2\gamma_j \sqrt{n_j+1}} e^{-|v-v'|/\gamma_j - (v^2 - v'^2)/2\bar{v}^2} \quad (2.21)$$

Таким образом, мы получили результат (2.13) для модели селективных столкновений плюс некоторую асимметрию распределения за счёт сдвига "центра тяжести" к точке $v=0$. Эта асимметрия, как и должно быть, мала в силу условия (2.20), являющегося некоторым уточнением условия (2.14).

В другом предельном случае $\mu_j/\tilde{\Gamma}_j \gg 1$ из (2.18) непосредственно следует, что

$$F_j(v, v') = \delta(v-v') + n_j W(v); \quad W(v) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \bar{v}} e^{-v^2/\bar{v}^2}. \quad (2.22)$$

Это есть не что иное как функция Грина для модели сильных столкновений. По сути дела функция (2.18) близка к виду (2.22) и при более слабом условии. А именно, если $\mu_j/\tilde{\Gamma}_j = 1$, то для $F(v, v')$ имеет место выражение

$$F_j(v, v') = \delta(v-v') + \frac{n_j}{\sqrt{\pi} \bar{v}} \int_0^1 e^{-\frac{(v - z^2 v')^2}{(1-z^4) \bar{v}^2}} \frac{dz}{\sqrt{1-z^4}}. \quad (2.23)$$

В работе /5/ анализировалось ядро интеграла столкновений из-за пленения излучения, выражение для которого пропорционально второму члену в (2.23). Приведенные в /5/ графики показывают незначи-

тельное отличие от максвелловского распределения. Из этого следует, что для использования модели сильных столкновений вполне достаточно условия

$$\mu_j / \hat{\Gamma}_j \geq 1 \quad (2.24)$$

Это условие может реализоваться либо при достаточной близости ширины ядра σ_j к ширине максвелловского распределения \bar{v}^2 , либо при достаточно большом числе столкновений n_j . Если, например, $\sigma_j \ll \bar{v}$ (селективное рассеяние), то для справедливости (2.24) должно быть

$$\frac{1}{2} \frac{\bar{v}^2}{\sigma_j^2} \frac{1}{n_j+1} \geq 1 \quad (2.25)$$

Функция Грина (2.18) обладает всеми необходимыми свойствами, которыми должна обладать реальная функция Грина. А именно, она описывает уширение и сдвиг распределения, переводит, как в этом нетрудно убедиться, равновесное распределение в равновесное, даёт правильные результаты в предельных случаях. Основным её недостатком является зависимость уширения и сдвига от одного параметра (μ_j), тогда как фактически должны существовать два независимых параметра. Однако надо надеяться, что главные особенности явления с помощью функции (2.20) описываются правильно. Это, в частности, относится к определению границ применимости моделей сильных и селективных столкновений.

Очевидно, что селективное рассеяние может привести к новым, практически интересным результатам лишь тогда, когда сохраняется существенная неравновесность в распределении по скоростям, т.е. при условии (2.20). В дальнейшем мы не будем выходить за рамки этого условия и будем пользоваться функцией Грина (2.13).

3. Распределение заселенностей по скоростям

С помощью функции Грина вида (2.13) заселенность ρ_j уровня j выражается через табулированные функции

$$\rho_j(v) = W(v) \left\{ \mathcal{N}_j + \frac{2G^2 \mathcal{N}}{1+2G^2 \tau_2 \chi} \left[\tau_{2j}^{(2)} \chi + \tau_{1j} x'(v) + \tau_{2j}^{(1)} Y_j(v) \right] \right\}; \quad (3.1)$$

х) Этот случай тривиален, т.к. $\sigma_j \rightarrow \bar{v}$ означает, что $B_j(v', v) = W(v)$.

$$Y_j(v) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x'(v')}{\sigma_j \sqrt{n_{1j}+1}} e^{-|v-v'|/\sigma_j \sqrt{n_{1j}+1}} dv'. \quad (3.1)$$

Для определенности возьмем бегущую волну, так что

$$Y_j(v) = \frac{1}{k\sigma_j \sqrt{n_{1j}+1}} \operatorname{Re} \{ ci z_j \sin z_j - si z_j \cos z_j \}; \quad (3.2)$$

$$z_j = z'_j + i z''_j; \quad z'_j = \frac{\Gamma+v}{k\sigma_j \sqrt{n_{1j}+1}}; \quad z''_j = \frac{\Omega - kv}{k\sigma_j \sqrt{n_{1j}+1}}.$$

Здесь $ci z_j$ и $si z_j$ — интегральный косинус и интегральный синус от комплексного аргумента.

Структура распределения (3.1) такова. На максвелловской кривой, характеризующей ненасыщенную заселенность, уменьшенную (или увеличенную) за счет полосы однородного насыщения (члена, пропорционального χ), наблюдаются в общем случае два провала (или пика): провал Беннета (член $\tau_{1j} x'(v)$) и столкновительный провал, описываемый функцией $Y_j(v)$. Оба провала привязаны к резонансной скорости $v = \Omega/k$ и в зависимости от соотношения их ширины и амплитуд либо могут быть четко разделены, либо комбинируют друг с другом, давая в сумме один, "правильный", контур. Провал Беннета имеет обычную дисперсионную форму с шириной $\Gamma+v$ и амплитудой $\tau_{1j}/(\Gamma+v)$. Для определения ширины и амплитуды столкновительного провала необходимо анализировать функцию $Y_j(v)$. Прежде всего легко просматриваются два предельных случая:

$$Y_j(v) = x'(v) - 2 [k\sigma_j \sqrt{n_{1j}+1} x'(v)]^2 \left[4x'(v) - \frac{3}{\Gamma+v} \right]; \quad (3.3)$$

$$\Gamma+v \gg k\sigma_j \sqrt{n_{1j}+1}.$$

$$Y_j(v) = \frac{\pi}{2} \frac{1}{k\sigma_j \sqrt{n_{1j}+1}} e^{-|\Omega - kv|/k\sigma_j \sqrt{n_{1j}+1}}; \quad (3.4)$$

$$\Gamma+v \ll k\sigma_j \sqrt{n_{1j}+1}.$$

В первом случае столкновительный провал представляет собой слегка уширенный столкновениями провал Беннета; форма его близка к дисперсионной с шириной $\sim (\Gamma + \nu) [1 + 3(\kappa \sigma_j \sqrt{n_{1j} + 1} / (\Gamma + \nu))^2]$. Вторым случаем наиболее интересен с точки зрения исследования процессов диффузии в пространстве скоростей. Здесь практически исключено мешающее влияние ударного уширения. Примечателен тот факт, что ширина столкновительного провала $\sigma_j \sqrt{n_{1j} + 1}$ пропорциональна σ_j - ширине ядра интеграла столкновений. Таким образом, изменение параметров этой неравновесной структуры может дать информацию о величине σ_j - важной характеристике элементарного акта рассеяния. Отношение амплитуды столкновительного провала к амплитуде провала Беннета в предельном случае (3.4) равно

$$\frac{\pi}{2} \frac{\Gamma + \nu}{\kappa \sigma_j \sqrt{n_{1j} + 1}} n_{1j}, \quad (3.5)$$

т.е. может быть, в принципе, любым. В силу того, что ширины их существенно различны, каждый из провалов может быть выделен на фоне другого.

Изменение соотношения параметров $\Gamma + \nu$ и $\kappa \sigma_j \sqrt{n_{1j} + 1}$ приводит, как это нетрудно видеть, к изменению формы $Y_j(\nu)$ от дисперсионной до экспоненциальной. Для дальнейшего удобно аппроксимировать функцию $Y_j(\nu)$ дисперсионной кривой с тем расчетом, чтобы площадь её была такой же, а полуширина на полувысоте мало отличалась от истинного значения в интересующих нас пределах изменения параметров. Для этих целей может служить функция

$$Y_j(\nu) = \frac{\delta_j}{\delta_j^2 + (\Omega - \kappa \nu)^2}, \quad (3.6)$$

$$\delta_j = (\Gamma + \nu) \left[1 + \frac{3 \kappa \sigma_j \sqrt{n_{1j} + 1}}{(\Gamma + \nu) \sqrt{A^2 + \left(\frac{\Gamma + \nu}{\kappa \sigma_j \sqrt{n_{1j} + 1}} \right)^2}} \right].$$

Константа A ^{расчета} находится в пределах $\sqrt{12} \div 3/\ln 2$ и её следует выбирать из минимальной ошибки, в зависимости от области изменения параметра $(\Gamma + \nu) / \kappa \sigma_j \sqrt{n_{1j} + 1}$. Если этот параметр больше 0,3, то минимальная ошибка (меньше 1%) достигается при $A = \sqrt{12}$. В области $(\Gamma + \nu) / \kappa \sigma_j \sqrt{n_{1j} + 1} \gg 1$ удобно брать

$A = 3/\ln 2$. Если $A = 4$, то везде ошибка в определении ширины не превышает 9%, а в определении амплитуды - 15%. Нетрудно убедиться, что в предельных случаях (3.3) и (3.4), формула (3.6) дает хорошее совпадение в определении ширины и амплитуды столкновительного провала.

В практике газовых ОКГ особое место занимает снятие зависимости от давления каких-либо характеристик. В связи с этим интересно рассмотреть изменение с давлением параметров столкновительного провала, важнейшим из которых является его ширина. В выражении (3.6) для δ_j зависят от давления две величины: $(\Gamma + \nu)$ - линейная функция и $n_{1j} = \tilde{\nu}_{1j} / (\tilde{\Gamma}_j + \tilde{\nu}_{2j})$, которая имеет вид кривой с насыщением. При малых давлениях, пока константа спонтанной релаксации преобладает над частотами тушащих и сильных столкновений, величина n_{1j} линейно меняется с давлением ($n_{1j} = \tilde{\nu}_{1j} / \tilde{\Gamma}_j$). При больших давлениях n_{1j} выходит на константу. Большое количество параметров, входящих в величину δ_j приводит к богатому многообразию кривых зависимости δ_j от давления. Мы остановимся, однако, лишь на самых общих свойствах графиков δ_j и приведем примеры для нескольких важных частных случаев.

График δ_j , как видно из (3.6) идет всегда выше прямой $(\Gamma + \nu)$, характеризующей ширину провала Беннета. Это вполне ясно: столкновения с изменением скорости могут разве лишь уширять провал Беннета. В предельном случае малых давлений

$$\delta_j = \Gamma \left[1 + \frac{3 \kappa \sigma_j}{\Gamma \sqrt{A^2 + (\Gamma / \kappa \sigma_j)^2}} \right], \quad (3.7)$$

что может быть значительно больше естественной ширины линии Γ . В области больших давлений кривая δ_j асимптотически приближается к прямой $(\Gamma + \nu)$:

$$\delta_j = (\Gamma + \nu) \left[1 + 3 \left(\frac{\kappa \sigma_j \sqrt{n_{1j} + 1}}{\Gamma + \nu} \right)^2 \right]. \quad (3.8)$$

Это свойство является общим и может быть объяснено следующим образом. Расстояние, на которое диффундирует атом в пространстве скоростей ($\sigma_j \sqrt{n_{1j} + 1}$), с некоторых пор перестает зависеть от давления ($n_{1j} \rightarrow \text{const}$), а ширина провала Беннета растет неограниченно

(разумеется, в пределах $(\Gamma + \nu) \ll K\bar{v}$). Свертка регулярной части функции Грина, описывающей эту диффузию и имеющей более резко спадающие крылья, с провалом Беннета приводит вполне естественно к результату (3.8). На асимптотике (3.8) столкновительный провал не может быть выделен на фоне провала Беннета. Выход на эту асимптотику происходит довольно плавно, так что в ограниченной области давлений график δ_j может восприниматься как прямая. Например, при средних давлениях $(\Gamma + \nu)/K\sigma_j\sqrt{n_{1j}+1} < A$ имеем

$$\delta_j = (\Gamma + \nu) + \frac{3}{A} K\sigma_j\sqrt{n_{1j}+1}. \quad (3.9)$$

Если при этом $n_{1j} = \text{const}$, то (3.9) есть прямая, проходящая выше $(\Gamma + \nu)$ на величину $3\sqrt{n_{1j}+1}K\sigma_j/A$. Точка пересечения этой прямой с осью ординат может лежать значительно выше исходной точки (3.7). Наконец, максимальное отклонение кривой δ_j от $(\Gamma + \nu)$, как это видно из (3.6), а особенно из (3.9), тем больше, чем большее значение принимает величина $\sigma_j\sqrt{n_{1j}+1}$. На рис. 1 приведены несколько примеров кривых δ_j .

Отношение амплитуд столкновительного провала и провала Беннета есть

$$C_j = \frac{n_{1j}(\Gamma + \nu)}{\delta_j} = n_{1j} \left[1 + \frac{3K\sigma_j\sqrt{n_{1j}+1}}{(\Gamma + \nu)\sqrt{A^2 + [(\Gamma + \nu)/K\sigma_j\sqrt{n_{1j}+1}]^2}} \right]. \quad (3.10)$$

Отсюда видно, что область малых давлений ($n_{1j} \ll 1$) заведомо не представляет интереса, т.к. в этом случае столкновительный провал почти не заметен на фоне провала Беннета. Увеличение n_{1j} ведет к увеличению амплитуды столкновительного провала. При больших давлениях отношение (3.10) становится равным n_{1j} .

Особое место занимает случай, когда провалы не разделяются и дают один "правильный" контур. Для этого необходимо, чтобы ширины обоих провалов не слишком отличались друг от друга. Ширина суммарного контура дается выражением (как ширина суммы двух дисперсионных кривых)

$$\Delta_j = \left[\sqrt{\left(\frac{\delta_j^2 - (\Gamma + \nu)^2}{2} \frac{C_j - 1}{C_j + 1} \right)^2 + \delta_j^2 (\Gamma + \nu)^2} + \frac{\delta_j^2 - (\Gamma + \nu)^2}{2} \frac{C_j - 1}{C_j + 1} \right]^{1/2}. \quad (3.11)$$

В зависимости от давления величина Δ_j меняется от $\Delta_j = \Gamma$ (при малых давлениях) до $\Delta_j = \Gamma + \nu$ (большие давления), т.е. график δ_j имеет две общие точки с прямой $\Gamma + \nu$ (при $\nu = 0$ и $\nu \rightarrow \infty$). В промежуточной области кривая Δ_j идет выше прямой $\Gamma + \nu$. Можно отметить также другие предельные случаи, приводящие к упрощенной формуле (3.11)

$$\Delta_j = (\Gamma + \nu) \left[1 + C_j \frac{\delta_j^2 - (\Gamma + \nu)^2}{\delta_j^2 + (\Gamma + \nu)^2} \right]; \quad (C_j \ll 1). \quad (3.12)$$

$$\Delta_j = \delta_j \left[1 - \frac{1}{C_j} \frac{\delta_j^2 - (\Gamma + \nu)^2}{\delta_j^2 + (\Gamma + \nu)^2} \right]; \quad (C_j \gg 1). \quad (3.13)$$

$$\Delta_j = \sqrt{\delta_j (\Gamma + \nu)}; \quad (C_j = 1). \quad (3.14)$$

Каждый из этих результатов вполне понятен. В частности, (3.13) дает поправку к ширине столкновительного провала из-за наличия провала Беннета малой амплитуды.

4. Провал Лэмба в графике работы поля

Распределение по скоростям хотя и является наглядной характеристикой явления, однако непосредственно экспериментально оно не может быть измерено. К косвенным методам изучения распределения по скоростям можно отнести анализ формы линии работы поля при на-

наличие двух встречных бегущих волн. Выражение для работы поля в нашем случае имеет вид (стоячая волна):

$$\begin{aligned} \mathcal{P} = & \hbar \omega N_0 \frac{\sqrt{\pi}}{k\bar{v}} G^2 e^{-\left(\frac{\Omega}{k\bar{v}}\right)^2} \left\{ 1 - \frac{G^2/2}{1+2G^2\tau_2 X} \sum_{j=m,n} \left[\tau_{2j}^{(2)} \frac{\sqrt{\pi}}{k\bar{v}} e^{-\left(\frac{\Omega}{k\bar{v}}\right)^2} + \right. \right. \\ & + \frac{\tau_{2j}}{\Gamma+\nu} \left(1 + \frac{(\Gamma+\nu)^2}{(\Gamma+\nu)^2 + \Omega^2} \right) + \\ & \left. \left. + \tau_{2j}^{(1)} \int d\eta f_j(\eta) \left(\frac{4(\Gamma+\nu)}{4(\Gamma+\nu)^2 + k^2\eta^2} + \frac{4(\Gamma+\nu)}{4(\Gamma+\nu)^2 + (2\Omega - k\eta)^2} \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Здесь $f_j(\eta)$ — регулярная часть разностной функции Грина. Вычисления выполнены с учетом приближений $\Gamma+\nu \ll k\bar{v}$ и (2.20).

График работы поля \mathcal{P} как функции частоты Ω имеет вид доплеровского контура с полосой однородного насыщения и провалами. Один из них — известный провал Лэмба, два других — столкновительные провалы из-за диффузии в возбужденных состояниях m, n (зависящие от Ω интегральные члены в (4.1)). Характерно, что столкновительные провалы, отнесенные к состояниям m, n по своим параметрам могут быть существенно различными в соответствии с различным характером диффузии в этих состояниях.

Отметим одно важное обстоятельство. Форма столкновительного провала, отнесенного к уровню j , в работе поля повторяет форму столкновительного провала в распределении по скоростям на уровне j (сравни с (2.9)) с точностью до замены $(\Gamma+\nu) \rightarrow 2(\Gamma+\nu)$ $(\Omega - k\nu) \rightarrow 2\Omega$. Этот результат есть непосредственное следствие использования разностной функции Грина. С точки зрения эксперимента он имеет принципиальное значение. А именно, определяя опытным путем форму линии, можно с помощью простого пересчета графиков получить распределение по скоростям (в данном случае для разности заселенностей).

Используя разобранный в предыдущих разделах модель селективного рассеяния и учитывая аппроксимацию (3.6), нетрудно получить из (4.1) следующее окончательное выражение для работы поля:

$$\begin{aligned} \mathcal{P} \approx & e^{-\left(\frac{\Omega}{k\bar{v}}\right)^2} \left\{ 1 - \frac{G^2/2}{1+2G^2\tau_2 X} \sum_{j=m,n} \left[\tau_{2j}^{(2)} \frac{\sqrt{\pi}}{k\bar{v}} e^{-\left(\frac{\Omega}{k\bar{v}}\right)^2} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\tau_{2j}}{\Gamma+\nu} \left(1 + \frac{(\Gamma+\nu)^2}{(\Gamma+\nu)^2 + \Omega^2} \right) + \frac{\tau_{2j}^{(1)}}{\delta_j} \left(1 + \frac{\delta_j^2}{\delta_j^2 + \Omega^2} \right) \right] \right\}; \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\delta_j = (\Gamma+\nu) \left[1 + \frac{3k\sigma_j \sqrt{n_{2j}+1}}{2(\Gamma+\nu) \sqrt{A^2 + [2(\Gamma+\nu)/k\sigma_j \sqrt{n_{2j}+1}]^2}} \right].$$

В выражение для δ_j по сравнению с (3.6) здесь входит не K , а $K/2$. В остальном столкновительный провал определяется теми же зависимостями от параметров, что и (3.6), и также соотносится с провалом Лэмба, как и в распределении по скоростям — с провалом Беннета. Таким образом, анализ параметров столкновительного провала или суммарной структуры (с учетом провала Лэмба) повторяет анализ, проведенный в предыдущем разделе. Здесь мы добавим лишь следующее. Обычно в экспериментах при снятии зависимости ширины провала Лэмба от давления получают график в виде прямой линии. Тангенс наклона этой прямой связывают с сечением вайскопфовского уширения (считая сечение пропорциональным тангенсу), а точку пересечения с осью ординат — с естественной шириной линии Γ . В случае чисто ударного уширения это действительно так, однако при наличии селективных столкновений ситуация может существенно измениться. Действительно, если ширины столкновительного провала и провала Лэмба отличаются не очень сильно, то суммарная структура воспринимается как один провал (для простоты можно считать $\delta_m = \delta_n$) с шириной Δ_j , даваемой формулой (3.11). Зависимость Δ_j от давления, вообще говоря, нелинейна, однако в области рабочих давлений, обычно ограниченной сверху и снизу, экспери-

ментальные точки в пределах ошибки вполне могут ложиться на прямую линию. Тангенс наклона ее и точка пересечения с осью ординат будут зависеть теперь от той области давлений, где сняты результаты, так что обработка данных по прежнему методу может привести к серьезной ошибке. Например, если реализуется предельный случай (3.13) в совокупности с (3.9), то тангенс наклона связан прежним соотношением с сечением вайскопфовского уширения, однако линейная экстраполяция в нуль давления даёт

$$\Delta_j = \Gamma + \frac{3}{A} k \sigma_j \sqrt{n_{2j} + 1}; \quad (A \cong 3/\ln 2), \quad (4.3)$$

где второй член может быть намного больше первого. При более низких давлениях, когда в величине n_{2j} начинает заметно проявляться влияние релаксационной константы Γ_j , изменяется как тангенс наклона, так и ордината при линейной экстраполяции в нуль давления. И только лишь в области достаточно высоких давлений (приближение (3.8)) мы вновь получаем прежние результаты.

Для однозначного определения причин уширения провала необходимо проводить измерения в достаточно широкой области давлений, чтобы уловить возможные нелинейности в ходе кривой. Экспериментальных данных на этот счет, к сожалению, пока не имеется. В противном случае, при получении линейной зависимости ширины провала Лэмба от давления, интерпретировать результат надо с большой осторожностью. В первую очередь это относится к долгоживущим системам (молекулы, атомные метастабильные).

5. Анализ экспериментальных данных /9/

Детальное сопоставление результатов изложенной выше модели с экспериментальными данными затруднено из-за практически полного отсутствия последних. Нам известна лишь одна работа /9/, имеющая к этому вопросу некоторое отношение. Построенный в /9/ график зависимости ширины провала Лэмба от давления для CO_2 -лазера с поглощающей ячейкой при линейной экстраполяции в нуль давления даёт аномально большое значение ширины (0,5 мгц), которое никак не может быть объяснено естественной шириной линии Γ ($\Gamma \sim 10^{+3}$ сек $^{-1}$). Необходимо, следовательно, предположить, что в данном случае существенным оказывается уширение из-за селективных столкновений. На основе этого предположения и данных работы /9/ можно вычислить ширину ядра элементарного акта рассеяния.

В области давлений, где были получены экспериментальные данные, можно пренебречь константами спонтанной релаксации и тушением. Величина n_{2j} , таким образом, не зависит от давления и равна

$$n_{2j} = \frac{\tilde{\nu}_{2j}}{\nu_j - \tilde{\nu}_{2j}} \cong \tilde{\nu}_{2j} / \tilde{\nu}_{2j}. \quad (5.1)$$

Для оценки этой величины воспользуемся сведениями из работы /7/, где в модели потенциала Ленарда-Джонса приведены значения величины ρ_0^2/a^2 - отношения квадрата радиуса Вайскопфа к квадрату радиуса непроникновения, которое для молекулы CO_2 оказывается равным ~ 9 . В переводе на частоты сильных и селективных столкновений это означает

$$\frac{\rho_0^2}{a^2} \sim \frac{\tilde{\nu}_{2j} + \tilde{\nu}_{2j}}{\tilde{\nu}_{2j}} = n_{2j} + 1 \sim 9. \quad (5.2)$$

Будем считать далее, что рассеяние в состояниях m, n происходит одинаково ($\sigma_m = \sigma_n = \sigma$; $n_{2m} = n_{2n} = n$; $\Delta_m = \Delta_n = \Delta$).

Из рис.2 и оценки (5.2) следует, что в пределах экспериментальной кривой амплитуда столкновительного провала больше амплитуды провала Лэмба ($C \sim 4$). Поэтому в указанных пределах справедливо следующее приближение для ширины Δ полного провала:

$$\Delta = \nu + \frac{\ln 2}{2} k \sigma \sqrt{n+1}, \quad (A = 3/\ln 2), \quad (5.3)$$

т.е. тоже линейная функция давления.

Линейная экстраполяция (5.3) в нуль давления даёт:

$$\frac{\ln 2}{2} k \sigma \sqrt{n+1} = 0,5 \text{ Мгц}; \quad k \sigma \cong 0,48 \text{ Мгц}. \quad (5.4)$$

Сопоставим этот результат с оценкой $k \sigma$ по формуле для квантовой неопределенности угла рассеяния

$$\vartheta \sim \lambda/d \sim \sigma/\bar{v}; \quad \lambda = \hbar/m\bar{v}\sqrt{2}, \quad (5.5)$$

где d - некоторый характерный размер молекулы CO_2 по порядку величины равный радиусу сферы непроникновения, а λ - комп-

тоновская длина волны для средней относительной скорости. Для $d \sim 4\lambda$ (см./7/) имеем ($T = 1000^\circ\text{K}$, длина волны излучения $\lambda = 10^{-3}$ см):

$$K\sigma \sim 0,25 \text{ МГц} \quad (5.6)$$

Таким образом, значение для $K\sigma$, найденное на основе модели селективного рассеяния и оценка по формуле для квантовой неопределенности угла рассеяния совпадают по порядку величины. К сожалению это пока единственные данные и придавать большое значение этому совпадению нельзя — оно может быть и случайным. Однако, если совпадение результатов (5.4) и (5.6) не случайно, то это говорит о заметной роли рассеяния вперед, которое в основном определяется диффракционными явлениями. Чтобы выяснить данный вопрос, необходимо ставить дополнительные эксперименты, направленные на выявление роли диффузии в пространстве скоростей за счет селективных столкновений. Основное внимание в этих экспериментах должно быть уделено области низких давлений, т.к. именно здесь могут проявиться специфические особенности явления, как то нелинейный ход графика зависимости ширины провала Лэмба от давления и т.д.

Л и т е р а т у р а

- / 1 / С.Г.Раутиан. ЖЭТФ, 51, 1176, 1966.
- / 2 / А.П.Казанцев. ЖЭТФ, 51, 1751, 1966.
- / 3 / А.П.Казанцев, Г.И.Сурдутович. Труды II Всесоюзного симпозиума по нелинейной оптике, изд.Наука СО АН СССР, Новосибирск, 1968, стр.118.
- / 4 / А.И.Алексеев, В.М.Галицкий. ЖЭТФ, 57, 1002, 1969.
- / 5 / И.М.Бетеров, Ю.А.Матюгин, С.Г.Раутиан, В.П.Чеботаев. ЖЭТФ, 58, 1243, 1970.
- / 6 / М.И.Дьяконов, В.И.Перель. ЖЭТФ, 58, 1090, 1970.
- / 7 / А.П.Кольченко, С.Г.Раутиан, А.М.Шалагин. ЖЭТФ (в печати).
- / 8 / И.М.Бетеров, Ю.А.Матюгин, В.П.Чеботаев. ЖЭТФ, Письма, 10, 296, 1969.
- / 9 / С.Н.Багаев, Л.С.Василенко, В.П.Чеботаев. Препринт Института физики полупроводников СО АН СССР, № 15, 1970.
- / 10 / А.П.Кольченко, С.Г.Раутиан. ЖЭТФ, 54, 959, 1968.
- / 11 / T. Hänsch, P. Toschek. Доклад на Всесоюзном симпозиуме по физике газовых ОКГ. Новосибирск, 30 июня — 4 июля 1969 г.
- / 12 / J. Keilson, J. E. Storer. *Quart. Appl. Math.*, 10, 243, 1952.

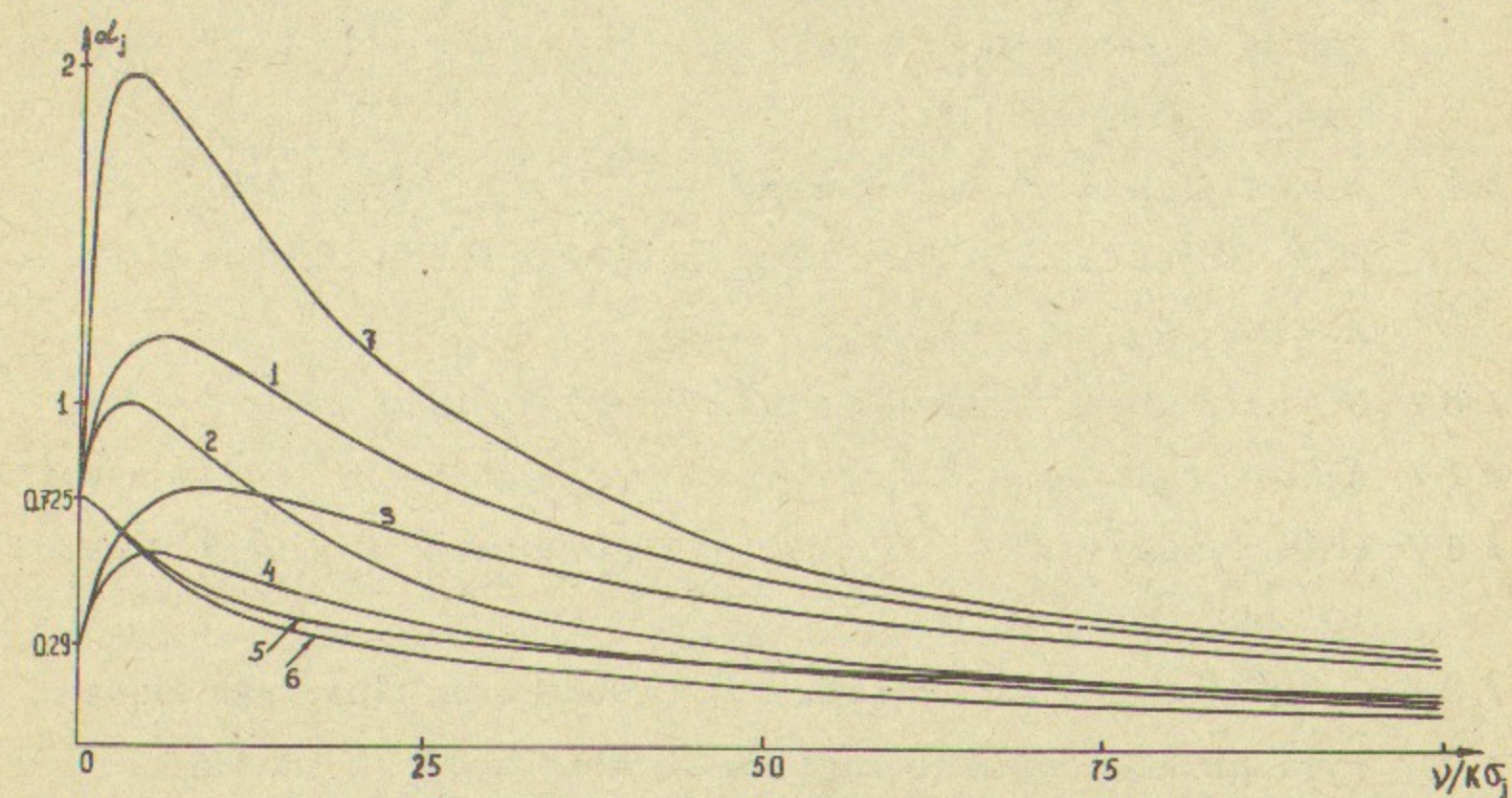


Рис.1. Графики величины $\alpha_j = [\delta_j - (\Gamma + \nu)] / \kappa \sigma_j$, характеризующей разность ширин столкновительного "провала" и "провала" Беннета.

- 1) $\eta_j \equiv (\nu_j - \tilde{\nu}_{Lj}) / \nu_j = 0,1$; $\alpha_j \equiv \nu_j \kappa \sigma_j / \nu \Gamma_j = 1$;
 $\gamma_j \equiv \Gamma / \kappa \sigma_j = 1$; 2) $\eta_j = 0,2$; $\alpha_j = 1$; $\gamma_j = 1$; 3) $\eta_j = 10^{-1}$;
 $\alpha_j = 1$; $\gamma_j = 10$; 4) $\eta_j = 0,2$; $\alpha_j = 1$; $\gamma_j = 10$; 5) $\eta_j = 0,1$; $\alpha_j = 0,1$;
 $\gamma_j = 1$; 6) $\eta_j = 0,2$; $\alpha_j = 0,1$; $\gamma_j = 1$; 7) $\eta_j = 0,1$; $\alpha_j = 10$; $\gamma_j = 1$.

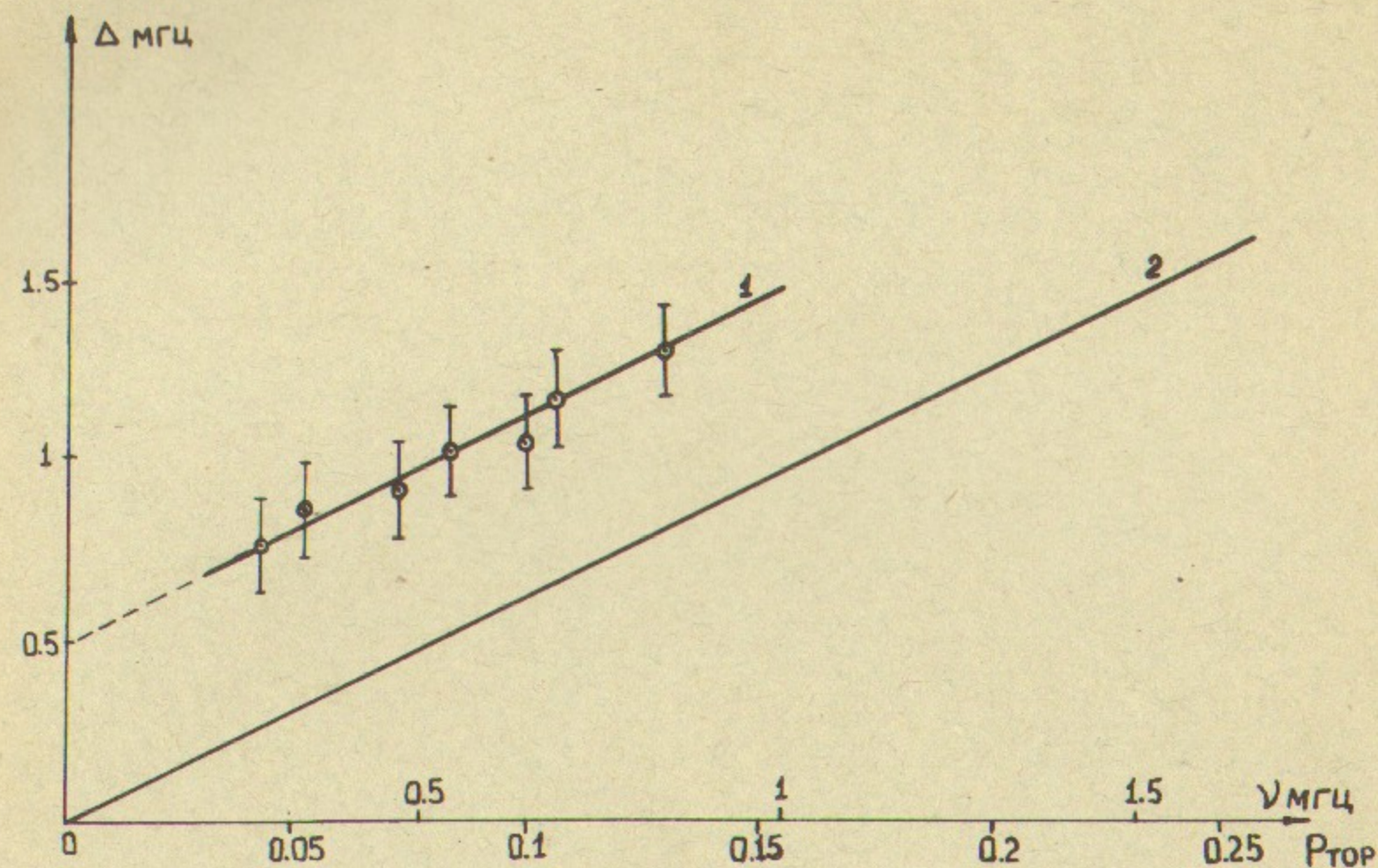


Рис.2. Зависимость ширины Δ "провала" Лэмба в CO_2 -лазере с поглощающей ячейкой. 1 - линейная аппроксимация экспериментальных данных θ , 2 - график $\Delta = \nu$.

Ответственный за выпуск Шалагин А.М.
Подписано к печати 17/IV-72 г. ЛМ 10201
Усл. 1,5 печ.л., тираж 250 экз. Бесплатно.
Заказ № 20 . ПРЕПРИНТ

Отпечатано на ротапринтере в ИЯФ СО АН СССР , нв.