2

И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ИЯФ 2 - 72

С.А.Хейфец

О РАССЕЯНИИ КВАНТОВ НА ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЭЛЕКТРОНАХ

Новосибирск

1972

С.А.Хейфец

О РАССЕЯНИИ γ КВАНТОВ НА ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЭЛЕКТРОНАХ

АННОТАЦИЯ

Найдена величина показателя преломления, описывающего взаимодействие γ кванта с системой поляризованных электронов. Показано, что этот результат приводит к вращению плоскости поляризации кванта при движении вдоль магнитного поля и к асимметрии в угловом распределении рассеянных γ квантов. Обсуждается зависимость величины асимметрии от толщины мишени и от зазоров между пластинами мишени.

В последние годы был проведен ряд экспериментов /1,2/, в которых изучалось рассеяние γ квантов с энергией от 200 до 500 кэв на замагниченных ферромагнитных образцах. Расчёты /3/ предсказывают, что за счёт радиационных поправок рассеяние на поляризованных электронах ферромагнетика становится асимметричным

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega}\left[1+\eta\, A(k,\theta)\, \frac{\bar{s}\,(\bar{k}\times\bar{k}')}{|\bar{k}\times\bar{k}'|}\right] \quad (1)$$

Здесь $\bar{k}$, $\bar{k}'$ импульсы кванта до и после рассеяния, $\bar{s}$, η -направление и степень поляризации электрона, $A(k,\theta)$ -коэффициент асимметрии, величина которого согласно /3/ лежит в пределах $(1\div 5)\,10^{-4}$. П.Бок обнаружил, что экспериментальная величина асимметрии на порядок больше предсказанной. Лобашов В.М. и Смотрицкий Л.М. в серии своих экспериментов /2/ не только подтвердили результат Бока, но и обнаружили много новых явлений: величина асимметрии сначала растет с толщиной образца, а затем достигает насыщения; если образец выполнен из отдельных пластин, то эффект чувствителен к величине зазоров между ними; при движении линейно поляризованного кванта вдоль магнитного поля наблюдается поворот плоскости поляризации и ряд других особенностей. В своей работе они приходят к выводу о том, что наблюдаемые эффекты обусловлены двойным комптоновским рассеянием. Однако возникающая в первом рассеянии линейная поляризация кванта ξ_3 не зависит от направления спина электрона $\bar{s}$, а круговая поляризация ξ_2 пропорциональна $\bar{s}$. ($\bar{\xi}$ -параметры Стокса). При этом сечение второго рассеяния

$$d\sigma(\bar{\xi},\bar{s}) = \frac{r_0^2}{2}\left(\frac{\omega'}{\omega}\right)^2 d o\left\{\frac{\omega}{\omega'}+\frac{\omega'}{\omega}-\sin^2\theta\,(1-\xi_3)-\right. \quad (2)$$

$$\left.-\,\xi_2\,\bar{s}\left(\frac{\bar{k}}{m}\cos\theta+\frac{\bar{k}'}{m}\right)(1-\cos\theta)\right\}$$

не меняется при изменении направления поляризации электрона $\bar{s}\to-\bar{s}$ если поляризация кванта возникла при рассеянии в том же образце. Асимметрия, эксперименталь -

но наблюдавшейся именно в таких условиях, не возникает. Чтобы асимметрия появилась, нужен механизм, переводящий линейную поляризацию ξ_3 в круговую ξ_2 или наоборот независимо от направления $\vec{S}$ или поворачивающий плоскость линейной поляризации в зависимости от $\vec{S}$. Чтобы эффект не стал при этом слишком малым, этот механизм должен быть когерентным. Если бы длина когерентности была конечной, то естественным образом нашла бы свое объяснение и зависимость асимметрии от величины зазора между пластинами.

В настоящей работе изучается влияние когерентного рассеяния квантов на описанные эффекты. Объясняется наблюдавшийся поворот плоскости поляризации при движении вдоль $\vec{S}$ и определяется связанная с этим эффектом асимметрия в рассеянии γ квантов.

Говорить о когерентном рассеянии квантов с энергией в несколько сот кэв можно лишь для рассеяния вперед. Матрица плотности для рассеянного кванта в состоянии $|f\rangle = S_{fi}|i\rangle$ строится из коэффициентов разложения $|f\rangle$ по состояниям с определенной линейной поляризацией λ

$$|f\rangle = \sum |\lambda x_f\rangle a_\lambda{}^f ; \quad a_\lambda^f = \langle \lambda x_f | f\rangle \tag{3}$$

и по определению равна

$$\rho^f_{\lambda\mu} = \overline{a_\lambda^f a_\mu^{*f}} = \sum_{x_f} \langle \lambda x_f | S_{fi} | \sigma x_i\rangle \langle \mu x_f | S | \rho x_i\rangle^* \rho^{(i)}_{\sigma\rho} \tag{4}$$

Здесь x_f, x_i –квантовые числа (импульсы $\vec{p}, \vec{k}$ и поляризация электрона $\vec{s}$) начального и конечного состояний ($\vec{p}', \vec{k}', \vec{s}'$); $\rho^{(i)}$– матрица плотности начального состояния, связанная с параметрами Стокса

$$\rho^{(i)} = \frac{1}{2}\left(1 + \vec{\sigma}\vec{\xi}^{(i)}\right) \tag{5}$$

Матричный элемент S –матрицы

$$\langle x_f \lambda | S | x_i \sigma\rangle = \delta_{fi} - \frac{2\pi i}{V}\delta(E_f - E_i)\delta_{p'k', pk} M^{s's, \lambda\sigma}_{k'k, p'p} \tag{6}$$

связан с комптоновским сечением для поляризованных частиц соотношением

$$d\sigma(\xi^f,\xi^i;s)=\frac{2\pi}{V}\sum_{s'}\delta(E_f-E_i)\,\delta_{p'+k',p+k}\,M^{s's,\lambda'\lambda}_{k'k,p'p}\,\rho^{(i)}_{\lambda\mu}\,\overset{*}{M}{}^{s's,\sigma\mu}_{k'k,p'p}\,\rho^{(f)}_{\sigma\lambda'}. \tag{7}$$

Условие унитарности, в котором пренебрежем вкладом фотоэффекта и членами порядка α^3, имеет вид

$$i\left(M^{ss,\mu\lambda}_{kk,pp}-\overset{*}{M}{}^{ss,\lambda\mu}_{kk,pp}\right)\rho^i_{\lambda\mu}=\sigma_c(\xi^i,s) \tag{8}$$

Поляризация кванта $\bar{\xi}^f=Sp(\rho^f\bar{\sigma})$ выражается через матричные элементы M соотношением

$$\bar{\xi}^f=\bar{\xi}^i-i(T/V)\left(M^{ss,\lambda\sigma}_{kk,pp}\rho^i_{\sigma\mu}\bar{\sigma}_{\mu\lambda}-\overset{*}{M}{}^{ss,\mu\sigma}_{kk,pp}\rho^i_{\sigma\lambda}\bar{\sigma}_{\mu\lambda}\right)+$$
$$+\frac{2\pi T}{V^2}\sum\delta(E_f-E_i)\,\delta_{p'+k',p+k}\,M^{s's,\lambda\sigma}_{k'k,p'p}\,\rho^{(i)}_{\sigma\mu}\,\overset{*}{M}{}^{s's,\mu\rho}_{k'k,p'p}\,\bar{\sigma}_{\rho\lambda} \tag{9}$$

Если для $\rho^{(f)}$ использовать (5), то сечение (7) можно представить в виде:

$$d\sigma(\xi^f,\xi^i;s)=\frac{1}{2}\left[d\sigma(\xi^i,s)+\bar{\xi}^f\,d\bar{\Sigma}(\xi^i,s)\right] \tag{10}$$

Сравнение последнего члена в (9) с (7), (10), (11) показывает, что он равен $\frac{1}{2}(T/V)\int d\bar{\Sigma}(\xi^i;s)$ явный вид [4]

$$\bar{\xi}_f\, d\Sigma(\xi^i, s) = r_0^2 \frac{\omega'^2 do}{m^2 x_1^2}\Big\{ \xi_3^{(f)} \sin^2\theta + \xi_2^{(f)}\xi_2^{(i)}\Big(\frac{\omega'}{\omega} + \frac{\omega}{\omega'}\Big)\cos\theta - \frac{1}{m}\xi_2^{(f)}\bar{s}(\bar{n}'\cos\theta + \bar{n})(1-\cos\theta) + \bar{h}_{ik}\bar{s}\ \xi_k^{(f)}\xi_i^{(i)}\Big\} \tag{12}$$

где

$$\bar{h}_{ik} = \begin{pmatrix} 0; & \frac{\omega}{m}(1-\cos\theta)(\bar{n}\times\bar{n}'), & 0 \\ \frac{\omega'}{m}(1-\cos\theta)(\bar{n}'\times\bar{n}), & 0; & \frac{\omega'}{m}(1-\cos\theta)(\bar{n}\times\bar{n}')\times\bar{n}' \\ 0; & \frac{\omega}{m}(1-\cos\theta)(\bar{n}'\times\bar{n})\times\bar{n}; & 0 \end{pmatrix}$$

Первый член в (12) даёт проекцию $d\Sigma_3$, соответствующую проекции на нормаль к плоскости $\bar{\kappa}', \bar{\kappa}$. При интегрировании по азимуту, в (11) этот член выпадет. Второй член в (12) даёт круговую поляризацию при наличии начальной круговой поляризации. Третий член даёт круговую поляризацию, зависящую от знака $\bar{s}$ как и при однократном рассеянии. Оба эти члена поэтому интереса не представляют. Последний член переводит линейную поляризацию в круговую, однако возникающая поляризация тоже зависит от знака поляризации электрона $\bar{s}$. Таким образом, последний член в (9) не играет роли в нашем рассмотрении. Существенные изменения поляризации может быть обусловлены вторым членом в (9), который мы перепишем в виде (опуская несущественные индексы)

$$-(iT/2V)\Big\{ \bar{\xi}^i (M - \overset{*}{M})^{\lambda\lambda} + (M^{\lambda\sigma} - \overset{*}{M}^{\sigma\lambda})\bar{\sigma}_{\sigma\lambda} - i\,\bar{\xi}^i \times (M^{\lambda\sigma} + \overset{*}{M}^{\sigma\lambda})\bar{\sigma}_{\lambda\sigma}\Big\} \tag{13}$$

Представим сечение

$$\sigma_{\cdot}(\xi^i) = \frac{1}{2}\left[\sigma_0(s) + \bar{\xi}^{(i)}\bar{\sigma}(s)\right] \tag{14}$$

Тогда условие унитарности (8) можно расчленить на два равенства

$$i\left(M^{ss,\mu\mu}_{kk,pp} - M^{*ss,\mu\mu}_{kk,pp}\right) = \sigma_0(s); \quad i\left(M^{\mu\lambda} - M^{*\lambda\mu}\right)\bar{\sigma}_{\lambda\mu} = \bar{\delta}(s) \tag{15}$$

Таким образом, первые два члена в (13) можно переписать как

$$-(T/2V)\left\{\xi^i \sigma_0(s) + \bar{\delta}(s)\right\} \tag{16}$$

Однако согласно (14), (2) $\bar{\delta}$ имеет только компоненту

$$\delta_2 = -\frac{\omega^2}{m}\int do \left(\frac{\omega'}{\omega}\right)^2 (1-\cos\theta)\,\bar{s}\,(\bar{k}\cos\theta + \bar{k}') \tag{17}$$

и (16) описывает возникающую круговую поляризацию, снова зависящую от знака $\bar{s}$. Заметим, что все рассмотренные до сих пор члены были порядка α^2, поэтому рассматривая последний член в (13) мы имеем право в матричном элементе $M^{\lambda\sigma}$ учесть радиационные поправки порядка α^2. В общем виде амплитуда комптоновского рассеяния вперед может быть записана в виде

$$M^{s's,\lambda\sigma}_{kk,pp} = e^\lambda_\mu e^\sigma_\nu \left[f_1(k)\delta_{\mu\nu} + i\varepsilon_{\mu\nu\alpha}\sigma_\alpha f_2(k)\right]_{s's} \tag{18}$$

где $\bar{e}^1$, $\bar{e}^2$ –единичные орты, относительно которых определены параметры Стокса. В первом порядке по α отлична от нуля только амплитуда f_1, однако она не дает вклада в последнем члене выражения (13). Используя (18) его можно переписать

$$-(iT/V)\,\mathrm{Re}\,f_2\,(\bar{\xi}^i \times \bar{\sigma}_{\lambda\sigma})\left((\bar{e}^\sigma \times \bar{e}^\lambda)\bar{s}\right)$$

Члены, пропорциональные симметричным матрицам σ_1, σ_3 выпадают и окончательно, опуская несущественные члены, описанные ранее

$$\xi_\alpha^{(f)} = \xi_\alpha^{(i)} - (T/V)\, \varepsilon_{\alpha 2 \gamma}\, \xi_\gamma^{(i)} \left(\frac{\overline{s}\overline{k}}{\omega}\right)(f_2 + f_2^*) \qquad (19)$$

Отсюда видно, что вращение плоскости поляризации определяется действительной частью амплитуды радиационной поправки f_2.

$\mathrm{Im}\, f_2$ легко определяется по второму из условий (15). Подставляя туда (18) и используя явный вид σ_2 (17), найдем:

$$\mathrm{Im}\, f_2 = -\frac{r_0^2}{4}\int do\, \frac{\omega'^2}{\omega m}\cos\theta(1-\cos\theta)(1+\omega'/\omega)$$

Или

$$\mathrm{Im}\, f_2 = -\frac{\pi r_0^2}{2}(m/\omega)^2\, \Phi(\omega/m)$$

где $$\Phi(\xi) = (\xi+1)\left[\ln(2\xi+1) - 5/2\right] + 3 - \frac{3\xi+1}{2(2\xi+1)^2}$$

При малых $\omega \ll m$, $\Phi(\xi) \approx -(4/3)\xi^3$; $\mathrm{Im}\, f_2 = \frac{2\pi r_0^2}{3}\left(\frac{\omega}{m}\right)$

При $\omega \gg m$ $$\mathrm{Im}\, f_2 = -\frac{\pi r_0^2}{2}\left(\frac{m}{\omega}\right)\left[\ln\frac{2\omega}{m} - 5/2\right]$$

$\mathrm{Re}\, f_2$ определяется из дисперсионного соотношения (после выделения кинематических множителей $f_2 = \frac{1}{4m\omega}\tilde{f}_2$; $\tilde{f}_2$ -нечетная функция ω)

$$\mathrm{Re}\, f_2 = \frac{2\omega}{\pi}\int_0^\infty \frac{d\omega'}{\omega'^2 - \omega^2}\, \mathrm{Im}\, f_2$$

Константа вычитания положена равной нулю, т.к. при $\omega \to \infty$ $(m \to 0)$ ($m \to 0$) амплитуда f_2, описывающая переворот спина электрона, должна исчезать по сохранению спиральности (иначе, при $\omega \to 0$ сечение должно стремиться к классическому пределу, который даётся амплитудой f_1 и радиационные поправки должны обращаться в нуль). Для $\mathrm{Re}\, f_2$ находим

$$\mathrm{Re}\, f_2 = -r_0^2 \left(\frac{\omega}{m}\right) J\left(\frac{\omega}{m}\right); \quad J(z) = \int_0^\infty \frac{d\xi\, \Phi(\xi)}{\xi^2(\xi^2 - \xi_0^2)} \tag{20}$$

При $\omega \ll m$ $\quad J(\omega/m) \simeq -\frac{4}{3} \ln \frac{m}{\omega}$.

Амплитуды рассеяний на отдельных электронах складываются, так что из (19), (20) угол поворота плоскости поляризации

$$\psi = \eta \left(r_0^2 n_0 l\right) \left(\frac{\vec{s}\vec{k}}{\omega}\right) \left(\frac{\omega}{m}\right) J\left(\frac{\omega}{m}\right) \tag{21}$$

Здесь η - степень поляризации $\eta = n_0^{-1}(n_\uparrow - n_\downarrow)$, n_0 - полная плотность электронов $n_0 = n_\uparrow + n_\downarrow$; l - пройденный фотоном путь. Для железа при 8% степени электронов

$$\eta\, r_0^2 n_0 \cong 5 \text{ мин/мм}$$

Полученный результат (19), (21) имеет простой физический смысл. Вращение плоскости поляризации возникает как следствие разной скорости распространения двух волн с определенными круговыми поляризациями, на которые может быть разложена исходная плоско-поляризованная волна. Как известно (например, /5/), показатель преломления ν связан с амплитудой рассеяния вперед соотношением $\nu = 1 + n_0 \omega^{-1} M(\omega)$. Амплитуда рассеяния вперед кванта с круговой поляризацией α $(\alpha, \beta = \pm 1)$ $M^{\alpha\beta}$ может быть получена из (18)

$$M^{++} = f_1 - f_2 \left(\frac{\vec{s}\vec{k}}{\omega}\right), \quad M^{--} = f_1 + f_2 \left(\frac{\vec{s}\vec{k}}{\omega}\right)$$

Таким образом разница показателей преломления связана с амплитудой f_2, при этом её действительная часть даёт поворот плоскости поляризации на угол

$$\vartheta = \frac{1}{2}(\nu_+ - \nu_-)\omega l = \eta n_e l \left(\frac{\vec{s}\vec{k}}{\omega}\right) \mathrm{Re}\, f_2 \qquad (22)$$

а мнимая часть переводит круговую поляризацию в эллиптическую. Выражение (22) совпадает с (19).

Отметим, что учёт в условии унитарности связанности электрона не меняет, по существу, результат. В условии унитарности (8) в правой части теперь будет стоять сумма сечений $\sigma_c(\xi'; s) + \sigma_\gamma(\xi'; s)$, где σ_γ –сечение фотоэффекта с поляризованными частицами, $\sigma_\gamma = \frac{1}{2}(\sigma_\gamma^o + \vec{\sigma}_\gamma \vec{\xi}')$.

Поэтому в равенство (15) войдет сумма $\vec{\sigma}_c(s) + \vec{\sigma}_\gamma(s)$.

Поскольку $\vec{\sigma}_\gamma$ тоже имеет только компоненту σ_2, то утверждение, следующее за (17), остается в силе. При вычислении $\mathrm{Im}\, f_2$ следует учесть вклад от фотоэффекта $\sigma_2(s)$. Если $\omega \ll m$, то с точностью до членов $(v/c)^3$ в матричном элементе сечение фотоэффекта не зависит от поляризации и $\sigma_\gamma = 0$. Для $\omega \gg m$ сечение имеет вид

$$\sigma_\gamma = \sigma_\gamma^o \left(1 + \frac{1}{3}(\vec{s}\vec{k}/\omega)\xi_2\right)$$
$$\sigma_\gamma^o = 4\pi z^5 \alpha^4 r_0^2 (\omega/m) \qquad (23)$$

Отсюда $\sigma_\gamma = \frac{1}{3}\left(\frac{\vec{s}\vec{k}}{\omega}\right)\sigma_\gamma^o$ и $\mathrm{Im}\, f_2 = \sigma_\gamma^o/12$

что в $(8\pi/3)\, Z (Z\alpha)^4 L^{-1} (\omega/m)$ раз меньше соответствующего вклада от комптоновского рассеяния. Видимо, и при $\omega \simeq m$ влияние фотоэффекта будет мало.

Вращение плоскости поляризации (21) вызывает асимметрию в рассеянии квантов, т.к. в сечении (2) поляризация ξ_3 теперь зависит от $\vec{s}$. Отметим сразу, что при двойном рассеянии поворот плоскости поляризации происходит всегда, если плоскость второго рассеяния не совпадает с плоскостью первого. Однако этот чисто кинематический поворот не дает асимметрии, так как не зависит от знака поляризации $\bar{s}$. Это верно, конечно, если условия эксперимента симметричны по отношению к знаку поляризации. Коэффициент асимметрии определим как отношение разности числа квантов, рассеянных под данным углом, при разных знаках поляризации к их сумме

$$\delta = [N(\uparrow) - N(\downarrow)] / [N(\uparrow) + N(\downarrow)]$$

$$\delta = \frac{1}{2 n_0 l_0 d\sigma(k k_0)} \int_0^{l_0} l_2 \, dl_1 \, n_0^2 \{ d\sigma(k k' s \xi') \, d\sigma(k' k_0 s \xi) - (\bar{s} \to -\bar{s}) \}$$

l_0 -толщина мишени (считаем, что начальный пучок нормален к мишени) l_1, l_2 -пробеги до первого и между первым и вторым столкновениями, интегрирование идет по импульсу $\bar{k}'$ и по dl_1, что соответствует усреднению по точке первого рассеяния. Поляризация $\bar{\xi}'$ во втором рассеянии (сечение $d\sigma(\bar{k}' \bar{k} \bar{s} \bar{\xi})$ определено в (2)) задается относительно плоскости второго рассеяния и связано с поляризацией, приобретенной в первом рассеянии $\bar{\xi}$, соотношениями

$$\xi_1' = \xi_1 \cos 2\alpha + \xi_3 \sin 2\alpha; \quad \xi_2' = \xi_2; \quad \xi_3' = -\xi_1 \sin 2\alpha + \xi_3 \cos 2\alpha \qquad (24)$$

Здесь угол α равен углу между плоскостями обоих рассеяний плюс угол поворота (21). Используя (2), (21), (24) перепишем в виде

$$\delta = -\eta (n r_0^2)^2 \left[\left(\frac{\omega(\theta)}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{\omega(\theta_0)} \right) - \sin^2\theta_0 \right]^{-1} \frac{1}{l_0} \int_0^{l_0} dl_1 \, l_2^2 \, dO'$$

$$\left(\frac{\omega(\theta')}{\omega(\theta_0)} \right)^2 \frac{\omega(\theta')}{m} J\left(\frac{\omega(\theta')}{m} \right) \left(\frac{s\bar{k}'}{\omega'} \right) \sin^2\theta' \sin\theta_0 \sin\varphi' \tag{25}$$

$$\left[-\cos\theta_0 \sin\theta' + \sin\theta_0 \cos\theta' \cos\varphi' \right]$$

Угол θ_0 –между начальным импульсом $\bar{k}_0$ и конечным $\bar{k}$, θ– между конечным $\bar{k}$ и промежуточным $\bar{k}'$, θ' между $\bar{k}'$, $\bar{k}_0$; ось z направлена по $\bar{k}_0$. Если пренебречь зависимостью частот от углов (при $\omega \ll m$), то интегрирование выполняется легко и дает при $l_0 < l_c$ (l_c–минимальная из длины комптоновского пробега и поперечного к пучку размера мишени)

$$\delta = \eta (n_0 r_0^2 l_c)^2 \frac{\pi\omega_0}{m} J\left(\frac{\omega_0}{m}\right) \frac{\sin 2\theta_0}{1+\cos^2\theta_0} \frac{s(\bar{k}_0 \times \bar{n})}{|\bar{k}_0 \times \bar{n}|} f\left(\frac{l_0}{l_c}\right),$$

$$f(x) = x\left[1 - \frac{8}{9}x + \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{45}x^4\right] \tag{25^1}$$

Степень поляризации η входит линейно, т.к. поляризованность электронов важна только для поворота плоскости поляризации кванта, возникающей при рассеянии на неполяризованных электронах. Величина асимметрии растет сначала линейно с толщиной, достигая максимума при $l_0 \approx \frac{1}{2} l_c$. Для железа при $\omega \to m$ $l_c = 0{,}7$ см ($\frac{8\pi}{3} r_0^2 n_0 l_c = 1$), что соответствует $l_0 \approx 3{,}5$ мм. Это значение порядка того, при котором наблюдалось насыщение. Однако серьезное сравнение без численного счета сделать трудно. При $l_c < l_0$

$$\delta = \eta (n_0 r_0^2 l_c)^2 \frac{\pi\omega_0}{m} J\left(\frac{\omega_0}{m}\right) \frac{\sin 2\theta_0}{1+\cos^2\theta_0} \frac{s(\bar{k}_0 \times \bar{n})}{|\bar{k}_0 \times \bar{n}|} \left(\frac{8}{15} - \frac{1}{5}\frac{l_c}{l_0}\right)$$

Тот же результат (25) можно получить, исследуя сечение рассеяния поляризованного кванта на системе N электронов. Разница вероятностей рассеяния для противоположных знаков $\bar{S}$ равна ($S' = 1 + iT$)

$$\Delta w = |\langle \bar{k}' | T_N | \bar{k} \bar{s} \bar{e}(\bar{s}) \rangle|^2 - |\langle \bar{k}' | T_N | \bar{k}, -\bar{s}, \bar{e}(-\bar{s}) \rangle|^2 \qquad (26)$$

Аргумент $\bar{e}(\bar{s})$ показывает, что поляризация кванта сама зависит от направления спина электрона. Из PT-инвариантности следует, что

$$\langle \bar{k}' | T_N | \bar{k}, -\bar{s}, \bar{e}(-\bar{s}) \rangle = \langle \bar{k}' | T_N^{+} | \bar{k}, \bar{s}, \bar{e}(-\bar{s}) \rangle^{*}$$

Линейная поляризация кванта, возникающая при рассеянии, не зависит от спина $\bar{e}(-\bar{s}) = \bar{e}(\bar{s})$. Круговая поляризация (спиральность) при операции PT меняет знак, однако, если она появилась при первом рассеянии, то она пропорциональна вектору $\bar{s}$, поэтому

$$PT \; \xi_2(-\bar{s}) \Rightarrow -\xi_2(-\bar{s}) = \xi_2(\bar{s})$$

Таким образом, при любой поляризации

$$\Delta w = |\langle \bar{k}' | T_N | \bar{k} \bar{s} \bar{e}(\bar{s}) \rangle|^2 - |\langle \bar{k}' | T_N^{+} | \bar{k} \bar{s} \bar{e}(\bar{s}) \rangle|^2 \qquad (26^1)$$

В формулах (26), (26^1) T_N –амплитуда рассеяния на системе из N электронов, связанная с одночастичной амплитудой M соотношением

$$\langle k' \beta | T_N | k \alpha \rangle = \frac{2\pi}{V} \delta(E_f' - E_i) \langle \bar{k}' \beta | M | \bar{k} \alpha \rangle \, \mathcal{E}^{\lambda}_{\bar{k}'\bar{k}} \qquad (27)$$

$\mathcal{E}^{\lambda}_{\bar{k}'\bar{k}} \equiv \exp i(\bar{k}' - \bar{k})\bar{R}_{\lambda}$; электроны считаем локализованными в точках $\bar{R}_{\lambda}$ (такое же рассмотрение можно провести в модели свободных электронов). В (27) $\vec{R}_\lambda$ координата электрона, испытавшего отдачу. Если $\vec{k}'=\vec{k}$ и $\beta=\alpha$ (когерентное рассеяние), то в (27) нужно ещё провести суммирование по λ. Подставим (27) в (26') и используем условие унитарности $T-T^{+}=iTT^{+}$, ограничившись в нём только такими состояниями, которые могут дать когерентное усиление эффекта. Используя обозначения

$$\Delta w=\frac{NT}{2\pi V^{2}}\,\delta(E'_{\beta s'}-E_{\alpha s})\,\Delta_0 \qquad (28)$$

$$\varkappa_k=\sum_{k''\lambda}\frac{(2\pi)^{3}}{V}\,\varepsilon^{\lambda}_{k''k}\,\delta(E''_s-E_s) \qquad (29)$$

для Δ_0 найдем

$$\Delta_0=\sum\varkappa_{k'}\langle k'\beta s'|M|k'\gamma s'\rangle\langle k'\gamma s'|M^{+}|k\alpha s\rangle\langle k'\beta s'|M^{+}|k\alpha s\rangle^{*}+$$
$$+\sum\varkappa_{k}\langle k'\beta s'|M|k\gamma s\rangle\langle k\gamma s|M^{+}|k\alpha s\rangle\langle k'\beta s'|M^{+}|k\alpha s\rangle^{*}+\text{к.с.}+$$
$$+\Big|\sum(\varkappa_{k'}/2\pi)\langle k'\beta s'|M|k'\gamma s'\rangle\langle k'\gamma s'|M^{+}|k\alpha s\rangle+$$
$$+\sum(\varkappa_{k}/2\pi)\langle k'\beta s'|M|k\gamma s\rangle\langle k\gamma s|M^{+}|k\alpha s\rangle\Big|^{2}$$

Выделим амплитуду низшего порядка по α M_0, записав $M=M_0+M_1$ и учтем эрмитовость M_0 и её диагональность по поляризационным индексам при рассеянии вперед. Ограничившись членами порядка α^{4}, первую строчку можно сразу записать в виде

$$\langle k'|M_1|k'\rangle\langle k'|M_0|k\rangle\langle k'|M_0|k\rangle^{*}$$

В остальных используем снова условие унитарности

$$\langle \kappa'\beta s'|M_1-\overset{+}{M}_1|\kappa\alpha s\rangle =$$

$$=\frac{i}{4\pi^2}\Big\{\langle \kappa'\beta s'|M_0|\kappa\gamma s\rangle\langle \kappa\gamma s|M_0|\kappa\alpha s\rangle \varkappa_\kappa +$$

$$+\langle \kappa'\beta s'|M_0|\kappa'\gamma s'\rangle\langle \kappa'\gamma s'|M_0|\kappa\alpha s\rangle \varkappa_{\kappa'}\Big\}+$$

$$+\frac{2\pi i}{V}\langle \kappa'\beta s'|M|0\rangle\langle 0|\overset{+}{M}|\kappa\alpha s\rangle\,\delta(\overset{*}{E}-E-\omega)$$

Последний член учитывает связанность электрона. Окончательно находим

$$\Delta_0=\Delta_c+\Delta_\gamma$$

$$\Delta_c=\frac{i}{2}\sum \varkappa_{\kappa'}\langle \kappa'\beta s'|M_1+\overset{+}{M}_1|\kappa'\gamma s'\rangle\langle \kappa'\gamma s'|M_0|\kappa\alpha s\rangle\langle \kappa'\beta s'|M_0|\kappa\alpha s\rangle^*+$$

$$+\frac{i}{2}\sum \varkappa_\kappa\langle \kappa'\beta s'|M_0|\kappa\gamma s\rangle\langle \kappa\gamma s|M_1+\overset{+}{M}_1|\kappa\alpha s\rangle\langle \kappa'\beta s'|M_0|\kappa\alpha s\rangle^*+ \tag{30}$$

$$+\text{к.с.}$$

$$\Delta_\gamma=-\frac{1}{2}\sum \varkappa_\kappa\langle \kappa'\beta s'|M_\gamma\overset{+}{M}_\gamma|\kappa'\gamma s'\rangle\langle \kappa'\gamma s'|M_0|\kappa\alpha s\rangle\langle \kappa'\beta s'|M_0|\kappa\alpha s\rangle^*+$$

$$+\frac{1}{2}\sum \varkappa_\kappa\langle \kappa'\beta s'|M_0|\kappa\gamma s\rangle\langle \kappa\gamma s|M_\gamma\overset{+}{M}_\gamma|\kappa\alpha s\rangle\langle \kappa'\beta s'|M_0|\kappa\alpha s\rangle^*-$$

$$-\sum \varkappa_\kappa\langle \kappa'\beta s'|M_\gamma\overset{+}{M}_\gamma|\kappa\alpha s\rangle^*\langle \kappa'\beta s'|M_0|\kappa\gamma s\rangle\langle \kappa\gamma s|M_0|\kappa\alpha s\rangle+ \tag{31}$$

$$+\text{к.с.}$$

Здесь обозначено через $\langle |M_{\gamma'} \overset{+}{M}_{\gamma'}| \;\rangle$ выражение

$$\langle k'\beta s'|M_\gamma \overset{+}{M}_\gamma|k\alpha s\rangle = \frac{2\pi}{V}\sum \delta(\overset{*}{E}-E-\omega)\langle k'\beta s'|M|0\rangle\langle 0|\overset{+}{M}|k\alpha s\rangle$$

Рассмотрим выражение (30). Матричный элемент от $M_1+\overset{+}{M}_1$ может быть записан согласно (18)

$$\frac{1}{2}\langle k'\beta s'|M_1+\overset{+}{M}_1|k'\gamma s'\rangle = \delta_{\beta\gamma}\,Re f_1 + i\,Re f_2\,(\bar{e}^\beta \times \bar{e}^\gamma)\bar{s}'$$

и сразу видно, что члены в (30), пропорциональные $Re f_1$ оказываются чисто мнимыми и сокращаются. Если записать

$\bar{e}^\beta \times \bar{e}^\gamma = i(\sigma_2)_{\beta\gamma}(\bar{k}/\omega)$, то первая строчка согласно

$$\frac{2\pi}{V}\delta(E'-E)\langle k'\gamma s'|M_0|k\alpha s\rangle\langle k'\beta s'|M_0|k\alpha s\rangle^*\langle k'\beta s'|M_1+\overset{+}{M}_1|k'\gamma s'\rangle =$$
$$= -2Re f_2 \sum_{s'}\left(\frac{\bar{k}\bar{s}'}{\omega}\right) d\sigma_2(\xi^i, s', s)$$

оказывается чисто мнимой и сокращается в (30). Вторую строчку можно переписать

$$\frac{2\pi}{V}\delta(E'-E)\langle k'\beta s'|M_0|k\gamma s\rangle\langle k'\beta s'|M_0|k\lambda s\rangle^*\langle k\gamma s|M_1+\overset{+}{M}_1|k\mu s\rangle\rho_{\mu\lambda}(\xi^i) =$$
$$= -2Re(f_2)\cdot\left(\frac{\bar{s}\bar{k}}{\omega}\right)\left\{\xi_2^{(i)}\,d\sigma_0(s) + d\sigma_2(s) + i\,\xi_\alpha^{(i)}\,\varepsilon_{2\alpha\beta}\,d\sigma_\beta(s)\right\}$$

Здесь $d\sigma_0$ и $d\vec{\sigma}$ определяются через сечение (2) согласно

$$d\sigma(\xi^i, s) = \frac{1}{2}\left[d\sigma_0(s) + \vec{\xi}\, d\vec{\sigma}(s)\right]$$

Таким образом, для Δw из (28) найдем, пренебрегая Δ_{φ} (31)

$$\Delta w = -\varkappa_u (\mathrm{Re} f_2)\left(\frac{\xi \vec{K}}{\omega}\right)\xi_1^{(i)} (d\delta)_3 \frac{NT}{4\pi^2 V};$$

$$(d\delta)_3 = r_0^2 (\omega'/\omega)^2 \sin^2\theta\, d\Omega$$

Используя (20) для $\mathrm{Re} f_2$ и оценку когерентной суммы (29) $\varkappa_u = 4\pi^2 \gamma n_0 l$ получим

$$\Delta w = \gamma (n r_0^2 l)^2 \left(\frac{\omega}{m}\right) J\left(\frac{\omega}{m}\right)\left(\frac{\xi \vec{K}}{\omega}\right)\left(\frac{\omega(\theta)}{\omega}\right)^2 \xi_1 \sin^2\theta\, d\Omega$$

Коэффициент асимметрии

$$\delta = \frac{1}{2 d\sigma(\theta_0) n_0 l_0}\int_0^{l_0} dx\, n\, d\sigma(\theta'\xi)\, \Delta w(\theta) =$$

$$= \frac{1}{2}\gamma (n r_0^2)^2 \left(\frac{\omega(\theta_0)}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{\omega(\theta_0)} - \sin^2\theta_0\right)^{-1} \int_0^{l} \frac{dx}{l_0}\, d\Omega'\, l_2^2 \cdot$$

$$\frac{\omega(\theta')}{m} J\left(\frac{\omega(\theta')}{m}\right)\left(\frac{\omega(\theta)}{\omega_0}\right)^2 \left(\frac{\xi \vec{K}'}{\omega'}\right) \sin^2\theta' \sin^2\theta \sin 2\varphi$$

что совпадает с (25) (азимут φ относительно оси $\vec{K}'$). Эффект

Эффект связанности электронов описывается выражением (31) и определяется через амплитуду фотоэффекта $\langle 0|M|k\lambda s\rangle$. Однако трудно ожидать, что его влияние будет существенным, как это обсуждалось раньше.

В принятой картине может быть объяснена также наблюдавшаяся зависимость асимметрии от величины зазора между пластинами мишени. Поскольку когерентное взаимодействие кванта с веществом может быть описано коэффициентом преломления, то ясно, что на границе мишень - воздух волна, соответствующая кванту, будет испытывать преломление разное для волн с противоположными круговыми поляризациями. Как следствие этого пути, пройденные этими волнами в зазоре различны (кроме случая нормального падения), что приводит к разности фаз между ними. В результате плоскость поляризации поворачивается на угол, зависящий от величины зазора. Изменением амплитуды волны на границе раздела можно пренебречь, т.к. из формул Френеля следует, что в линейном по $\Delta\nu/\nu$ приближении изменение амплитуд одинаково для волн обеих поляризаций. Явная зависимость асимметрии от величины зазора будет определяться соотношением между толщиной мишени ℓ_0, величиной зазора a, поперечными размерами пластины ℓ_n и свободным пробегом ℓ_c.

В качестве примера приведем результат для мишени, состоящей из двух пластин толщины $\ell_0/2$ каждая в случае зазора $a < (\ell_0/2)(\ell_n/\ell_c)$, причем поперечные размеры считались большими $\ell_n \gg \ell_c$. Ответ имеет вид (25), но вместо функции $f(\ell_0/\ell_c)$ входит функция

$$\Phi(\ell_0; a) \approx 2\frac{\ell_0}{\ell_c}\left(1 - \frac{8}{9}\frac{\ell_0}{\ell_c}\right) + 2{,}4\,\frac{a}{\ell_c} - 2\,\frac{a^2}{\ell_c \ell_n}$$

Отсюдо видно, что с увеличением зазора a величина асимметрии падает, причем падение происходит до нуля при $a \sim \ell_0(\ell_n/\ell_c)$

Этот результат качественно согласуется с экспериментом, однако была бы крайне желательна постановка экспериментов, в которых измерялась бы величина асимметрии и её зависимость от величины зазора при различных поперечных размерах пластин мишени.

Основные результаты работы состоят в получении угла поворота плоскости поляризации при движении кванта вдоль поля и связанной с этим эффектом асимметрии при двойном комптоновским рассеянием. Говорить о количественном согласии с экспериментом трудно, поскольку не удается провести интегрирование в общем случае, тем более, что необходим учет конкретной геометрии эксперимента. Однако оценки дают разумные величины и можно надеяться, что изучение зависимости эффектов от поперечных размеров мишени окончательно прояснит картину.

Автор благодарен В.М.Лобашову за предварительное сообщение о наблюдавшемся повороте плоскости поляризации и ценные обсуждения проблемы в целом. Автор благодарен С.Т.Беляеву и В.Г.Зелевинскому за многочисленные дискусии, без которых эта работа не могла бы быть выполнена.

Литература

/1/ P. Bock Phys Lett. 30B, 628, (1969)
Lett Nuovo Cim 1, (2), 157 (1971)

/2/ В.М.Лобашов , Л.М.Смотрицкий. Препринт 342, Физ.-тех. институт, Ленинград, 1971.

/3/ Г.В.Фролов. ЖЭТФ, 39, 1829 (1960)
S. Miller, R. Wilcox Phys Rev 124, 637 (1961)

/4/ W. W. Wester Rev Mod Phys 33, 1, (1961)

/5/ М.Гольдбергер, К.Вотсон. Теория столкновений, Москва, 1967.

Ответственный за выпуск С.А.ХЕЙФЕЦ.
Подписано к печати 31/I-72г. МН 10138
Усл. 1 печ.л., тираж 250 экз. Бесплатно.
Заказ № 2 . ПРЕПРИНТ.

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР, гв.