УСТОЙЧИВОСТЬ ФАЗОВОГО ДВИЖЕНИЯ МНОГИХ СГУСТКОВ В НАКОПИТЕЛЯХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

М.М.Карлинер

АННОТАЦИЯ

Исследованы условия устойчивости фазового движения многих сгустков в накопителях релятивистских частиц при электромагнитном взаимодействии пучка с внешней системой. Для наиболее характерного случая одинаковых сгустков, число которых равно кратности радиочастоты, получены условия устойчивости в виде системы неравенств, каждое из которых обеспечивает устойчивость соответствующей симметричной моды колебаний. Дан анализ особенностей случая многих сгустков по сравнению с одним сгустком. Приведено выражение для инкрементов неустойчивости симметричных мод.

Введение

В [1, 2] ранее были найдены условия устойчивости фазового движения частиц в накопителях релятивистских частиц, относящиеся к случаю, когда все частицы находятся в одной сепаратрисе и, следовательно, сгруппированы в один сгусток. Из этих условий, в частности, следует, что фазовая неустойчивость может быть подавлена путем соответствующей настройки ускоряющего резонатора, имеющего достаточно большое шунтовое сопротивление, независимо от кратности радиочастоты.

При наличии в накопителе нескольких заполненных частицами сепаратрисс (кратность радиочастоты $q > 1$) появляются дополнительные степени свободы пучка, в результате чего с помощью ускоряющего резонатора может быть подавлен лишь определенный вид (мода) фазовых колебаний. Другие моды не связаны с ускоряющим резонатором и не подавляются последним. Такие эффекты наблюдались в Орсэ (Франция) и Фраскати (Италия) [3, 4] во время наладки электрон-позитронных накопителей.

В связи с этим в настоящей работе исследованы условия устойчивости фазовых колебаний для системы многих сгустков. Анализ выполнен с помощью метода, примененного в [1, 2] для одного сгустка при следующих предположениях:

а) энергия частиц выше критической,

б) азимутальное распределение частиц в сгустках в процессе фазовых колебаний предполагается неизменным,

в) азимутальный размер ускоряющего зазора мал по сравнению с длиной сгустка.

Первое и третье предположения не являются принципиальными и сделаны лишь для определенности и упрощения выкладок.

При исследовании устойчивости взаимодействие пучка с внешней системой (т.е. с элементами накопителя, определяющими граничные условия для электромагнитного поля, возбуждаемого пучком) расчленяется на два этапа:

а) возбуждение фазовых колебаний внешними полями,

б) возбуждение электромагнитного поля колеблющимся пучком.

Условия замыкания образующегося "кольца" позволяют найти условия устойчивости с помощью критерия Найквиста. В соответствии с этим в разделе 1 рассмотрено возбуждение вынужденных фазовых колебаний электромагнитным полем боковых частот. Если собственные частоты сгустков одинаковы, то фазовые колебания в системе сгустков возбуждаются в виде симметричных мод, когда сдвиг фаз между соседними сгустками одинаков.

В разделе 2 получено выражение для наведенного на внешней системе напряжения с учётом разброса собственных частот колебаний отдельных частиц внутри сгустка. В случае неравных сгустков при взаимодействии с внешней системой симметричные моды оказываются связанными, что затрудняет анализ.

Но в частном случае, когда все сгустки одинаковы (и все сепаратрисы заполнены) симметричные моды остаются несвязанными; это позволяет сравнительно просто в разделе 3 получить условия устойчивости в виде системы неравенств, каждое из которых записано для соответствующей симметричной моды. Получено также выражение для инкрементов нарастания фазовых колебаний при возникновении неустойчивости.

1. Симметричные моды фазовых колебаний

Для анализа условий фазовой устойчивости многих сгустков используется линейная модель пучка в виде колебательной системы с числом степеней свободы, равным числу сгустков. Заметим, что в дальнейшем число сгустков мы будем считать равным числу сепаратрисс, хотя не все сепаратриссы обязательно должны быть заполнены (для незаполненных сепаратрисс ток сгустков равен нулю).

Внутренние движения частиц в сгустках обуславливают в принятой модели лишь затухание Ландау.

Напряжение на ускоряющем зазоре будем предполагать синусоидальным

$$u = U_q \cdot \sin(q\omega_s t + \varphi_s), \qquad (1)$$

где q - кратность радиочастоты, ω_s - угловая частота обращения равновесных частиц в накопителе, φ_s - равновесная фаза.

Линеаризованное уравнение свободных фазовых колебаний имеет вид

$$\ddot{\varphi} + \frac{2}{\tau_c}\dot{\varphi} + \Omega_0^2\varphi = 0, \qquad (2)$$

причем φ - отклонение частицы от равновесной фазы, τ_c - постоянная времени радиационного затухания, $\Omega_0^2 = \frac{q\Gamma\omega_s e U_q \cdot |\cos\varphi_s|}{2\pi E_s}$ - квадрат угловой частоты свободных фазовых колебаний [5].

Если в спектре напряжения на ускоряющем зазоре содержатся боковые частоты, отстоящие от гармоник частоты обращения ω_s на $\pm\Omega$, т.е. частоты вида $k\omega_s \pm \Omega$, то уравнение фазовых колебаний принимает вид

$$\ddot{\varphi} + \frac{2}{\tau_c}\dot{\varphi} + \Omega_0^2\varphi = -\frac{U_\delta}{U_q \cdot |\cos\varphi_s|}\cdot\Omega_0^2 \sin\Omega t, \qquad (3)$$

где U_δ - амплитуда напряжения боковой частоты.

Можно показать, что все возбуждаемые во внешней системе электрические поля могут быть приведены к эквивалентному напряжению на ускоряющем зазоре. Поэтому уравнение (3) справедливо также при наличии полей боковых частот на внешней системе.

Решение уравнения (3) для вынужденных колебаний имеет вид

$$\varphi = \Phi \sin(\Omega t + \psi) \qquad (4)$$

где

$$\Phi = \frac{U_\delta}{U_q \cdot |\cos\varphi_s|}\cdot\frac{Q_c}{\sqrt{1 + Q_c^2 x_0^2}}, \qquad (5)$$

$$\psi = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} Q_c x_0,$$

$$Q_c = \frac{\Omega_0 \tau_c}{2}, \quad x_0 = \frac{\Omega}{\Omega_0} - \frac{\Omega_0}{\Omega} \cong \frac{2(\Omega-\Omega_0)}{\Omega_0}. \tag{6}$$

В дальнейшем предполагается, как упоминалось выше, что собственные частоты фазовых колебаний всех q сгустков одинаковы. В такой системе колебания могут возбуждаться лишь в виде симметричных мод, когда соседние сгустки колеблются со сдвигом фазы $\frac{2\pi m}{q}$, причём $m = 0, 1, \ldots, q-1$ – номер моды колебаний. Мода с номером m возбуждается напряжениями боковых частот вида

$$U^{+}_{pq+m} \sin\left[(pq+m)\omega_s t + \Omega t\right] \tag{7}$$

или

$$U^{-}_{pq+q-m} \sin\left[(pq+q-m)\omega_s t - \Omega t\right]. \tag{8}$$

Здесь $p = 0, 1, 2, \ldots$, U^{+}_{pq+m} – амплитуда напряжения верхней боковой частоты около гармоники частоты обращения $(pq+m)\omega_s$, U^{-}_{pq+q-m} – амплитуда напряжения нижней боковой частоты около гармоники частоты обращения $(pq+q-m)\omega_s$. В этом случае для сгустка с номером $n \; (n = 0, 1, \ldots, q-1)$ уравнение фазовых колебаний имеет вид

$$\ddot{\varphi} + \frac{2}{\tau_c}\dot{\varphi} + \Omega_0^2 \varphi = -\frac{U^{+}_{pq+m}}{U_a \cdot |\cos\varphi_s|} \Omega_0^2 \sin\left(\Omega t + \frac{2\pi m}{q} n\right) \tag{9}$$

и аналогично для нижней боковой частоты.

Соответственно, решение уравнения (9) для φ_n будет иметь вид

$$\varphi_n = \Phi \sin\left(\Omega t + \psi + \frac{2\pi m}{q} n\right). \tag{10}$$

2. Наведенное напряжение

Ток каждого сгустка при наличии фазовых колебаний определяется с учётом разброса собственных частот колебаний отдельных частиц, а также момента пролёта сгустка через ускоряющий зазор и фазы колебаний. Кроме того, ток каждого сгустка может быть разложен в ряд Фурье по гармоникам азимутального распределения плотности частиц. Разброс собственных частот характеризуется функцией распределения $W(x_e)$, где $x_e = \frac{2(\Omega_e - \Omega_0)}{\Omega_0}$, где Ω_e - собственная частота частицы. В результате для тока n -го сгустка имеем следующий ряд

$$i_n = -\sum_{k=0} I_{kn} \int_{-\infty}^{\infty} \cos\left[k\omega_s\left(t - n\frac{T_s}{q}\right) + \frac{k}{q}\varphi_n\right] W_n(x_e)\, dx_e, \tag{11}$$

где $T_s = \frac{2\pi}{\omega_s}$ - период обращения равновесной частицы,

I_{kn} - амплитуда k-й гармоники тока n -го сгустка.

Соотношение (11) в дальнейшем преобразуется с учётом следующих допущений, справедливых для малых колебаний:

а) спектр боковых частот ограничен только ближайшими к несущим нижней и верхней боковыми частотами,

б) фазовые колебания описываются линейным уравнением (10). Кроме того, будем предполагать также, что азимутальные распределения плотности частиц во всех сгустках одинаковы и одинаковы функции распределения собственных частот, т.е.

$$I_{kn} = C_k I_n, \quad W_n(x_e) = W(x_e)$$

где $I_n = \frac{N_n e \omega_s}{2\pi}$ - средний ток n -го сгустка.

Суммируя токи всех сгустков и подставляя получим полный ток пучка

$$i = -\sum_{n=0}^{q-1} I_n \sum_{k=0} C_k \int_{-\infty}^{\infty} \cos\left(k\omega_s t - \frac{2\pi n}{q}k + \frac{k}{q}\varphi_n\right) W(x_e)\, dx_e$$

или, учитывая малость φ_n

$$i = -\sum_{n=0}^{q-1} I_n \sum_{k=0} C_k \cos\left(k\omega_s t - \frac{2\pi n}{q}k\right) +$$

$$+\sum_{n=0}^{q-1} I_n \sum_{k=0} C_k \frac{k}{q} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_n \cdot \sin\left(k\omega_s t - \frac{2\pi n}{q}k\right) \cdot W(x_e)\, dx_e. \qquad (12)$$

Подставив сюда φ_n из (10), сделав некоторые тригонометрические преобразования и изменив порядок суммирования по n и k, получим

$$i = -\sum_{k=0} C_k (a_k \cos k\omega_s t + b_k \sin k\omega_s t) + \qquad (13)$$

$$+\sum_{k=0} C_k \frac{k}{q} \sum_{n=0}^{q-1} I_n \int_{-\infty}^{\infty} \Phi \sin\left(\Omega t + \frac{2\pi m}{q} + \psi\right) \cdot \sin\left(k\omega_s t - \frac{2\pi n}{q}k\right) \cdot W(x_e)\, dx_e,$$

где

$$a_k = \sum_{n=0}^{q-1} I_n \cos\frac{2\pi k n}{q}, \quad b_k = \sum_{n=0}^{q-1} I_n \sin\frac{2\pi k n}{q}. \qquad (14)$$

При этом следует учитывать, что Φ и ψ в отличие от (5) и (6) являются функциями расстройки $x_0 - x_e = \frac{\varepsilon(\Omega - \Omega_e)}{\Omega_0}$

Первое слагаемое в (13) может создать на внешней системе напряжение с частотами, кратными частоте обращения. Гармоники с частотами, некратными радиочастоте, вызывают расщепление собственных частот сгустков, что противоречит сделанному предположению. Считая этот эффект малым, вначале пренебрежем действием первого слагаемого в (13) и рассмотрим вторую сумму в (13), содержащую только боковые частоты.

Подставляя φ и ψ из (5) и (6) и производя преобразования, получим следующее выражение для составляющих боковых частот тока пучка

$$i_{бок}=\frac{U_\delta Q_c A}{2U_q|\cos\varphi_s|}\sum_{k=1} C_k\frac{k}{q}\Big[a_{k-m}\sin(k\omega_s+\Omega)t+a_{k+m}\sin(k\omega_s-\Omega)t-$$

$$-b_{k-m}\cos(k\omega_s+\Omega)t-b_{k+m}\cos(k\omega_s-\Omega)t\Big]+$$

$$+\frac{U_\delta Q_c B}{2U_q|\cos\varphi_s|}\sum_{k=1} C_k\frac{k}{q}\Big[b_{k-m}\sin(k\omega_s+\Omega)t+b_{k+m}\sin(k\omega_s-\Omega)t-$$

$$-a_{k-m}\cos(k\omega_s+\Omega)t+a_{k+m}\cos(k\omega_s-\Omega)t\Big], \tag{15}$$

где

$$A=A(x_0)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{W(x_e)\,dx_e}{1+Q_c^2(x_0-x_e)^2}, \tag{16}$$

$$B=B(x_0)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{Q_c(x_0-x_e)W(x_e)}{1+Q_c^2(x_0-x_e)^2}\,dx_e. \tag{17}$$

а коэффициенты $a_{k-m}, a_{k+m}, b_{k-m}, b_{k+m}$ определены соотношениями (14).

Таким образом, при фазовых колебаниях, соответствующих некоторой симметричной моде с номером m, в общем случае ток содержит боковые частоты $k\omega_s \pm \Omega\ (k=1,2,\dots)$. Наведенные на внешней системе напряжения этих частот в свою очередь возбуждают симметричные моды не только с номером m, но и все остальные. Иначе говоря, симметричные моды оказываются в общем случае связанными через внешнюю систему. С другой стороны, для применения критерия Найквиста требуется переход к не связанным (нормальным) модам фазовых колебаний, что усложняет анализ устойчивости в общем случае.

Задача упрощается, если токи всех сгустков одинаковы, т.е. $I_n = \frac{I}{q}$; где I – полный средний ток в накопителе. Этот частный случай представляет интерес, т.к. в нем обнаруживаются характерные трудности обеспечения устойчивости в случае многих сгустков. Поэтому мы ограничимся анализом устойчивости только для полностью симметричной системы сгустков.

Для симметричной системы сгустков в первой сумме (13) все $b_k = 0$, а из коэффициентов a_k лишь те неравны нулю, для которых $k = pq\ (p=0,1,2,\dots)$, причём $a_{pq} = I$. Соответствующие гармоники наведенного напряжения с частотами $pq\omega_s$ сдвигают собственные частоты всех сгустков одинаково, благодаря чему в этом случае предположение о равенстве собственных частот является строгим.

Соотношение (15) упрощается, т.к. $b_{k-m} = b_{k+m} = 0$. Остаются неравными нулю коэффициенты a_{k-m}, для которых $k-m = pq\ (p=0,1,2,\dots)$, т.е. $k = pq+m$, а также те a_{k+m}, для которых $k+m = pq+q\ (p=0,1,2,\dots)$, т.е. $k = pq+q-m$.

При этом величины неравных нулю коэффициентов равны

$$a_{pq} = a_{pq+q} = 1.$$

В результате (15) сводится к следующему

$$i_{бок} = \frac{U_\delta Q_c I A}{2U_q \cdot |\cos\varphi_s|} \sum_{p=0} \Big\{ C_{pq+m}\Big(p+\frac{m}{q}\Big) \sin\big[(pq+m)\omega_s + \Omega\big]t +$$

$$+ C_{pq+q-m}\Big(p+1-\frac{m}{q}\Big) \sin\big[(pq+q-m)\omega_s - \Omega\big]t \Big\} -$$

$$- \frac{U_\delta Q_c I B}{2U_q \cdot |\cos\varphi_s|} \sum_{p=0} \Big\{ C_{pq+m}\Big(p+\frac{m}{q}\Big) \cos\big[(pq+m)\omega_s + \Omega\big]t -$$

$$- C_{pq+q-m}\Big(p+1-\frac{m}{q}\Big) \cos\big[(pq+q-m)\omega_s - \Omega\big]t \Big\}. \tag{18}$$

Таким образом, в этом случае ток содержит боковые частоты вида $(pq+m)\omega_s + \Omega$ и $(pq+q-m)\omega_s - \Omega$.

Наведенное на внешней системе напряжение этих частот возбуждает фазовые колебания только m -й моды, т.е. симметричные моды оказываются не связанными. Это позволяет исследовать устойчивость каждой симметричной моды отдельно.

Дальнейший ход расчётов является стандартным для используемого метода.

Пусть сопротивление внешней системы для боковых частот равно

$$Z_k^{\pm} = z_k^{\pm} e^{j\varphi_k^{\pm}} = R_k^{\pm} + j X_k^{\pm} \tag{19}$$

где знаки $\pm$ относятся к верхней и нижней боковым частотам около k -й гармоники. Тогда напряжение боковых частот определяется следующей суммой

$$u_{бок} = \frac{U_{б} Q_c I A}{2 U_q \cdot |\cos\varphi_s|} \sum_{p=0} \Big\{ C_{pq+m} \left(p + \frac{m}{q}\right) z^{+}_{pq+m} \sin\left[(pq+m)\omega_s t + \Omega t + \varphi^{+}_{pq+m}\right] +$$

$$+ C_{pq+q-m}\left(p+1-\frac{m}{q}\right) z^{-}_{pq+q-m} \sin\left[(pq+q-m)\omega_s t - \Omega t + \varphi^{-}_{pq+q-m}\right]\Big\} -$$

$$- \frac{U_{б} Q_c I B}{2 U_q |\cos\varphi_s|} \sum_{p=0} \Big\{ C_{pq+m}\left(p+\frac{m}{q}\right) z^{+}_{pq+m} \cos\left[(pq+m)\omega_s t + \Omega t + \varphi^{+}_{pq+m}\right] -$$

$$- C_{pq+q-m}\left(p+1-\frac{m}{q}\right) z^{-}_{pq+q-m} \cos\left[(pq+q-m)\omega_s t - \Omega t + \varphi^{-}_{pq+q-m}\right]\Big\}. \qquad (20)$$

Мгновенное значение напряжения в момент прохождения n -ого сгустка получается путем замены

$$(pq \pm m)\omega_s t = (pq \pm m)\frac{2\pi n}{q} = 2\pi n \pm \frac{2\pi m}{q} n .$$

Для простоты это напряжение запишем для $n=0$:

$$U_{бок} = \frac{U_{б} Q_c I A}{2 U_q |\cos\varphi_s|} \sum_{p=0} \Big\{ C_{pq+m}\left(p+\frac{m}{q}\right) z^{+}_{pq+m} \sin\left(\Omega t + \varphi^{+}_{pq+m}\right) -$$

$$- C_{pq+q-m}\left(p+1-\frac{m}{q}\right) z^{-}_{pq+q-m} \sin\left(\Omega t - \varphi^{-}_{pq+q-m}\right)\Big\} -$$

$$-\frac{U_\delta Q_c I B}{2U_q|\cos\varphi_s|}\sum_{p=0}\Big\{C_{pq+m}\left(p+\frac{m}{q}\right)Z^+_{pq+m}\cos\left(\Omega t+\varphi^+_{pq+m}\right)-$$

$$-C_{pq+q-m}\left(p+1-\frac{m}{q}\right)Z^-_{pq+q-m}\cos\left(\Omega t-\varphi^-_{pq+q-m}\right)\Big\}.$$

(21)

Соотношение (21) может быть преобразовано к виду

$$U_{\delta o\kappa}=\frac{U_\delta Q_c I}{2U_q|\cos\varphi_s|}\Big\{\cos\Omega t\Big[A\sum_{p=0}C_{pq+m}\left(p+\frac{m}{q}\right)X^+_{pq+m}+$$

$$+A\sum_{p=0}C_{pq+q-m}\left(p+1-\frac{m}{q}\right)X^-_{pq+q-m}-B\sum_{p=0}C_{pq+m}\left(p+\frac{m}{q}\right)R^+_{pq+m}+$$

$$+B\sum_{p=0}C_{pq+q-m}\left(p+1-\frac{m}{q}\right)R^-_{pq+q-m}\Big]+\sin\Omega t\Big[A\sum_{p=0}C_{pq+m}\left(p+\frac{m}{q}\right)R^+_{pq+m}-$$

$$-A\sum_{p=0}C_{pq+q-m}\left(p+1-\frac{m}{q}\right)R^-_{pq+q-m}+B\sum_{p=0}C_{pq+m}\left(p+\frac{m}{q}\right)X^+_{pq+m}+$$

$$+B\sum_{p=0}C_{pq+q-m}\left(p+1-\frac{m}{q}\right)X^-_{pq+q-m}\Big]\Big\}.$$

(22)

Таким образом, напряжение вида (7) – (8) с амплитудой U_δ вызывает фазовые колебания сгустка, которые приводят к появлению на внешней системе напряжения (22).

3. Условия устойчивости

Условия устойчивости такой системы могут быть получены с помощью критерия Найквиста [6]. Предположим, что существует вещественная частота Ω, для которой коэффициент при $\cos\Omega t$ в (22) обращается в нуль, т.е.

$$A(x_0)\sum_{p=0}\left[C_{pq+m}\left(p+\frac{m}{q}\right)X^{+}_{pq+m}+C_{pq+q-m}\left(p+1-\frac{m}{q}\right)X^{-}_{pq+q-m}\right]-$$

$$-B(x_0)\sum_{p=0}\left[C_{pq+m}\left(p+\frac{m}{q}\right)R^{+}_{pq+m}-C_{pq+q-m}\left(p+1-\frac{m}{q}\right)R^{-}_{pq+q-m}\right]=0 \tag{23}$$

Соотношение (23) представляет собой уравнение, определяющее $x_0=\dfrac{2(\Omega-\Omega_0)}{\Omega_0}$, т.е. частоту Ω, на которой возможно самовозбуждение фазовых колебаний. Заметим, что от неизвестной величины x_0 зависят также R^{+}_{pq+m}, R_{pq+q}, X^{+}_{pq+m} и X^{-}_{pq+q-m}. Однако, чаще всего эта зависимость вследствие малой величины сдвига частоты невелика и ею можно пренебречь.

В дальнейшем будем обозначать через A_m и B_m величины A и B при значении x_0, найденном из (23).

Условие устойчивости сводится к тому, чтобы при найденной частоте коэффициент при в (22) был меньше $U_\delta\ (U_\delta>0)$:

$$\frac{U_\delta Q_c I}{2U_q|\cos\varphi_s|}\left\{A_m\sum_{p=0}\left[C_{pq+m}\left(p+\frac{m}{q}\right)R^+_{pq+m}-C_{pq+q-m}\left(p+1-\frac{m}{q}\right)R^-_{pq+q-m}\right]+\right.$$

$$\left.+B_m\sum_{p=0}\left[C_{pq+m}\left(p+\frac{m}{q}\right)X^+_{pq+m}+C_{pq+q-m}\left(p+1-\frac{m}{q}\right)X^-_{pq+q-m}\right]\right\}<U_\delta. \tag{24}$$

Сокращая это неравенство на U_δ, деля на $A_m\ (A_m>0)$ и подставляя $\frac{B_m}{A_m}$ из (23), это неравенство можно привести к следующему виду:

$$\frac{Q_c' I}{2U_q|\cos\varphi_s|}\sum_{p=0}\left[C_{pq+m}\left(p+\frac{m}{q}\right)R^+_{pq+m}-C_{pq+q-m}\left(p+1-\frac{m}{q}\right)R^-_{pq+q-m}\right]<1, \tag{25}$$

причём

$$Q_c'=Q_c\,\frac{A_m^2+B_m^2}{A_m} \tag{26}$$

Неравенство (25) представляет собой условие устойчивости, ограничивающее величину тока пучка. Уравнение (23) и неравенство (25) записывается для каждой симметричной моды, т.е. всего имеется q условий устойчивости. Для устойчивости фазового движения пучка необходимо, чтобы все моды были устойчивы.

Если в неравенстве (25) сумма отрицательна, то соответствующая мода устойчива при любом токе пучка. В противном случае мода потенциально неустойчива, т.е. возбуждается при увеличении тока пучка выше порогового значения.

Из (25) аналогично тому, как это сделано в [2], можно получить выражение для инкремента неустойчивости моды

$$\delta_m = \frac{I \cdot \Omega_0}{4U_q \cdot |\cos\varphi_s|} \sum_{p=0} \left[C_{pq+m}\left(p+\frac{m}{q}\right) R^+_{pq+m} - C_{pq+q-m}\left(p+1-\frac{m}{q}\right) R^-_{pq+q-m} \right]$$

(27)

Отметим следующие особенности, отличающие поведение симметричной системы q сгустков от поведения одного сгустка [2].

1. Сопротивление ускоряющего резонатора $R^\pm_q$ входит лишь в одно из неравенств (25), для которого $m=0$. Поэтому настройкой ускоряющего резонатора невозможно подавить неустойчивость мод с $m \neq 0$.

2. Чтобы выяснить другую особенность многосгустковой системы, рассмотрим частный случай, когда внешняя система резонирует на частоте, близкой к $(pq+m)\omega_s$, причем $m \neq 0$. Тогда отличны от нуля только два сопротивления R^+_{pq+m} и R^-_{pq+m} для боковых частот, близких к резонансной. Эти сопротивления входят в два различных неравенства (25) – для m-й и $(q-m)$-й мод. Поэтому m-я мода будет потенциально неустойчивой. Для случая же одного сгустка указанные два сопротивления в виде разности входят в одно неравенство; в этом случае неустойчивость может иметь место лишь при определенном расположении паразитного резонанса – несколько выше частоты $(pq+m)\omega_s$. Кроме того, обычно $\Omega \ll \omega_s$, поэтому разность сопротивлений $R^+_{pq+m} - R^-_{pq+m}$ много меньше каждого из сопротивлений, вследствие чего в односгустковом случае даже при неблагоприятном расположении резонанса пороговый ток пучка значительно больше.

3. В многосгустковом случае затруднено подавление неустойчивости мод с $m \neq 0$ с помощью пассивного резонатора. Так, например, при резонансе внешней системы на частоте $(pq+m)\omega_s$ пассивный резонатор должен быть настроен на частоту (p_1q+q-m) ($p_1 = 0, 1, 2, \ldots$). Но при этом появляется сопротивление пассивного резонатора $R^+_{p_1q+q-m}$, которое может вызвать неустойчивость $(q-m)$-й моды, если оно больше сопротивления внешней системы R^-_{pq+m}.

Таким образом, применение пассивного резонатора требует, во-первых, определения номера неустойчивой моды (что далеко не легко), и, во-вторых, к параметрам резонатора предъявляются более жесткие требования.

Подавление неустойчивости с помощью цепей обратной связи в симметричной многосгустковой системе также усложняется. Обратная связь должна вводиться на верхней боковой частоте около частоты $(pq+m)\omega_s$ или на нижней – около частоты $(pq+q-m)\omega_s$. В противном случае отрицательная обратная связь для m-й моды одновременно будет положительной для моды

Ситуация изменяется для асимметричной системы сгустков. Необходимая асимметрия может быть создана различными способами. Можно, например, сделать различными собственные частоты сгустков. Группой, работающей с электрон-позитронным накопителем "Adone" (Фраскати, Италия) с этой целью было предложено [4] вводить в накопительное кольцо на пути пучка дополнительный резонатор, возбуждаемый внешним генератором на частоте, кратной частоте обращения частиц, но не кратной радиочастоте. Это позволило существенно увеличить порог неустойчивости.

Другой способ заключается в создании асимметрии токов сгустков путем заполнения не всех имеющихся сепаратрис. В этом случае первое слагаемое в (13) отлично от нуля также для частот, не кратных радиочастоте. Если внешняя система имеет достаточно большое реактивное сопротивление на этих частотах, то наводимое напряжение вызывает неравенство собственных частот сгустков и тем затрудняет возникновение неустойчивости.

Литература

1. В.Л.Ауслендер, М.М.Карлинер, А.А.Наумов, С.Г.Попов, А.Н.Скринский, И.А.Шехтман "Атомная энергия", 20, 210,196

2. М.М.Карлинер, И.А.Шехтман, А.Н.Скринский, ЖТФ, XXXУШ, 1945, 1968.

3. J.E.Augustin, R.Belbeoch, M.Bergher, J.Haissinski, A.Jeicic, J.Le Duff, M.P.Level, C.Nguyen Ngoc, E.Sommer, H.Zyngier

   Доклад на УП международной конференции по ускорителям, Ереван, август 1969 г.

4. F.Amman, LNF-69/12. Доклад на Националь - ной конференции по ускорителям, США, Вашингтон, март 1969 г.

5. Дж.Ливингуд "Принципы работы циклических ускорителей", ИЛ, М., 1963.

6. Б.В.Булгаков. Колебания, ГИТТЛ, М., 1954.

Литература

1. В.Л.Ауслендер, М.М.Карлинер, А.А.Наумов, С.Г.Попов, А.Н.Скринский, И.А.Шехтман "Атомная энергия", 20, 210, 1966.
2. М.М.Карлинер, И.А.Шехтман, А.Н.Скринский. ЖТФ, XXXVIII, 1945, 1968.
3. J.E.Augustin, H.Bellbeoch, M.Bergher, J.Haissinski, A.Jejcic, J.Le Duff, M.P.Level, C.Nguyen Ngoc, E.Sommer, H.Zyngier
Доклад на VII международной конференции по ускорителям. Ереван, август 1969 г.
4. F.Amman, LNF-69/12, Доклад на Национальной конференции по ускорителям, США, Вашингтон, март 1969 г.
5. Дж.Ливингуд "Принципы работы циклических ускорителей", ИЛ, М., 1963.
6. Б.В.Булгаков. Колебания, ГИТТЛ, М., 1954.

Ответственный за выпуск М.М.Карлинер
Подписано к печати 28.06.70 г.
Усл. 0,9 печ.л., тираж 250 экз. Бесплатно
Заказ № 46 ПРЕПРИНТ

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР, нв.