

23
И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН С С С Р

И Я Ф 69 - 71

В.В.Мирнов, Д.Д.Рютов

ГАЗОДИНАМИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПЛАЗМЫ
В ГОФРИРОВАННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Новосибирск

1971

ГАЗОДИНАМИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПЛАЗМЫ В ГОФРИРОВАННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В.В.Мирнов, Д.Д.Рютов

А Н Н О Т А Ц И Я

Рассмотрено движение плазмы вдоль гофрированного магнитного поля с масштабом гофрировки ℓ , меньшим длины свободного пробега заряженных частиц λ . Показано, что в условиях, когда масштаб продольной неоднородности плазмы L велик по сравнению с λ , движение плазмы может быть описано макроскопически. В случае сильной гофрировки ($H_{\max}/H_{\min} \gg 1$) получена замкнутая система макроскопических уравнений. Найдены некоторые частные решения этой системы. Установлено, что введение гофрировки приводит к значительному замедлению продольного разлета плазмы по сравнению со случаем гладкого поля. Происходит также существенное подавление продольной теплопроводности.

ГАЗОДИНАМИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПЛАЗМЫ В ГОФРИРОВАННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В.В.Мирнов, Д.Д.Рютов

1. Введение

В работе /1/ был предложен метод термоизоляции плотной плазмы вдоль магнитного поля, основанный на использовании гофрированного магнитного поля с периодом гофрировки ℓ , малым по сравнению с длиной свободного пробега частиц λ (плотной мы называем плазму, в которой $\lambda \ll L$, где L -длина установки).

При $\ell < \lambda$ течение плазмы вдоль магнитного поля не подчиняется уравнениям обычной двухжидкостной газодинамики, приведенным, например, в работе /2/. В связи с этим возникает вопрос о способах описания плазмы в таких условиях. Как будет показано в настоящей работе, уже малости λ по сравнению с масштабом продольной неоднородности плазмы (который обычно можно считать равным L) достаточно для того, чтобы движение плазмы можно было описывать макроскопически, с помощью уравнений для моментов.

Прежде чем переходить к формальному выводу соответствующих уравнений, рассмотрим движение плазмы качественно. Гофрированное магнитное поле представляет собой совокупность пробкотронов, соединенных торцами (рис.1). В каждом пробкотроне имеются захваченные частицы, совершающие финитное движение между пробками, причем в случае $\ell \ll \lambda$ они успевают за время между двумя последовательными столкновениями совершить много колебаний от пробки до пробки. В таких условиях перенос вещества вдоль оси системы может осуществляться только пролетными частицами. При этом обязательно возникает трение пролетных частиц о запертые, а последние передают полученный импульс магнитному полю. Поэтому можно говорить, что плазма испытывает трение о магнитное поле.

Сила трения отнесенная к одной частице, может быть оценена следующим образом: $F_{тр} \sim m_i \nu_{ii} U$, где m_i -масса иона, ν_{ii} -частота ион-ионных столкновений, а U -скорость направлен -

ного движения пролетных ионов, которая в случае не слишком большого пробочного отношения $K \sim 1$ по порядку величины совпадает с макроскопической скоростью плазмы. Приравнивая величину $n F_{\text{тр}}$ градиенту давления плазмы $\partial n T / \partial z \sim n T / L$, находим скорость расширения:

$$u \sim v_{Ti} \frac{\lambda}{L} \ll v_{Ti} \quad (1)$$

Отсюда видно, что введение даже не слишком сильной ($K \sim 1$) гофрировки приводит к заметному уменьшению u и соответствующему увеличению времени расширения плазмы по сравнению со случаем гладкого поля¹⁾. При этом меняется сам характер движения: инерционный разлет со скоростью $u \sim v_{Ti}$ превращается в диффузионное "просачивание" плазмы из пробкотрона в пробкотрон, а градиент давления уравнивается трением плазмы о магнитное поле.

Увеличение пробочного отношения вызывает дальнейшее уменьшение скорости расширения. Причина состоит в сокращении числа пролетных частиц и в уменьшении эффективной длины их свободного пробега. Последний эффект связан с тем, что при $K \gg 1$ для захвата в пробкотрон пролетной частице достаточно рассеяться на малый угол²⁾ $\Delta\theta^2 \sim K^{-1}$, так что эффективная длина свободного пробега становится порядка λ/K (по этой причине малость длины пробкотрона следует понимать в смысле $\ell \ll \lambda/K$).

1) Отметим, что указанные выше эффекты существуют даже при очень слабой гофрировке, $K-1 \ll 1$ (но $K-1 \gg \ell/\lambda$ - в противном случае теряет смысл деление частиц на пролетные и запертые).

2) Интересно отметить, что если в гофрированном магнитном поле создать поток плазмы, в котором все частицы являются пролетными, то их столкновения друг с другом приведут к появлению запертых частиц, и поток затормозится.

Приведенные рассуждения относились к мелкомасштабной гофрировке ($\ell \ll \lambda/K$). Вывод соответствующей этому случаю системы микроскопических уравнений и её исследование содержится в разделах 2-3. С другой стороны, в работе /1/ отмечалось, что и в случае крупномасштабной гофрировки ($\lambda \leq \ell \ll L$) будет иметь место эффект замедления, обусловленный продольной вязкостью ионов³⁾. Поэтому в разделе 4 исследована динамика плазмы при крупномасштабной гофрировке. Наконец, в разделе 5 содержится сводка полученных результатов.

2. Вывод макроскопических уравнений при мелкомасштабной гофрировке

Будем считать магнитное поле достаточно большим для того, чтобы можно было пренебречь, во-первых, всеми явлениями переноса поперек силовых линий и, во-вторых, изменением магнитного поля под действием плазмы. При этих условиях состояние плазмы внутри отдельной силовой трубки описывается следующей парой кинетических уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_a}{\partial t} + v \cos \theta \frac{\partial F_a}{\partial s} + \frac{v \sin \theta}{2H} \frac{\partial H}{\partial s} \frac{\partial F_a}{\partial \theta} \pm \\ \pm \frac{e}{m_a} E_{\parallel} \left(\cos \theta \frac{\partial F_a}{\partial v} - \frac{\sin \theta}{v} \frac{\partial F_a}{\partial \theta} \right) = \sum_b S t_{ab} \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь v - скорость частицы, θ - угол между вектором скорости и направлением магнитного поля, s - координата, отсчитываемая вдоль силовой линии, $F_a \equiv F_a(v, \theta, s, t)$ - функция распределения (индекс $a = i, e$ обозначает сорт частиц), E_{\parallel} - проекция электрического поля на силовую линию, а остальные обозначения общеприняты. Верхний знак перед последним слагаемым в левой части уравнения (2) относится к ионам, нижний - к электронам.

Искомая система газодинамических уравнений будет получена из уравнений (2) путем их разложения по параметру λ/L , где под L понимается характерный масштаб неоднородности плазмы. При этом мы будем считать E_{\parallel} величиной первого порядка по λ/L (поскольку электрическое поле создается градиентом электронного давления).

3) Некоторые результаты, относящиеся к случаю крупномасштабной гофрировки с $K-1 \ll 1$, содержатся в работе /3/.

В нулевом приближении по λ/L (т.е. в однородной вдоль силовой линии плазме без электрического поля) уравнения (2) имеют стационарное решение в виде двух максвелловских распределений:

$$F_{Ma} = n_a \left(\frac{m_a}{2\pi T_a} \right)^{3/2} \exp \left(- \frac{m_a v^2}{2T_a} \right) \quad (3)$$

В отличие от обычной двухжидкостной газодинамики макроскопическая скорость является малой величиной (первого порядка по λ/L см. (1)), и поэтому решение нулевого приближения для каждого сорта частиц характеризуется лишь двумя параметрами (n_a и T_a). Особо следует подчеркнуть, что мы считаем $T_e \neq T_i$ (т.к. время выравнивания температур содержит большой параметр m_i/m_e).

Если параметры максвелловских распределений n_a и T_a изменяются вдоль силовой линии, то функции (3) перестают быть точными решениями кинетических уравнений. Точные решения при этом удобно записывать в виде:

$$F_a = F_{Ma} + f_a, \quad (4)$$

где параметры максвелловской функции F_{Ma} определяются из соотношений:

$$n_a = 2\pi \int_0^\infty v^2 dv \int_0^\pi \sin\theta F_a d\theta,$$

$$T_a = \frac{2\pi m_a}{3n_a} \int_0^\infty v^4 dv \int_0^\pi \sin\theta F_a d\theta,$$

а f_a представляет собой малую добавку, связанную с наличием неоднородности и пропорциональную λ/L . Очевидно, что

$$\int_0^\infty v^2 dv \int_0^\pi \sin\theta f_a d\theta = 0, \quad \int_0^\infty v^4 dv \int_0^\pi \sin\theta f_a d\theta = 0 \quad (5)$$

Для приложений наибольший интерес представляет случай сильной гофрировки ($K \gg 1$), а именно в этом случае можно, как оказывается, относительно просто получить замкнутую систему газодинамических уравнений. Поэтому ниже мы всюду будем считать, что $K \gg 1$.

Рассмотрим отрезок силовой трубки, расположенный между двумя пробками (рис.1). Так как на длине одного пробкотрона параметры плазмы изменяются незначительно, то состояние плазмы внутри указанного отрезка можно достаточно полно характеризовать средними по отрезку значениями концентрации и температуры:

$$\bar{n}_a = \frac{H_{max}}{\ell I} \int_{s_1}^{s_2} \frac{n_a(s) ds}{H(s)}, \quad \bar{T}_a = \frac{H_{max}}{\ell I \bar{n}_a} \int_{s_1}^{s_2} \frac{n_a(s) T_a(s) ds}{H(s)},$$

где

$$I = \frac{H_{max}}{\ell} \int_{s_1}^{s_2} \frac{ds}{H(s)},$$

а интегрирование по ds ведется от пробки до пробки. Используя кинетические уравнения (2), легко показать, что

$$\frac{\partial \bar{n}_a}{\partial t} + \frac{q_a(s_2) - q_a(s_1)}{I \ell} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \bar{n}_a \bar{T}_a}{\partial t} + \frac{2}{3} \frac{Q_a(s_2) - Q_a(s_1)}{I \ell} - \frac{2eH_{max}}{3I \ell} \int_{s_1}^{s_2} \frac{E_{||}(s) q(s) ds}{H(s)} = 0, \quad (7)$$

где величины

$$q_a = 2\pi \int_0^\infty v^3 dv \int_0^\pi f_a \sin\theta \cos\theta d\theta, \quad Q_a = \pi m_a \int_0^\infty v^5 dv \int_0^\pi f_a \sin\theta \cos\theta d\theta$$

представляют собой, соответственно, потоки вещества и энергии. В выражении (7) мы опустили слагаемые двух типов. Одни из них описывают обмен температурами между электронами и ионами другие, возникающие при наличии направленного движения какой-либо из компонент, — диссипацию энергии за счет работы сил взаимного трения. Слагаемыми второго типа мы пренебрегли, поскольку при $K \gg 1$ они становятся малыми. Что же касается выравнивания температур, то этот эффект можно учесть непосредственно в конечных уравнениях для моментов.

Ввиду малости изменения всех параметров плазмы на длине пробкотрона, целесообразно ввести величины

$$\frac{\partial q_a}{\partial z} = \frac{q_a(s_2) - q_a(s_1)}{\ell}, \quad \frac{\partial Q_a}{\partial z} = \frac{Q_a(s_2) - Q_a(s_1)}{\ell}, \quad (8)$$

с которыми можно формально оперировать как с обычными производными. В этих обозначениях вместо (6) и (7) имеем:

$$\frac{\partial \bar{n}_a}{\partial t} + \frac{1}{I} \frac{\partial q}{\partial z} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \bar{n}_a \bar{T}_a}{\partial t} + \frac{2}{3} \frac{1}{I} \frac{\partial Q_a}{\partial z} = \frac{2eH_{\max}}{3I\ell} \int_{s_1}^{s_2} \frac{E_{||}(s) q(s) ds}{H(s)} = 0 \quad (10)$$

Перейдем теперь к нахождению функций f_a . Производная $\partial f_a / \partial t$ является величиной второго порядка малости. Поэтому уравнение для определения f_a , получающееся при подстановке (4) в (2), с точностью до членов первого порядка имеет вид:

$$\begin{aligned} \hat{D} f_a &\equiv v \cos \theta \frac{\partial f_a}{\partial s} + \frac{v \sin \theta}{2H} \frac{\partial H}{\partial s} \frac{\partial f_a}{\partial \theta} = \\ &= \sum_b St'_{ab} - v \cos \theta \frac{\partial F_{Ma}}{\partial s} = \frac{e E_{||}}{m_a} \cos \theta \frac{\partial F_{Ma}}{\partial v}, \end{aligned} \quad (11)$$

где через St'_{ab} обозначен результат линеаризации величин St_{ab} по f_a .

Изменение f_a на длине пробкотрона представляет собой величину второго порядка малости. Поэтому граничное условие для уравнения (11) следует записывать в виде:

$$f_a(s_2) - f_a(s_1) = 0 \quad (12)$$

Так как $E_{||}$ — величина первого порядка малости, то в последнем слагаемом в правой части уравнения (11) можно пренебречь изменением F_{Ma} на длине пробкотрона и положить

$$\frac{\partial F_{Ma}}{\partial v} = -\frac{m_a v}{T_a} \bar{F}_{Ma},$$

где под \bar{F}_{Ma} понимается максвелловское распределение с усредненными параметрами:

$$\bar{F}_{Ma} = \bar{n}_a \left(\frac{m_a}{2\pi T_a} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m_a v^2}{2T_a} \right)$$

Аналогично можно считать, что

$$\frac{\partial F_{Ma}}{\partial s} = \left[\frac{1}{\bar{n}_a} \frac{\partial \bar{n}_a}{\partial s} + \frac{1}{T_a} \frac{\partial T_a}{\partial s} \left(\frac{m_a v^2}{2T_a} - \frac{3}{2} \right) \right] \bar{F}_{Ma}$$

Как уже отмечалось во Введении, при условии $\ell \ll \lambda/K$ вещество и энергия могут переноситься только пролетными частицами. Поэтому для нахождения q_a и Q_a следует знать f_a только в той области фазового пространства, которая соответствует пролетным частицам. Используя малый параметр K^{-1} , можно из (11) получить упрощенную систему уравнений для пролетных частиц.

Основное упрощение связано с тем, что при $K \gg 1$ пролетных частиц мало, и можно пренебречь их столкновениями друг с другом. Кроме того, в интегралах столкновений можно оставить только те слагаемые, в которых имеется два дифференцирования по θ (другие слагаемые не содержат большого параметра $\Delta \theta^{-2} \sim K$). Как показано в работах [4,5], это позволяет записать St'_{ee} и St'_{ii} для пролетных частиц следующим образом:

$$St'_{ee} = \frac{v \alpha_e(v)}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial f_e}{\partial \theta},$$

$$St'_{ii} = \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^2 \frac{\nu \alpha_i(\nu)}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial f_i}{\partial \theta},$$

где

$$\alpha_a(\nu) = \frac{4\pi}{h} \left[\int_0^\nu (v'^2 - \frac{v'^4}{3v^2}) F_{Ma}(v') dv' + \frac{2}{3} \int_\nu^\infty v v' F_{Ma}(v') dv' \right],$$

$$\nu = \frac{2\pi \Lambda e^4 \bar{n}}{m_e^2 v^3}$$

(Λ - кулоновский логарифм). Мы явным образом учли квазинейтральность плазмы и положили $n_e = n_i = \bar{n}$.

Второе упрощение связано с тем, что для пролетных ионов можно пренебречь St'_{ie} по сравнению с St'_{ii} т.к. при не слишком большой разнице между T_e и T_i пролетные ионы обмениваются импульсом и энергией с захваченными ионами много эффективнее, чем с электронами). Наконец последнее упрощение состоит в том, что при вычислении St'_{ei} можно считать ионы неподвижными:

$$St'_{ei} = \frac{\nu}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial f_e}{\partial \theta}$$

Учитывая все приведенные здесь замечания, можно записать следующие уравнения для определения f_e и f_i в области пролетных частиц:

$$\hat{D} f_e = \frac{\nu(1+\alpha_e)}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial f_e}{\partial \theta} - \nu \cos \theta \bar{F}_{me} \frac{\partial \Phi_e}{\partial s}, \quad (13)$$

$$\hat{D} f_i = \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^2 \frac{\nu \alpha_i}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial f_i}{\partial \theta} - \nu \cos \theta \bar{F}_{mi} \frac{\partial \Phi_i}{\partial s}, \quad (14)$$

$$\Phi_a = \frac{h_a}{h} + \frac{T_a}{T_a} \left(\frac{m_a v^2}{2T_a} - \frac{3}{2} \right) \mp \frac{e}{T_a} \int_{s_1}^s E_{||} ds'$$

Решим сначала уравнение (13). Для этого представим в виде суммы четной p_e и нечетной r_e по $\cos \theta$ функций:

$$f_e = p_e + r_e,$$

$$p_e = \frac{1}{2} [f_e(\theta) + f_e(\pi - \theta)], \quad r_e = \frac{1}{2} [f_e(\theta) - f_e(\pi - \theta)]$$

и перейдем от (13) к паре уравнений для p_e и r_e :

$$\hat{D} p_e = \frac{\nu(1+\alpha_e)}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial p_e}{\partial \theta} - \nu \cos \theta \bar{F}_{me} \frac{\partial \Phi_e}{\partial s}, \quad (15)$$

$$\hat{D} r_e = \frac{\nu(1+\alpha_e)}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial r_e}{\partial \theta} \quad (16)$$

Для нахождения f_e уравнения (15) и (16) достаточно решить на промежутке $[0, \frac{\pi}{2}]$.

Так как масштаб изменения магнитного поля мал по сравнению с длиной свободного пробега, в уравнениях (15), (16) имеет смысл ввести переменные $\epsilon = m_e v^2 / 2$ и $\mu = m_e v^2 \sin^2 \theta / 2H$, которые являются интегралами уравнений движения заряженных частей в магнитном поле (на целесообразность подобной замены в за-

дачах рассматриваемого типа указывалось еще в работе /6/).

При этом вместо (15) и (16) получаем:

$$\frac{\partial p_e}{\partial s} = \frac{\sqrt{8m_e} \nu (1 + \alpha_e)}{H} \frac{\partial}{\partial \mu} \left[\mu (\epsilon - \mu H)^{1/2} \frac{\partial p_e}{\partial \mu} \right] - \bar{F}_{me} \frac{\partial \Phi_e}{\partial s}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial p_e}{\partial s} = \frac{\sqrt{8m_e} \nu (1 + \alpha_e)}{H} \frac{\partial}{\partial \mu} \left[\mu (\epsilon - \mu H)^{1/2} \frac{\partial p_e}{\partial \mu} \right] \quad (18)$$

Уравнения типа (17), (18) в связи с другими задачами (вычисление проводимости неоднородной плазмы и плазмы в гофрированном магнитном поле) решались в работах /4,5,7/. Решение основано на использовании малого параметра l/λ . Разложение функций p_e и Γ_e по степеням l/λ имеет вид:

$$p_e = A + B (l/\lambda)^2 + \dots, \quad \Gamma_e = \frac{C}{(l/\lambda)} + D (l/\lambda) + \dots$$

Как видно из (18), $\partial \Gamma_e / \partial s \sim l/\lambda$. Это означает, что с относительной точностью $\sim (l/\lambda)^2$ функцию Γ_e можно считать неизменной на длине пробкотрона. Имея в виду это обстоятельство, проинтегрируем уравнение (17) по ds от пробки до пробки. В результате с учетом (12) получим:

$$\sqrt{8m_e} \nu (1 + \alpha_e) \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ \mu \left[\int_{s_1}^{s_2} \frac{(\epsilon - \mu H)^{1/2}}{H} ds \right] \frac{\partial \Gamma_e}{\partial \mu} \right\} = \bar{F}_{me} [\Phi_e(s_2) - \Phi_e(s_1)]$$

Решение этого уравнения, конечное при $\mu \rightarrow 0$, находится элементарно:

$$\Gamma_e = \frac{\bar{F}_{me} [\Phi(s_2) - \Phi(s_1)]}{\sqrt{8m_e} (1 + \alpha_e) \nu} \int_{\frac{\epsilon}{H_{\max}}}^{\mu} d\mu' \left[\int_{s_1}^{s_2} \frac{(\epsilon - \mu' H)^{1/2}}{H} ds \right]^{-1} + C(\epsilon)$$

Функция $C(\epsilon)$ определяется из того условия, что на границе между пролетными и запертыми частицами (т.е. при $\epsilon = \mu H_{\max}$) величина Γ_e должна обращаться в нуль. Более формально это граничное условие обсуждается в работах /4,8/. Легко видеть, что указанное условие дает $C(\epsilon) = 0$.

При большом пробочном отношении ($K \gg 1$) интеграл по ds формуле для Γ_e выражается через введенную ранее величину I и равен $\epsilon^{1/2} I l / H_{\max}$. Учитывая это, можно записать Γ_e в виде:

$$\Gamma_e = \frac{\bar{F}_{me} [\Phi(s_2) - \Phi(s_1)]}{\sqrt{8m_e} (1 + \alpha_e) \nu \epsilon^{1/2} I l} (\mu H_{\max} - \epsilon)$$

Зная Γ_e , можно после интегрирования по ϵ и μ определить электронные потоки вещества и энергии.

Схема нахождения ионных потоков не содержит ничего принципиально нового. Окончательные результаты всех вычислений можно записать следующим образом:

$$Q_a = - \frac{H}{H_{\max}} \frac{\chi_a I}{T_a} \sum_{h=1}^3 \beta_a^{(h)} \bar{P}_a^{(h)}, \quad (19)$$

$$Q_a = - \frac{H}{H_{\max}} \chi_a I \sum_{h=1}^3 \gamma_a^{(h)} \bar{P}_a^{(h)}, \quad (20)$$

где коэффициент χ_a определяется формулой

$$\chi_a = \frac{T_a^{7/2}}{m_a^{1/2} \Lambda e^4 I^2} \quad (21)$$

Остальные обозначения в соотношениях (19), (20) задаются таблицей, приведенной на стр. 28, в которой величины e_m и i_m выражаются интегралами:

$$e_m = \frac{1}{\sqrt{2\pi^3}} \int_0^\infty \left[x^2 + x e^{-x^2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} (2x^2 - 1) \int_0^x e^{-\xi^2} d\xi \right]^{-1} e^{-x^2} x^m dx,$$

$$i_m = \frac{1}{\sqrt{2\pi^3}} \int_0^\infty \left[x e^{-x^2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} (2x^2 - 1) \int_0^x e^{-\xi^2} d\xi \right]^{-1} e^{-x^2} x^m dx$$

Численные значения этих интегралов следующие:

$$e_9 = 0,207 \quad e_{11} = 0,81 \quad e_{13} = 4,01,$$

$$i_9 = 0,455 \quad i_{11} = 1,74 \quad i_{13} = 8,47.$$

Величины \bar{E} , $\frac{\partial \bar{n}_a}{\partial z}$, $\frac{\partial \bar{T}_a}{\partial z}$ в последнем столбце таблицы введены по аналогии с формулами (8):

$$\bar{E} = \frac{1}{l} \int_{s_1}^{s_2} E_{||} ds, \quad \frac{\partial \bar{n}_a}{\partial z} = \frac{n(s_2) - n(s_1)}{l}, \quad \frac{\partial \bar{T}_a}{\partial z} = \frac{T_a(s_2) - T_a(s_1)}{l}.$$

Подставляя соотношения (19), (20) в (9) и (10), получаем искомую систему газодинамических уравнений, которую можно записать в следующей форме:

$$\frac{\partial n_a}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\chi_a}{T_a} \left[\sum_{h=1}^3 \beta_a^{(h)} P_a^{(h)} \right] \right], \quad (22)$$

$$\frac{\partial n_a T_a}{\partial t} = \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left[\chi_a \sum_{h=1}^3 \gamma_a^{(h)} P_a^{(h)} \right] \mp \quad (23)$$

$$\mp \frac{2}{3} \chi_a P_a^{(1)} \sum_{h=1}^3 \beta_a^{(h)} P_a^{(h)} \pm n \frac{T_e - T_i}{\tau},$$

где

$$\tau = \frac{3}{16} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{m_i T_e^{3/2}}{\Lambda e^4 m_e^{1/2} n}$$

Слагаемое $n(T_e - T_i)/\tau$ в правой части уравнения (23) описывает теплообмен между электронами и ионами. Верхние знаки в формуле (23) относятся к ионам, нижние - к электронам. Здесь и ниже мы опускаем символ усреднения над величинами \bar{E} , \bar{n}_a , \bar{T}_a , $P_a^{(h)}$.

Характеристики гофрированного магнитного поля входят в приведенную систему уравнений через интеграл

$$I = \frac{H_{\max}}{l} \int_{s_1}^{s_2} \frac{ds}{H(s)},$$

от которого зависит коэффициент χ_a (см. (21)). Влияние гофрировки на перенос вещества и энергии тем существенней, чем больше I . При фиксированном пробочном отношении I зависит только от профиля магнитного поля и увеличивается при уменьшении длины пробки l_{np} по отношению к длине области однородного магнитного поля. При $l_{np} \rightarrow 0$ ("точечные" пробки) величина I достигает своего максимального значения $I = K$. Практически формулой $I = K$ можно пользоваться уже при $l_{np} \leq l/K$.

3. Исследование макроскопических уравнений

Для приложений наибольший интерес представляет задача о расширении сгустка плазмы в пустоту. В такой задаче условие квазинейтральности $n_e = n_i = n$ одновременно означает, что ток в плазме равен нулю, т.е. $q_e = q_i$. Определяя из этого соотношения электрическое поле и подставляя его в (22), (23), получаем систему трех уравнений для n , T_e и T_i :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\chi_i}{T_i} \frac{\partial}{\partial z} (0,91 \ln n + 1,11 \ln T_e + 1,06 \ln T_i) \right], \quad (24)$$

$$\frac{\partial n T_e}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\chi_e \frac{\partial}{\partial z} (0,53 \ln T_e) \right] + \left[\chi_i \frac{\partial}{\partial z} (0,66 \ln n + 1,66 \ln T_e) \right] \times \quad (25)$$

$$\times \left[\frac{\partial}{\partial z} (0,91 \ln n + 1,11 \ln T_e + 1,06 \ln T_i) \right] - n \frac{T_e - T_i}{\tau};$$

$$\frac{\partial n T_i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\chi_i \frac{\partial}{\partial z} (2,30 \ln n + 2,80 \ln T_e + 3,87 \ln T_i) \right] -$$

$$- \chi_i \left[\frac{\partial}{\partial z} (0,66 \ln n + 1,61 \ln T_e) \right] \times \left[\frac{\partial}{\partial z} (0,91 \ln n + \right.$$

$$\left. + 1,11 \ln T_e + 1,06 \ln T_i) \right] + n \cdot \frac{T_e - T_i}{\tau} \quad (26)$$

(там, где это возможно, мы пренебрегли членами порядка $\sqrt{m_e/m_i}$).

Уравнения (24) - (26) сохраняют число частиц и их полную энергию:

$$\int n dz = \int n_0 dz, \quad (27)$$

$$\int n(T_e + T_i) dz = \int n_0(T_{e0} + T_{i0}) dz \quad (28)$$

(через n_0 , T_{e0} и T_{i0} обозначены начальные значения соответствующих параметров).

Из (24) видно, что характерное время расширения сгустка (т.е. время изменения концентрации) по порядку величины равно $t_1 \sim I^2 L^2 / \lambda v_{Ti}$. Время выравнивания электронной температуры вдоль сгустка много меньше: $t_2 \sim I^2 L^2 / \lambda v_{Te} \sim t_1 \sqrt{m_e/m_i}$.

Это означает, что электронная температура однородна вдоль сгустка: $\partial T_e / \partial z = 0$. Ионная температура, вообще говоря, не успевает выровняться вдоль сгустка (ионная теплопроводность мала).

Но в практически интересном случае $L > (\lambda/I)(m_i/m_e)^{1/4}$ время обмена энергией между электронами и ионами мало по сравнению с t_1 , так что имеет место равенство $T_i \approx T_e = T$,

где $\partial T / \partial z = 0$. Отсюда следует, что интеграл энергии (28) можно записать в виде:

$$T \int n dz = \text{const}$$

Но так как число частиц тоже сохраняется (см. (27)), то последнее равенство означает, что T не зависит и от времени.

Таким образом, при исследовании движения достаточно длинных ($L > (\lambda/I)(m_i/m_e)^{1/4}$) сгустков из системы уравнений (24) - (26) достаточно оставить единственное уравнение (24), которое к тому же существенно упрощается ввиду условия $\partial T / \partial z = 0$:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \xi \frac{\partial^2 \ln n}{\partial z^2}, \quad \xi = \frac{0,91 T^{5/2}}{m_i^{1/2} I^2 \Lambda e^4}$$

Для справок приведем одно из точных решений этого уравнения, соответствующее начальному условию вида:

$$n = n_0 \left(1 + \frac{z^2}{d_0^2} \right)^{-1}$$

Это решение записывается следующим образом:

$$n = \frac{d_0 n_0}{d} \left(1 + \frac{z^2}{d^2} \right)^{-1},$$

где $d = d_0 + \frac{2 \xi t}{d_0 n_0}$.

Рассмотрим теперь полученные выше результаты с точки зрения проблемы термоизоляции плазмы в установке конечной длины. Если плазма находится в контакте с торцами, то время её остывания равно $t_2 \sim I^2 L^2 / \lambda v_{Te}$, где под L понимается длина установки. С другой стороны, характерное время расширения плазменного сгустка длиной L равно $t_1 = (m_i/m_e)^{1/2} t_2$. Поэтому можно было бы ожидать, что для увеличения времени термоизоляции плазмы до значений $\sim t_1$ достаточно создавать плазму в виде сгустка длиной $\sim L/2$, расположенного в середине установки и имеющего резкие края. Тогда наличие не заполненных плазмой промежутков между торцами установки и краями сгустка должно было бы обеспечить отсутствие потока тепла на торцы.

В действительности, однако, сразу после создания сгустка его приграничные слои толщиной порядка эффективной длины свободного пробега (т.е. λ/I) начнут свободно расширяться в пустоту с обоих концов сгустка со скоростью $\sim v_{Ti}$ и за время $\sim L/v_{Ti}$ достигнут торцов установки. Концентрация плазмы между сгустком и торцами установки станет равной $n_0(\lambda/IL)$ и далее будет только возрастать. Это значит, что эффективная длина свободного пробега в области между сгустком и торцами будет не больше L , т.е. для описания теплопередачи в этой области можно по крайней мере качественно пользоваться макроскопическим уравнением (25). Как видно из (25), коэффициент теплопроводности плазмы не зависит от концентрации. Но это означает, что время остывания плазмы будет того же порядка, что и в случае, когда плазма с самого начала заполняет все пространство между пробками.

Описанное сейчас явление (которое можно назвать "эффектом предвестника") существенно только в условиях, когда плазма, срывающаяся с границ сгустка, накапливается между сгустком и торцами установки. Если же на торцах будет обеспечено выполнение граничных условий, соответствующих истечению плазмы в вакуум, то время жизни горячей плазмы внутри установки будет порядка t_i .

4. Динамика плазмы при крупномасштабной гофрировке

В случае, когда $\lambda \ll \ell \ll L$ поведение плазмы можно с самого начала описывать с помощью уравнений двухжидкостной газодинамики. Рассмотрим плазму в отдельном пробкотроне. Её движение создается разностью давлений на торцах пробкотрона, которая по порядку величины равна $nT\ell/L$. Работа силы давления компенсируется за счёт вязкостной диссипации, причем в рассматриваемом нами случае сильного магнитного поля существенна только продольная вязкость. При пробочном отношении K порядка единицы энергия, диссипируемая в единицу времени внутри пробкотрона, равна $S u^2 m_i v_{Ti} \lambda / \ell$, где S - характерное поперечное сечение плазмы, а u - её массовая скорость. Сравнивая эту величину с работой $S n T \ell / L$, совершаемой в единицу времени силами давления, находим скорость движения плазмы:

$$u \sim v_{Ti} \frac{\ell^2}{\lambda L} \quad (29)$$

Отсюда видно, что существенное уменьшение скорости движения по сравнению со случаем свободного разлета может иметь место и при $\ell > \lambda$ (вплоть до $\ell \sim \sqrt{\lambda L}$).

Для получения уравнений, описывающих медленное ($u \ll v_{Ti}$) расширение плазмы мы воспользуемся тем же методом, что и в разделе 2: сначала, исследуя течение плазмы внутри отдаленного пробкотрона, найдем потоки вещества и энергии, а затем, подставляя их в законы сохранения типа (9), (10), получим замкнутую систему уравнений для медленных процессов.

При решении первой части задачи движение внутри каждого пробкотрона можно рассматривать как стационарное, потому что все параметры задачи изменяются с характерным временем L/u , которое много больше времени ℓ/u , определяющего протекание плазмы через пробкотрон. Еще одно упрощение связано с тем, что на длине одного пробкотрона все параметры плазмы меняются мало: $\Delta n = n(s_2) - n(s_1) \ll n$, $\Delta T_a = T_a(s_2) - T_a(s_1) \ll T_a$ и т.д. Это позволяет оставить в уравнениях газодинамики только члены первого порядка по Δn и ΔT_a .

Так как наибольший практический интерес представляет задача о расширении плазмы в пустоту, мы с самого начала будем считать макроскопические скорости электронов и ионов равными:

$$u_e = u_i = u.$$

Спроектируем систему уравнений двухжидкостной газодинамики на силовую линию. В результате, учитывая сделанные выше замечания, получим, что

$$-n \frac{\partial T_a}{\partial s} - T_a \frac{\partial n}{\partial s} = R \pm e n E_{||} + \frac{4 \eta_a}{3} \frac{H^{3/2}}{n} \frac{\partial}{\partial s} H^{-2} \frac{\partial}{\partial s} (q H^{1/2}) = 0, \quad (30)$$

$$\frac{\partial}{\partial s} \frac{q}{H} = 0, \quad (31)$$

$$\frac{\partial}{\partial s} \frac{Q_a}{H} = 0, \quad (32)$$

где

$$q = n u$$

-поток вещества,

$$Q = -\chi_a \frac{\partial T_a}{\partial s} + \frac{5}{2} q T_a$$

-поток энергии,

$$R = -0,71 \bar{n} \frac{\partial T_e}{\partial s}$$

-термосила, а η_a и χ_a - продольные вязкость и теплопроводность, определяемые соотношениями⁴⁾ (см. /2/):

$$\eta_i = 0,404 \frac{m_i^{1/2} \bar{T}_i^{5/2}}{\Lambda e^4}, \quad \chi_i = 4,04 \frac{\eta_i}{m_i}$$

$$\eta_e = 0,215 \frac{m_e^{1/2} \bar{T}_e^{1/2}}{\Lambda e^4}, \quad \chi_e = 4,33 \frac{\eta_e}{m_e}$$

Верхний знак в уравнении (30) относится к ионам, нижний - к электронам.

Следует отметить, что при $l > \lambda (L/\lambda)^{1/3}$ в уравнение движения ионов необходимо включать инерционный член $m_i n u \partial u / \partial s$. Однако этот член не влияет на приводимые ниже выражения для q и Q_a .

По заданным значениям ΔT_a и Δn из уравнений (30)-(32) можно найти величины q и Q_a :

$$q = -\frac{H}{I_1 H_{\max}} \frac{l^2 n \frac{\partial}{\partial z} n(T_e + T_i)}{\eta_i}, \quad (33)$$

4) Во избежание недоразумений отметим, что наши обозначения несколько отличаются от тех, которые приняты в работе /2/.

$$Q_a = \frac{5}{2} q T_a - \frac{H}{I_2 H_{\max}} \chi_a \frac{\partial T_a}{\partial z} \quad (34)$$

Здесь

$$I_1 = \frac{3l}{H_{\max}} \int_{s_1}^{s_2} \frac{ds}{H} \left(\frac{\partial H}{\partial s} \right)^2, \quad I_2 = \frac{1}{l H_{\max}} \int_{s_1}^{s_2} H ds$$

Производные $\partial/\partial z$ в (33), (34) введены аналогично (8). Индексы усреднения над n и T_a опущены.

При получении соотношений (33), (34) мы пренебрегли электронной вязкостью (она существенно меньше ионной) и, кроме того, исключили электрическое поле с помощью уравнения движения для электронов:

$$e \bar{n} E_{||} - R = -\bar{n} \frac{\partial T_e}{\partial s} - \bar{T}_e \frac{\partial n}{\partial s} \quad (35)$$

Закон сохранения вещества в газодинамике в точности совпадает с (9). Подставляя в (9) найденное выше выражение для q , находим уравнение для n :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{l^2}{II_1} \frac{\partial}{\partial z} \frac{n}{\eta_i} \frac{\partial}{\partial z} [n(T_e + T_i)] \quad (36)$$

Что касается газодинамического закона сохранения энергии, то он записывается следующим образом (см. /2/):

$$\frac{\partial n T_a}{\partial t} + \frac{2}{3I} \frac{\partial Q_a}{\partial z} = \frac{2 H_{\max}}{3lI} \int_{s_1}^{s_2} \frac{(e E_{||} - \frac{R}{n}) q(s) ds}{H(s)} = 0 \quad (37)$$

После подстановки сюда соотношений (34) и (35) находим уравнения для T_e и T_i :

$$\frac{\partial n T_a}{\partial t} = \frac{2}{3I} \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\chi_a}{I_2} \frac{\partial T_a}{\partial z} + \frac{5}{2} \frac{l^2 n T_a}{I_1 \eta_i} \frac{\partial}{\partial z} n(T_e + T_i) \right] \pm \quad (38)$$

$$\pm \frac{2\ell^2}{3II_1\eta_i} \left[\frac{\partial}{\partial z} n(T_e + T_i) \right] \left(\frac{\partial}{\partial z} nT_e \right) \pm n \frac{(T_e - T_i)}{\tau}$$

Для иллюстрации полученных результатов рассмотрим движение сгустка при $\lambda > \ell(I_2/I_1)^{1/2}(m_e/m_i)^{1/4}$, $L > \ell(II_1)^{-1/2}(m_i/m_e)^{1/4}$. Первое из этих условий означает, что электронная теплопроводность обеспечивает однородность T_e вдоль сгустка, а второе условие - что теплообмен между электронами и ионами поддерживает $T_i = T_e = T$. Соображения, аналогичные тем, которые приводились в разделе 3, показывают, что при этом T не зависит не только от координат, но и от времени. Система уравнений газодинамики сводится тогда к единственному уравнению для концентрации:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \xi \frac{\partial}{\partial z} n \frac{\partial n}{\partial z}, \quad \xi = \frac{2T\ell^2}{\eta_i II_1} \quad (39)$$

При начальном условии

$$n|_{t=0} = \begin{cases} n_0 \left(1 - \frac{z^2}{d_0^2}\right), & |z| < d_0 \\ 0, & |z| > d_0 \end{cases}$$

это уравнение имеет решение

$$n = \begin{cases} \frac{n_0 d_0}{d} \left(1 - \frac{z^2}{d^2}\right), & |z| < d \\ 0, & |z| > d, \end{cases}$$

$$d = \left(d_0^3 + 6d_0 n_0 \xi t\right)^{1/3}$$

Влияние профиля магнитного поля на скорость расширения плазмы входит в уравнение (39) через произведение II_1 . В случае, когда функция $H(s)$ имеет вид, изображенный на рис.2, величина II_1 равна

$$\frac{6\ell}{\ell_{np}} (k-1) \ln k \left[1 + 2 \frac{\ell_{np}}{\ell} \left(\frac{\ell_{nk}}{k-1} - 1 \right) \right]$$

Если $k \gg 1$ и $\ell_{np} \ll \ell$, то $II_1 \approx 6(\ell/\ell_{np}) k \ln k$. Скорость расширения плазмы при этом порядка $v_{Ti} \ell \ell_{np} / (\lambda L k \ln k)$

Условие применимости газодинамического приближения $\lambda \frac{\partial \ln u}{\partial s} \ll 1$ в случае магнитного поля, изображенного на рис.2 можно записать в виде: $\ell_{np}/k \gg \lambda$. Таким образом, между областями применимости результатов раздела 2 ($\ell < \lambda/k$) и результатов этого раздела ($\ell > \ell_{np} > k\lambda$) имеется область $\lambda/k < \ell < k\lambda$, где несправедлив ни один из этих результатов. Причина состоит в том, что при $\lambda/k < \ell < k\lambda$ эффективная длина свободного пробега велика по сравнению с размером пробки, но мала по сравнению с длиной всего пробкотрона, так что в области пробки следует пользоваться кинетическим рассмотрением, а в остальной части ловушки - двухжидкостной газодинамикой. В настоящей статье мы не будем останавливаться на исследовании этого промежуточного интервала параметров.

Рассмотрим теперь вопрос об искажениях, вносимых плазмой в магнитное поле. Если плазма оторвана от окружающих её стенок, то поправка ΔH к магнитному полю по порядку величины равна $8\pi p/H$, где $p = n(T_e + T_i)$ - давление плазмы. Ясно, что в этом случае гофрированное магнитное поле не разрушается плазмой только при $H^2/8\pi \gg p$.

Если же в радиальном направлении плазма удерживается жесткой оболочкой, то магнитное поле требуется только для подавления поперечной теплопроводности и может быть уменьшено до значений $H^2/8\pi \ll p$.

Отметим, что если оболочка является достаточно хорошим проводником, то по ней будет проходить одна из магнитных поверхностей. Гофрируя такую оболочку, можно создать практически любой профиль магнитного поля вдоль оси системы.

При удерживании плазмы стенками поперечный градиент давления в принципе может быть сделан сколь угодно малым (и даже равным нулю). Что же касается продольного градиента, то при расширении плазмы в пустоту он заведомо отличен от нуля и уравновешивается силой, действующей на плазму со стороны пробок. Поэтому все существенные искажения магнитного поля будут связаны именно с продольным градиентом.

Для нахождения их мы воспользуемся уравнениями равновесия плазмы:

$$\frac{1}{8\pi} \frac{\partial}{\partial x_\beta} (H^2 \delta_{\alpha\beta} - H_\alpha H_\beta) = -\frac{\partial}{\partial x_\beta} (p \delta_{\alpha\beta} + \pi_{\alpha\beta}), \quad (40)$$

где $\pi_{\alpha\beta} = \pi_{\alpha\beta}^{(e)} + \pi_{\alpha\beta}^{(i)} \approx \pi_{\alpha\beta}^{(i)}$ — тензор вязких напряжений. Учитывая симметрию задачи и используя явное выражение для тензора $\pi_{\alpha\beta}^{(i)}$ (см. /2/), из (40) получаем, что

$$\frac{H}{4\pi} \left(\frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{\partial H_r}{\partial z} \right) = -\frac{\partial}{\partial r} \left(p + \frac{2}{3} \frac{\eta_i}{\sqrt{H}} \frac{\partial u \sqrt{H}}{\partial s} \right) + \frac{2\eta_i}{\sqrt{H}} \frac{\partial u \sqrt{H}}{\partial s} \frac{\partial \ln H}{\partial r} \quad (41)$$

где $\partial/\partial r$ обозначает производную по нормали к силовой линии.

Дальнейшие вычисления мы проведем в предположении, что поперечный размер установки мал по сравнению с длиной отдельного пробкотрона (точнее, что $H_r \ll H_z$). Это позволяет заменить производные $\partial/\partial r$ на производные $\partial/\partial r$, и, кроме того, пренебречь величиной $\partial H_r/\partial z$ в левой части уравнения (41):

$$\frac{\partial}{\partial r} \frac{H^2}{8\pi} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(p + \frac{2}{3} \frac{\eta_i}{\sqrt{H}} \frac{\partial u \sqrt{H}}{\partial s} \right) + \frac{2\eta_i}{\sqrt{H}} \frac{\partial u \sqrt{H}}{\partial s} \frac{\partial \ln H}{\partial r}$$

(мы учли, что $H_z \approx H$). В отсутствие течения плазмы, при $u=0$, магнитное поле удовлетворяет условию:

$$\frac{\partial}{\partial r} \frac{H^2}{8\pi} = -\frac{\partial p}{\partial r}$$

Когда возникает продольный градиент давления и вызываемое им течение плазмы, магнитное поле искажается на величину ΔH , которая может быть определена из уравнения:

$$\frac{\partial}{\partial r} \frac{H \Delta H}{4\pi} = -\frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\eta_i}{\sqrt{H}} \frac{\partial u \sqrt{H}}{\partial s} \right) + \frac{2\eta_i}{\sqrt{H}} \frac{\partial u \sqrt{H}}{\partial s} \frac{\partial \ln H}{\partial r}$$

Подставляя сюда $u(s)$ из (33), можно получить точное выражение для ΔH . Мы ограничимся оценкой, относящейся к изображенному на рис.2 профилю магнитного поля:

$$\left(\frac{\Delta H}{H} \right)_{\max} \sim \frac{8\pi p}{H_{\min}^2} \frac{\ell}{L \ln k}$$

(отношение $\Delta H/H$ максимизировано по длине пробкотрона). Неравенство $(\Delta H/H)_{\max} \leq 1$ дает следующее ограничение на максимально допустимое значение p :

$$p \sim \frac{H_{\min}^2}{8\pi} \frac{L \ln k}{\ell} \gg \frac{H_{\min}^2}{8\pi}$$

Таким образом, в условиях, когда давление плазмы уравнивается стенками, гофрировки не разрушается даже при $p \gg H_{\min}^2/8\pi$

В случае мелкомасштабной гофрировки для вычисления поправки к магнитному полю следует предварительно найти функцию P_e (что можно сделать с помощью соотношений (5)). Ввиду крайней громоздкости соответствующих вычислений мы не будем их здесь приводить. Отметим только, что результат несущественно отличается от указанного выше.

5. Сводка результатов

Ниже перечислены основные результаты работы.

1. Получена макроскопическая система уравнений, описывающая продольное движение плазмы в случае сильной ($K \gg 1$) мелкомасштабной $\ell \lesssim \lambda/K$ гофрировки. Показано, что скорость расширения плазмы значительно уменьшается по сравнению со случаем гладкого поля. Этот эффект существенно зависит от пробочного отношения и от конфигурации магнитного поля. При "точечных" пробках скорость расширения по порядку величины равна $v_{ti} \lambda/LK^2$, где L — масштаб продольной неоднородности плазмы. Время продольного расширения плазменного облака (время удвоения его длины) равно $t_1 \sim K^2 L^2/\lambda v_{ti}$. Гофрировка приводит также к уменьшению в K^2 раз электронной теплопроводности вдоль магнитного поля.

2. Получены уравнения описывающие динамику плазмы при крупномасштабной ($\ell > K\lambda$) гофрировке. Эти уравнения справедливы при произвольном значении K . При крупномасштабной гофрировке скорость расширения уменьшается за счет продольной вязкости ионов. Эффект зависит от K и от профиля магнитного поля. При $K \gg 1$ и коротких пробках ($\ell_{пр} \ll \ell$) справедлива оценка $u \sim \sqrt{\tau_i} \ell \ell_{пр} / \lambda_L K \nu_{ik}$.

3. Если в радиальном направлении плазма удерживается не магнитным полем, а хорошо проводящей оболочкой, профилированной по магнитной поверхности, то плазма не будет разрушать гофрировку даже при $\rho \gg H^2 / 8\pi$.

В заключение авторы приносят глубокую благодарность Г.И.Будкеру за постоянное внимание к работе и ценные советы.

ТАБЛИЦА

n	$\beta_e^{(n)}$	$\beta_i^{(n)}$	$\gamma_e^{(n)}$	$\gamma_i^{(n)}$	$\bar{P}_a^{(n)}$
1	$-e_g$	i_g	$-e_{ }$	$i_{ }$	$\frac{e\bar{E}}{T_a}$
2	e_g	i_g	$e_{ }$	$i_{ }$	$\frac{1}{\bar{n}_a} \frac{\partial \bar{n}_a}{\partial z}$
3	$e_{ } - \frac{3}{2}e_g$	$i_{ } - \frac{3}{2}i_g$	$e_{ } - \frac{3}{2}e_{ }$	$i_{ } - \frac{3}{2}i_{ }$	$\frac{1}{\bar{T}_a} \frac{\partial \bar{T}_a}{\partial z}$

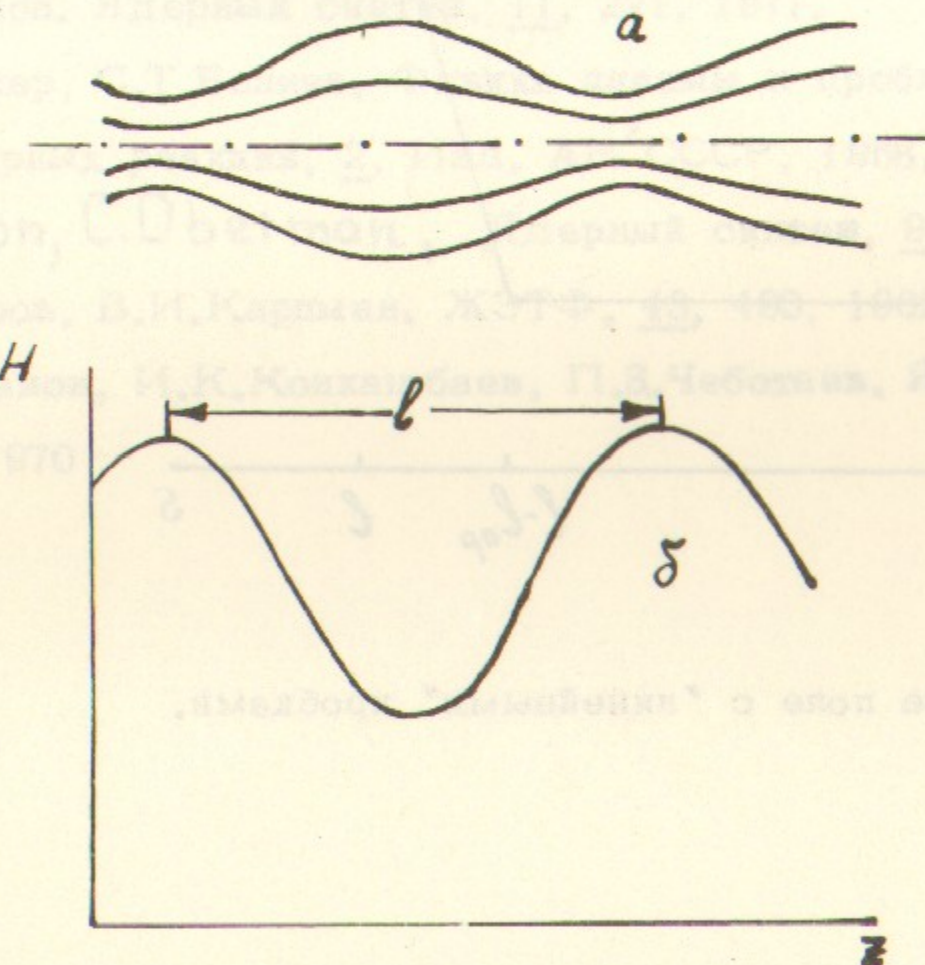


Рис.1. Гофрированное магнитное поле.
 а - силовые линии;
 б - напряженность магнитного поля на оси системы.

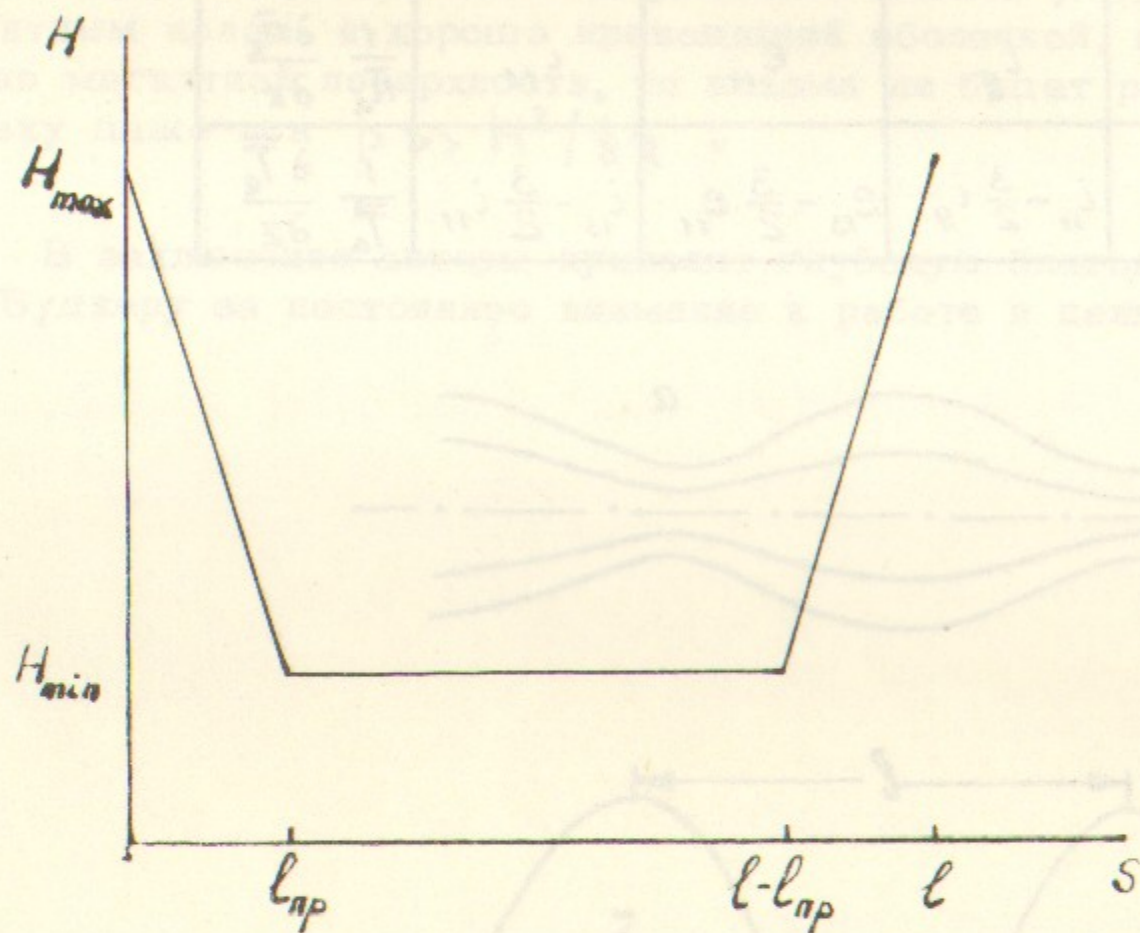


Рис.2. Магнитное поле с "линейными" пробками.

Л и т е р а т у р а

1. Г.И.Будкер, В.В.Мирнов, Д.Д.Рютов. Письма в ЖЭТФ, 14, 320, 1971.
2. С.И.Брагинский. В сб. Вопросы теории плазмы, 1, Атомиздат, 1963, стр. 183.
3. J.M. Dawson, A. Hertzberg, R.E. Kidder, G.S. Vlasses, H.G. Ahlstrom, L.C. Steinhauer. Докл. N° CN-28/D-13 на 4-й Межд. конф. по физике плазмы, Мэдисон, США, 1971.
4. Б.Н.Брейзман, В.В.Мирнов, Д.Д.Рютов. ЖЭТФ, 58, 1770, 1970.
5. В.В.Мирнов. Ядерный синтез, 11, 221, 1971.
6. Г.И.Будкер, С.Т.Беляев. Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций, 2, Изд. АН СССР, 1958, стр.330.
7. F. Hinton, C. Oberman, Ядерный синтез, 9, 319, 1969.
8. В.Е.Захаров, В.И.Карпман. ЖЭТФ, 43, 490, 1962.
9. С.Г.Алиханов, И.К.Конкашбаев, П.З.Чеботаев. Ядерный синтез, 10, 13, 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Т.Н. Бухард, В.В. Марков, Д.Д. Рютов. *Вестник АН СССР*, 1971, 10, 13, 1970.
2. С.Н. Бранднер, В.С. Воронин. *Теория ядерных реакций*, 1968, стр. 184.
3. J.M. Dawson, A. Hertzberg, R.E. Kieber, G.S. Wasnes. *Nucl. Phys. A*, 1971, 131, 1-12.
4. В.Н. Брайман, В.В. Марков, Д.Д. Рютов. *ЖЭФ*, 1970, 17, 170, 1970.
5. В.В. Марков. *Ядерная физика*, 1971, 11, 221, 1971.
6. Т.Н. Бухард, С.Т. Болгов. *Физика ядерных реакций в проблеме управляемой термоядерной реакции*, 2. Мад. АН СССР, 1968, стр. 286.
7. F. Hilton, C. Oberman. *Ядерная физика*, 1968, 10, 318, 1968.
8. В.Е. Захаров, В.Н. Карпов. *ЖЭФ*, 1967, 14, 195, 1967.
9. С.Т. Давханов, М.К. Кавказов, П.С. Федотов. *Ядерная физика*, 1970, 10, 13, 1970.

Рис. 1. Магнитное поле с линейными пробками.

Ответственный за выпуск РЮТОВ Д.Д.

Подписано к печати **9.11.71.** **МН 15227**

Усл. **1,2** печ.л., тираж **250** экз. Бесплатно.

Заказ № **69** . ПРЕПРИНТ

Отпечатано на ротационной машине в ИЯФ СО АН СССР, гв.