25

ИНСТИТУТ
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ИЯФ 71 - 71

В.Н.Байер, В.С.Фадин

НЕУПРУГИЕ ВКЛАДЫ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ ФОРМФАКТОР ПИОНА

Новосибирск

1971

В.Н.Байер, В.С.Фадин

НЕУПРУГИЕ ВКЛАДЫ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ ФОРМФАКТОР ПИОНА

А Н Н О Т А Ц И Я

Обсуждается возможный механизм формирования электромагнитного формфактора пиона при больших времениподобных передачах импульса за счёт многоадронных промежуточных состояний.

INELASTIC CONTRIBUTIONS TO THE PION ELECTROMAGNETIC FORM FACTOR

V.N.Baier, V.S.Fadin

A b s t r a c t

The possible way has been discussed of the pion form factor formation in the region of high timelike momentum transfer due to multihadron intermediate states. Several inequalities have been found for form factor modulus $|F_\pi(s)|$ and phase $\delta_F(s)$:

$$|F_\pi(s)|^2 \leq \frac{4}{\beta^3} \frac{\sigma'_{e^+e^- \to h}}{\sigma_{e^+e^- \to \mu^+\mu^-}} \left(\frac{1+\eta}{1-\eta}\right),$$

$$\sin^2(\delta_F - \delta_{11}) \leq \frac{(1-\eta^2)}{4\eta} \left[\frac{4\sigma'_{e^+e^- \to h}}{\sigma_{e^+e^- \to \mu^+\mu^-} - \beta^3 |F_\pi|^2} - \frac{1-\eta}{1+\eta}\right]$$

where $\frac{\eta e^{2i\delta_{11}} - 1}{2i}$ – pion-pion scattering amplitude at I=J=1, $\sigma'_{e^+e^- \to h}$ – total cross section of hadron production at e^+e^- annigilation in I=J=1 chanel ($\sigma_{e^+e^- \to \pi^+\pi^-}$ extracted), $\sigma_{e^+e^- \to \mu^+\mu^-} = 4\pi\alpha^2/3s$, $\beta = \sqrt{1 - \frac{4\mu^2}{s}}$, $s = 4\varepsilon^2$.

В последних экспериментах по рождению $\pi^+\pi^-$ -пар на встречных электрон-позитронных пучках в Новосибирске /1/ и Фраскати / 2 /, в которых измеряется электромагнитный формфактор пиона $F_\pi(s)$ при энергиях $\sqrt{s} = 2\varepsilon > 1{,}0$ Гэв наблюдалось значительное превышение $|F_\pi(s)|$ над кривой Брейта–Вигнера, апроксимирующей $|F_\pi(s)|$ в районе ρ -резонанса / 3,4 /. На эксперименте / 5,6 / в этой же области энергий установлено также, что с большой вероятностью фотон переходит в многоадронные состояния. В этой связи указанное увеличение формфактора $F_\pi(s)$ можно объяснить так: фотон переходит в многоадронные состояния (это происходит с большой вероятностью), которые затем превращаются в пару пионов[x)]. Тем самым оказываются существенными промежуточные состояния с большим числом частиц, иными словами речь идет о неупругих вкладах в соотношение унитарности для формфактора. Это соотношение имеет вид:

$$\mathrm{Im}\, F_\pi(s) = \beta f_{11} F_\pi^-(s)\theta(s-4\mu^2) + \frac{(2\pi)^4}{2} \sum_{\substack{n \neq \pi^+\pi^- \\ (J=I=1)}} \delta(p_+ + p_- - p_n) \langle \pi^+\pi^- | T | n \rangle \times$$
$$\times \frac{(p_+ - p_-)^\mu \langle 0 | J_\mu(0) | n \rangle^*}{(s - 4\mu^2)} = \beta f_{11} F_\pi^-(s)\theta(s-4\mu^2) + D \tag{1}$$

Здесь выделен упругий член, выражающийся через амплитуду $f_{11}^{\pi\pi}$ рассеяния в состоянии $J = I = 1$, $\beta = \sqrt{1 - 4\mu^2/s}$, μ – масса пиона, $s = (p_+ + p_-)^2$, $p_\pm$ – импульсы пионов, $\langle n | J_\mu(0) | 0 \rangle$ – амплитуда перехода фотона в состояние $|n\rangle$, $F_\pi^\pm(s) = F_\pi(s \pm i\varepsilon)_{\varepsilon \to 0}$, $F_\pi^-(s) = (F_\pi^+(s))^*$, $\mathrm{Im}\, F_\pi(s) = \frac{F_\pi^+(s) - F_\pi^-(s)}{2i}$.

В принятой нормировке

$$\beta f_{11} = \frac{\eta e^{2i\delta_{11}} - 1}{2i}, \quad \eta \leq 1 \tag{2}$$

В упругой области $4\mu^2 \leq s \leq 16\mu^2$, $\eta = 1$, $D = 0$.

Проведя комплексное сопряжение соотношения (1) получаем другое соотношение для $F_\pi^+(s)$, $F_\pi^-(s)$, которое в упругой области

x) Очевидно, что такая картина может иметь место для электромагнитных формфакторов К, р и т.д.

($s \lesssim 16\mu^2$) совпадает с (1). В неупругой же области разре-шая найденное соотношение совместно с (1) можно получить алгебраическим путем явное выражение для формфактора $F_\pi(s)$, считая заданными δ_{11} и D

$$F_\pi^+(s) = \frac{4D}{1-\eta^2}\cdot\frac{1}{2i}\left(\eta e^{2i\delta_{11}}\frac{D^*}{D}-1\right) \qquad (3)$$

Это представление формфактора удобно тем, что оно, в отличие от обычных дисперсионных соотношений, связывает величины, взятые при одной энергии.

Стоящие в правой части (3) величины не являются независимыми. Связь между ними (не имеющую, конечно, локального характера) можно получить рассматривая дисперсионные представления для $F_\pi(s)$. Обычным приёмом / 7,8 / при таком рассмотрении является введение функции

$$X(s) = \exp\left[\frac{s}{\pi}\int_{4\mu^2}^{\infty}\frac{\delta_{11}(s')ds'}{s'(s'-s)}\right]$$

Тогда реальная функция $\varphi_\pi(s) = F_\pi(s)/X(s)$ имеет разрез при $s \geq 16\mu^2$, $\varphi_\pi(0) = F_\pi(0) = 1$, на разрезе выполняется соотношение:

$$\varphi_\pi^+(s) = \eta(s)\varphi_\pi^-(s) + C(s), \quad C = \frac{2iD}{X^+} \qquad (4)$$

где $X^\pm(s) = X_{\varepsilon\to 0}(s \pm i\varepsilon)$. Это соотношение позволяет, аналогично (3), определить $\varphi_\pi(s)$ на разрезе

$$\varphi_\pi^\pm(s) = \frac{\mathrm{Re}\,C(s)}{1-\eta} \pm i\,\frac{\mathrm{Im}\,C(s)}{1+\eta} \qquad (5)$$

Отсюда вытекает следующее дисперсионное соотношение для формфактора:

$$F_\pi(s) = X(s)\left[P_{n-1}(s) + \frac{s^n}{\pi}\int_{16\mu^2}^{\infty}\frac{\mathrm{Im}\,C(s')ds'}{s'^n(s'-s)(1+\eta(s'))}\right] \qquad (6)$$

где $P_{n-1}(s)$ – полином степени $n-1$, здесь сделаны n вычи-

таний. Если принять, что $X(s)$ дается моделью векторной доминантности, а $F_\pi(s)$ убывает с ростом s, то можно ограничиться одним вычитанием[x)], тогда

$$F_\pi(s) = X(s)\left[1 + \frac{s}{\pi}\int_{16\mu^2}^{\infty}\frac{\mathrm{Im}\,C(s')ds'}{s'(s'-s)(1+\eta(s'))}\right] \qquad (7)$$

Как уже отмечалось, функции, стоящие в правой части (3) не являются независимыми. Из (5) и (7) вытекает следующая связь:

$$\frac{\mathrm{Re}\,C(s)}{1-\eta(s)} = 1 + \mathcal{P}\,\frac{s}{\pi}\int_{16\mu^2}^{\infty}\frac{\mathrm{Im}\,C(s')ds'}{s'(s'-s)(1+\eta(s'))} \qquad (8)$$

Аналогично (6) можно получить дисперсионное соотношение, выражающее $F_\pi(s)$ через интеграл от $\mathrm{Re}\,C(s)/1-\eta(s)$ по разрезу и связь типа (8).

Для нахождения формфактора $F_\pi(s)$ необходимо знать величину D. Для неё можно получить строгое неравенство. Учтем, что

$$\sigma'_{e^+e^-\to h} = \frac{8\pi^2\alpha^2}{s^2(s-4\mu^2)}\sum_{\substack{n\neq\pi^+\pi^-\\(J=I=1)}}|\langle 0|(p_+-p_-)^\mu J_\mu(0)|n\rangle|^2(2\pi)^4\delta(p_++p_--p_n)$$

(9)

$$1-\eta^2 = \frac{\beta}{24\pi}\sum_{\substack{n\neq\pi^+\pi^-\\(J=I=1)}}|\langle\pi^+\pi^-|T|n\rangle|^2(2\pi)^4\delta(p_++p_--p_n)$$

где $\sigma'_{e^+e^-\to h} = \sigma_{e^+e^-\to h} - \sigma_{e^+e^-\to\pi^+\pi^-}$, $\sigma_{e^+e^-\to h}$ – полное сечение образования адронов при аннигиляции электрон-позитронной пары в однофотонном канале с I = 1. Тогда используя неравенство Коши-Буняковского имеем из (1):

---

x) Отметим, что при наличии экспериментальных значений $|F_\pi(s)|$ для больших энергий ($\sqrt{s} > 1{,}0$ ГэВ) при анализе их следует пользоваться формулами с учетом неупругих процессов типа (7), где надо параметризовать $\mathrm{Im}\,C(s)/1+\eta(s)$.

$$|D| \le \sqrt{\frac{\sigma'_{e^+e^-\to h}}{\sigma_{e^+e^-\to\mu^+\mu^-}}\,\frac{(1-\eta^2)}{\beta^3}} \qquad (10)$$

здесь $\sigma_{e^+e^-\to\mu^+\mu^-} = 4\alpha^2\pi/3s$ – асимптотическое сечение процесса $e^+e^-\to\mu^+\mu^-$. Знак равенства в (10) достигается, когда суммирование в D является когерентным, что имеет место, например, в модели векторной доминантности (распространенной и на амплитуду $\langle\pi^+\pi^-|T|n\rangle$). Однако прямое использование этой модели с постоянными константами быстро приводит к нарушению унитарного предела для сечений. Если же использовать, что $\sigma'_{e^+e^-\to h} < const/s$ при $s\to\infty$ /9/, то (10) даёт, по-видимому, слишком слабое ограничение на D в асимптотической области.

В области относительно небольших энергий можно, вероятно, считать, что в (10) приближенно стоит знак равенства. Учитывая, что в области $\sqrt{s} < 1,4$ Гэв величины δ_{11} и η известны из эксперимента /10/ в качестве иллюстрации представляет интерес прямое вычисление $|F_\pi(s)|$ по формуле (3) (предполагая, что D вещественно[x)]). К сожалению, значения сечения $\sigma'_{e^+e^-\to h}$ известно пока с весьма малой точностью. Взяв[xx)]

$$\sigma'_{e^+e^-\to h} = 12\,\text{нб}\ (\sqrt{s} = 1\ \text{Гэв})\ [12],$$

$$\sigma'_{e^+e^-\to h} = 30\,\text{нб}\ (\sqrt{s} = 1,2 \div 1,4\ \text{Гэв})\ [5]$$

(обрезаны события с мягкими пионами) и η и δ_{11} из /10/ находим $|F_\pi(s)|$. Результаты (обозначенные крестиками) даны на рис., на

---

x) Мы хотим здесь отметить, что для теоретического анализа очень важно знать фазу формфактора $F_\pi(s)$.

xx) Нам необходимы сечения для $I = 1$. Следует однако иметь в виду, что в модели векторной доминантности, см.,напр. /11/, а также в случае точной $SU(3)$ симметрии множественное рождение идет в основном в состоянии $I = 1$.

котором одновременно приведены экспериментальные данные[x)] из работ /1/, /2/, кривая представляет "хвост" ρ –резонанса. В области энергий $\sqrt{s} > 1,4$ Гэв нет данных для η и δ_{11}.

Из формул (3), (10) вытекает также строгое неравенство для $|F_\pi(s)|$ (для комплексных D), при получении которого используется только условие унитарности:

$$|F_\pi(s)|^2 \le \frac{4}{\beta^3}\,\frac{\sigma'_{e^+e^-\to h}}{\sigma_{e^+e^-\to\mu^+\mu^-}}\left(\frac{1+\eta}{1-\eta}\right) \qquad (11)$$

Оно может быть записано также в форме

$$\sigma_{e^+e^-\to\pi^+\pi^-} \le \sigma'_{e^+e^-\to h}\,\frac{1+\eta}{1-\eta} \qquad (12)$$

Определим фазу формфактора $F_\pi^+(s) = |F_\pi(s)|e^{i\delta_F(s)}$, тогда из соотношения унитарности (1) следует

$$|F_\pi| = \frac{2|D|}{|1-\eta e^{2i(\delta_{11}-\delta_F)}|} \qquad (13)$$

Подставляя сюда верхнюю границу $|D|$ (10) получаем следующее неравенство

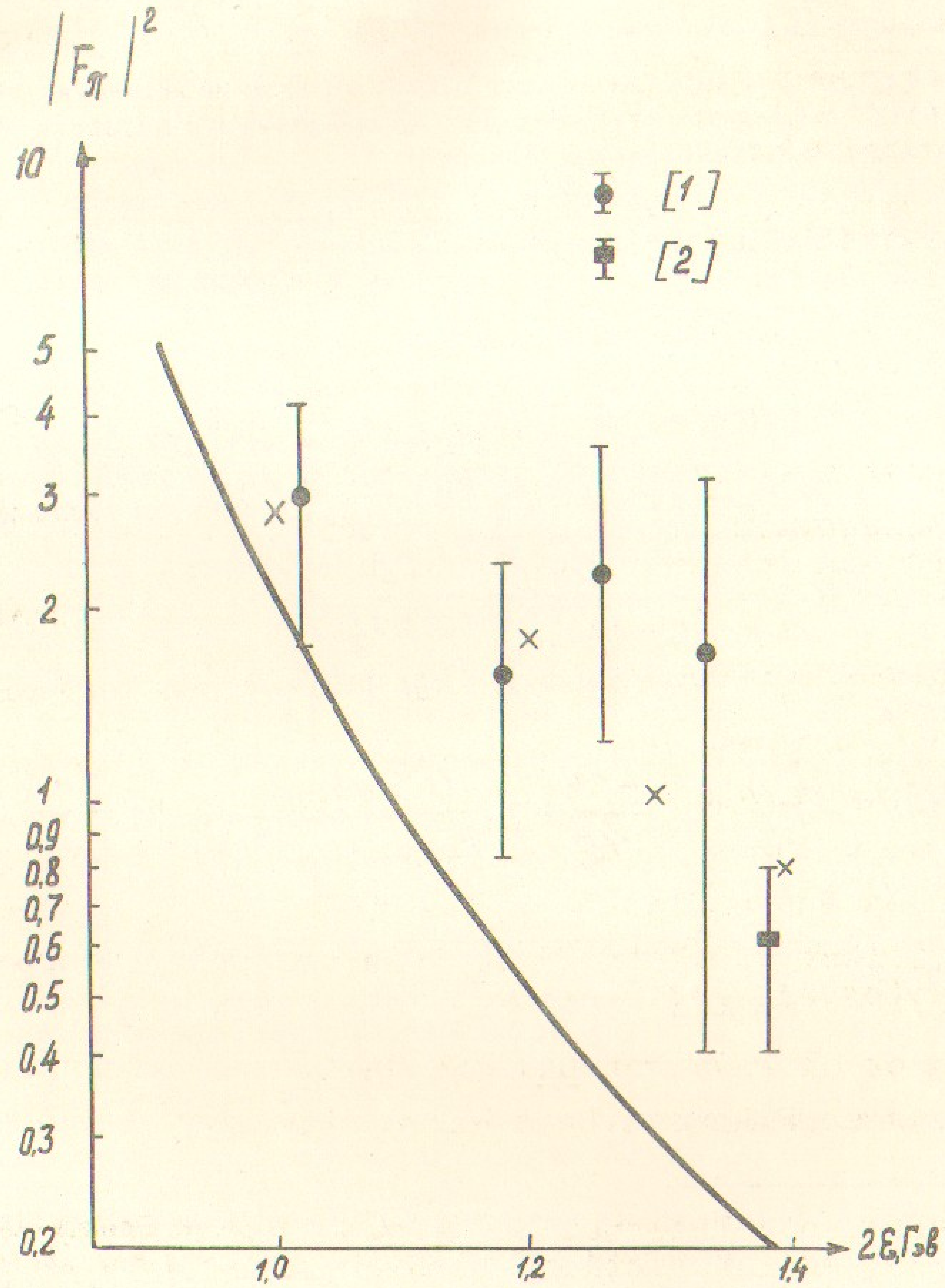
$$\sin^2(\delta_{11}-\delta_F) \le \frac{1-\eta^2}{4\eta}\left[\frac{4\sigma'_{e^+e^-\to h}}{\sigma_{e^+e^-\to\mu^+\mu^-}\beta^3|F_\pi|^2} - \frac{1-\eta}{1+\eta}\right] \qquad (14)$$

Интересно, что при $\sqrt{s} = 1,0$ Гэв ($\eta = 0,95$, $|F_\pi(s)|^2 = 3$) имеем $\sin^2(\delta_{11}-\delta_F) \le 0,005$, т.е. $|\delta_{11}-\delta_F| \le 4^\circ$.

Поступило 7 декабря 1971г.

---

x) Любопытно, что мы нигде не нормировали на кривую Брейта-Вигнера. Заметим, что полученные результаты являются при вещественном D строгой верхней границей значений формфактора $|F_\pi(s)|$



Литература

1. V.E.Balakin et al. International Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies Cornell, 1971.
Препринт ИЯФ 56-71.

2. C.Bernardini. International Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies, Cornell, 1971.

3. В.Л.Ауслендер, Г.И.Будкер, Е.В.Пахтусова и др. ЯФ, 9, 114, 1969.

4. I.Augustin et al. Phys. Letters 28B, 508, 1969.

5. V.A.Sidorov. International Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies, Cornell, 1971.

6. M.Grilli . Международная школа по физике элементарных частиц. Ереван, 1971.

7. Н.И.Мусхелишвили. Сингулярные интегральные уравнения. Физматгиз, Москва, 1962.

8. R.Omnés. Nuovo Cimento. 8, 316, 1958.

9. V.N.Gribov, B.L.Ioffe, I.Ya.Pomeranchuk. Phys. Letters, 24B, 554, 1967.

10. B.Oh et al. Phys. Rev. D1, 2494, 1970.

11. I.Layssac, F.Renard. Lett. Nuovo Cimento 1, 197, 1971

12. I.Lefrancois. International Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies, Cornell, 1971.

Ответственный В.С.Фадин
Подписано к печати 5.1.72 МН 10102
Усл. 0,5 печ.л., тираж 250 экз. Бесплатно.
Заказ № 71. ПРЕПРИНТ

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР, яв.