13

И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ИЯФ 23 - 70

Л.Я.Трайнин

РАСЧЁТ ИСКАЖЕНИЙ ПОЛЕЙ В ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФОКУСИРУЮЩИХ СИСТЕМАХ

Новосибирск

1970

Л.Я.Трайнин

РАСЧЁТ ИСКАЖЕНИЙ ПОЛЕЙ В ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФОКУСИРУЮЩИХ СИСТЕМАХ

А Н Н О Т А Ц И Я

Выведены формулы, удобные для численного расчёта искажений полей в периодических фокусирующих системах, возникающих по причине неточности юстировки последних.

Введение

При проведении через периодическую фокусирующую систему интенсивных электронных пучков высокой энергии к фокусирующей системе предъявляются повышенные требования в отношении коэффициента прохождения пучка. Причиной этого является быстрое разрушение аппаратуры при ионизации на неё даже малой доли тока пучка, а если этого не происходит, то ухудшение вакуума, связанное с выбиванием частиц вещества из арматуры, вследствие чего в ускорительной трубке наступает пробой и прибор выходит из строя. Для уменьшения величины $1 - K_I$ (K_I - коэффициент прохождения) необходима тщательная сборка системы, а также предварительная отборка одинаковых линз.

Для определения необходимых требований к технологии сборки системы надо произвести расчёт движения электронного пучка, задаваясь некоторыми параметрами искажений идеальной системы, а поэтому расчёту определить необходимые технологические допуски.

Отсюда ясна важность правильного расчёта искажений полей, возникающих в процессе сборки системы для удачного конструирования последней.

Этому вопросу и посвящена настоящая работа, в которой выведены формулы для искажений поля, удобные для численного счёта на

1. Общие выражения для полей в ПФС

При рассмотрении движения пучка в ПФС поле последней задают обычно (напр., /1/) в виде какого-либо сравнительно простого аналитического выражения типа $A\cos kz$. Однако для точного конструктивного расчёта такая запись не подходит, так как не даёт возможности корректно оценить искажения. Поэтому необходимо записывать общее поле системы в виде суммы полей отдельных линз.

Если система состоит из k линз, каждая из которых имеет аксиально-симметричное поле, характеризующееся зависимостью $\vec{H}_{oi}(r,z)$ от координат r, z, отсчитываемых от центра линзы, то общее поле неискаженной конфигурации запишется в виде

$$\vec{H}(\tau,z)=\sum_{i=1}^{k}\vec{H_{oi}}(\tau,z-z_{oi}) \tag{1}$$

где z_{oi} – координаты расположения центров отдельных линз. Функции $\vec{H_{oi}}$ в общем случае могут быть отличны друг от друга даже в идеальном случае, как например при создании системы охлаждения поперечных степеней свободы протонного пучка в накопительных кольцах электронным /3/.

2. Виды искажений поля ПФС

Поле ПФС может иметь следующие искажения:

1. Искажения, возникающие по причине малых отклонений величин полей от расчётных, характеризуемые малой величиной α_i для каждой линзы. Реальное поле i -й линзы запишется при этом, как

$$\vec{H_{oi}}(\tau,z-z_{oi})(1+\alpha_i) \tag{2}$$

2. Искажения, возникающие по причине неточности продольной установки линз. В этом случае искажение характеризуется величиной ℓ_{zi} и поле i -й линзы запишется, как

$$H_{oi}(\tau,z-z_{oi}-\ell_{zi}) \tag{3}$$

3. Искажения, возникающие при радиальном смещении на расстояние $\ell_{\tau i}$ в направлении, характеризующемся углом $\theta_{\tau i}$ (рис.1).

Из рис.1 видно, что

$$\vec{e_{\tau i}}=\vec{e_{\tau}}\cos(\theta-\theta_{\tau i})-\vec{e_{\theta}}\sin(\theta-\theta_{\tau i});\ OO'=\ell_{\tau i}\cdot\vec{e_{\tau i}}$$

$$\tau_{1i}=\vec{O'P}=\vec{O\Phi}-\vec{OO'}=\tau\vec{e_{\tau}}-\ell_{\tau i}\vec{e_{\tau i}}=\sqrt{\tau^2+\ell_{\tau i}^2-2\tau\ell_{\tau i}\cos(\theta-\theta_{\tau i})} \tag{4}$$

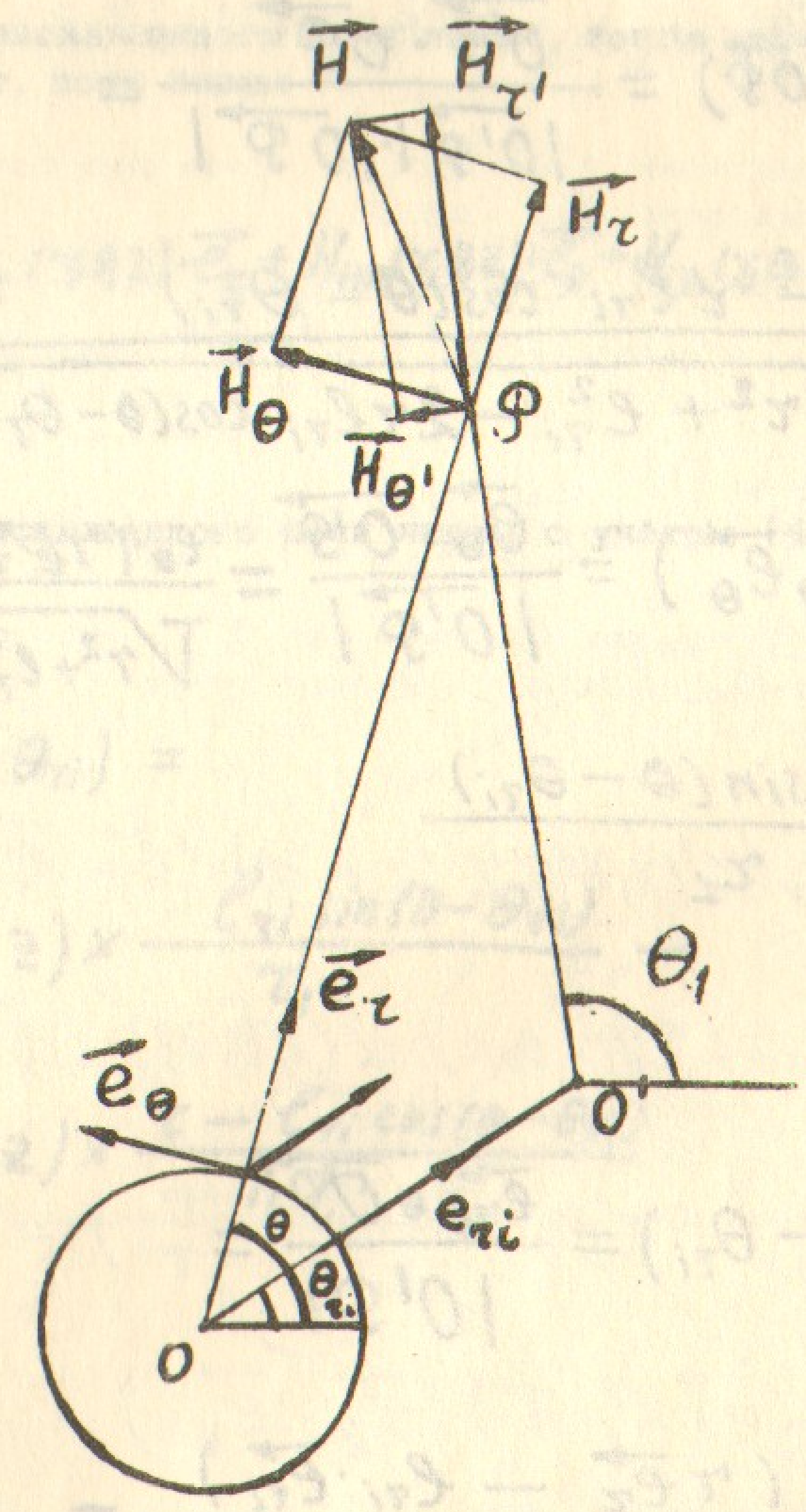

Рис.1

$$r_{1i} = O'P = \sqrt{r^2 + l_{ri}^2 - 2r\cdot l_{ri}\cdot \cos(\theta-\theta_{ri})}$$

$$\cos(\overrightarrow{O'P},\overrightarrow{OP}) = \frac{\overrightarrow{O'P}\cdot\overrightarrow{OP}}{|O'P|\cdot|OP|} =$$

$$= \frac{r^2 - r\,l_{ri}\cdot\cos(\theta-\theta_{ri})}{r\cdot\sqrt{r^2+l_{ri}^2-2r\,l_{ri}\cdot\cos(\theta-\theta_{ri})}};$$

$$\cos(\overrightarrow{O'P},\overrightarrow{e_\theta}) = \frac{\overrightarrow{e_\theta}\cdot\overrightarrow{O'P}}{|O'P|} = \frac{\overrightarrow{e_\theta}\cdot(r\overrightarrow{e_r} - l_{ri}\cdot\overrightarrow{e_{ri}})}{\sqrt{r^2+l_{ri}^2-2r\,l_{ri}\cos(\theta-\theta_{ri})}} =$$

$$= \frac{l_{ri}\sin(\theta-\theta_{ri})}{r_1}$$

$$\cos(\theta_{1i}-\theta_{ri}) = \frac{\overrightarrow{e_{ri}}\cdot\overrightarrow{O'P}}{|O'P|} =$$

$$= \frac{\overrightarrow{e_{ri}}\,(r\overrightarrow{e_r} - l_{ri}\cdot\overrightarrow{e_{ri}})}{r_1} =$$

$$= \frac{r\cos(\theta-\theta_{ri}) - l_{ri}}{r_1}$$

$$\overrightarrow{H_i}(\vec{r}) = H_{ir}(r,\theta,z)\cdot\overrightarrow{e_r} + H_{i\theta}(r,\theta,z)\cdot\overrightarrow{e_\theta} + H_{iz}(r,\theta,z)\cdot\overrightarrow{e_z} \quad (5)$$

Пусть для неискаженного поля линзы, когда смещение по радиусу отсутствует, поле линзы

$$\overrightarrow{H_i}(\vec{r}) = H_{ir}(r,\theta,z)\cdot\overrightarrow{e_r} + H_{i\theta}(r,\theta,z)\cdot\overrightarrow{e_\theta} + H_{iz}(r,\theta,z)\cdot\overrightarrow{e_z}$$

Тогда компоненты искаженного поля линзы с учётом (4) и (5) будут равны:

$$H_{ir}(l_{ri},\theta_{ri}) =$$

$$= H_{0ir}(r_{1i},\theta_{1i},z)\times\frac{l_{ri}\sin(\theta-\theta_{ri})}{r_1} -$$

$$- H_{0i\theta}(r_{1i},\theta_{1i},z)\times\frac{r - l_{ri}\cos(\theta-\theta_{ri})}{r_1} \quad (6a)$$

$$H_{i\theta}(\ell_{\tau i},\theta_{\tau i}) = H_{oi\tau}(\tau_i,\theta,z)\frac{\ell_{\tau i}\sin(\theta-\theta_{\tau i})}{\tau_i} + H_{oi\theta}(\tau_i,\theta,z)\frac{\tau-\ell_{\tau i}\sin(\theta-\theta_{\tau i})}{\tau_i}$$

$$H_{iz}(\ell_{\tau i},\theta_{\tau i}) = H_{oiz}(\tau_1,\theta,z) \qquad (6в)$$

4. Искажения, возникающие из-за перекосов линз на угол в направлении θ_i (рис.2).

Допустим, что неискаженное поле аксиально-симметрично и $H_\theta = 0$, т.е. в системе τ', z', θ', связанной с линзой

$$\vec{H}_{oi}(\tau) = \vec{e}_{\tau'} H_{oi\tau'}(\tau',z') + e_{z'} H_{oiz'}(\tau',z')$$

После того, как мы выразим τ', z' через τ, θ, z можно найти компоненты в системе пучка

$$H_{i\tau} = H_{oi\tau}(\tau'(\tau,\theta,z), z'(\tau,\theta,z))\cdot(\vec{e}_{\tau'}\cdot\vec{e}_{\tau}) +$$

$$+ H_{oiz'}(\tau'(\tau,\theta,z), z'(\tau,\theta,z))\cdot(\vec{e}_{z'}\cdot\vec{e}_{\tau})$$

$$H_{iz} = H_{oi\tau'}(\tau',z')\cdot(\vec{e}_{z}\cdot\vec{e}_{\tau'}) +$$

$$+ H_{oiz'}(\tau',z')(\vec{e}_{z}\cdot\vec{e}_{z'})$$

Из рис.2 видно, что

$$e_{z'} = \cos\delta_i\cdot\vec{e}_z + \sin\delta_i\cdot\vec{e}_{\tau i} =$$

$$= \cos\delta_i\cdot\vec{e}_z + \sin\delta_i\cdot\cos(\theta-\theta_i)\vec{e}_\tau + \sin\delta_i\cos(\theta-\theta_i)\cdot\vec{e}_\theta$$

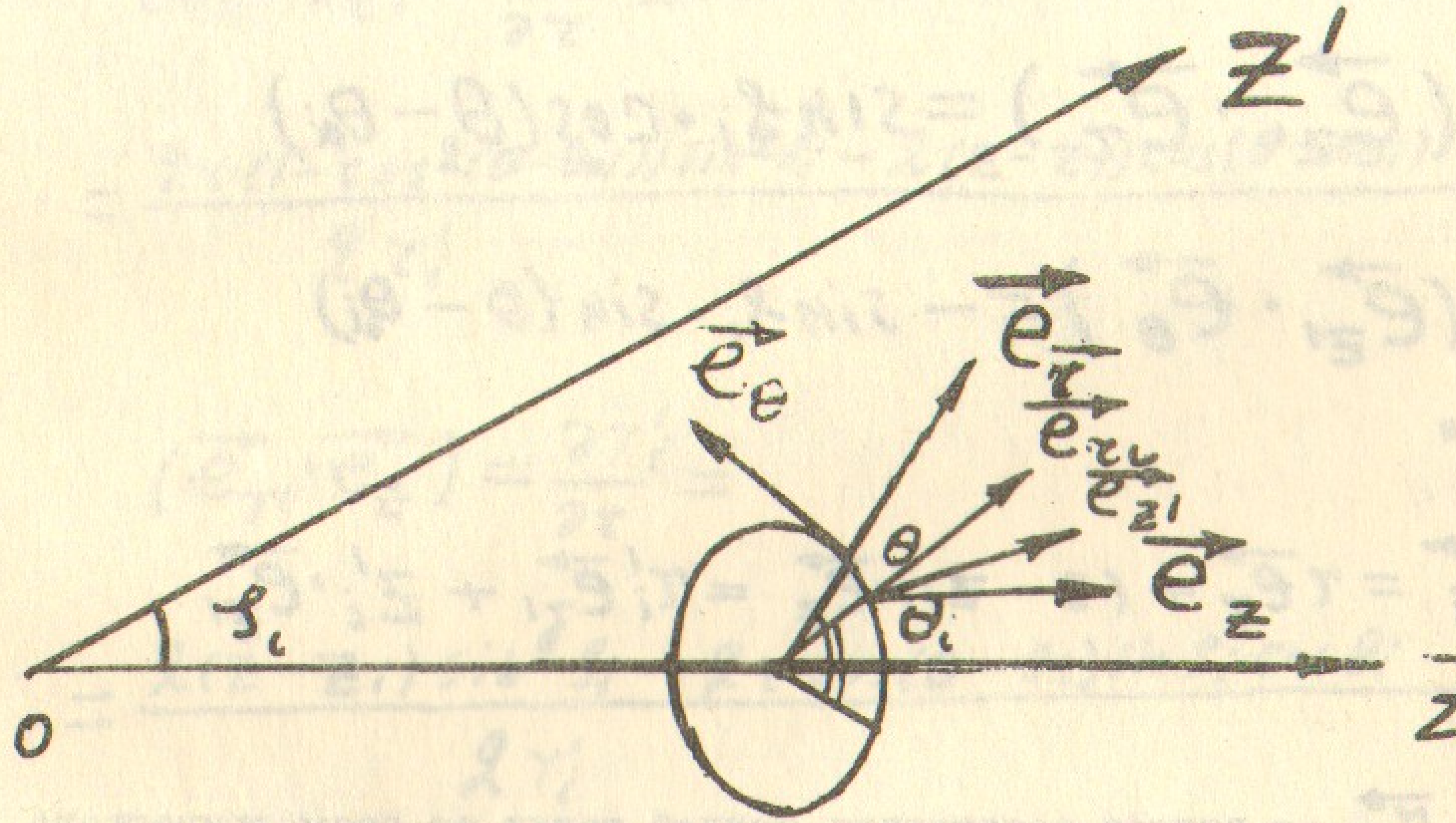

Рис.2

$$\vec{e}_{z'} = \cos\vartheta_i \cdot \vec{e}_z + \sin\vartheta_i \cdot \vec{e}_{ri} =$$

$$= \cos\vartheta_i \cdot \vec{e}_z + \sin\vartheta_i \cdot \cos(\theta - \theta_{0i})\, \vec{e}_r +$$

$$- \sin\vartheta_i \cdot \cos(\theta - \theta_{0i}) \cdot \vec{e}_\theta$$

Откуда

$$(\vec{e}_{z'} \cdot \vec{e}_z) = \cos\vartheta_i$$

$$(\vec{e}_{z'} \cdot \vec{e}_r) = \sin\vartheta_i \cdot \cos(\theta - \theta_{0i})$$

$$(\vec{e}_{z'} \cdot \vec{e}_\theta) = - \sin\vartheta_i \cdot \sin(\theta - \theta_{0i})$$

Далее

$$\vec{r}_i = r\vec{e}_r + (z - z_i) \cdot \vec{e}_z = r'_i \vec{e}_{r'} + z'_i \cdot \vec{e}_{z'}$$

где $\vec{r}_i$ - вектор расстояния данной точки от геометрического центра линзы, z_i - координата по z геометрического центра линзы. Откуда

$$z'_i = r \cdot (\vec{e}_r \cdot \vec{e}_{z'}) + (z - z_i) \cdot (\vec{e}_z \cdot \vec{e}_{z'}) =$$

$$= r \cdot \cos(\theta - \theta_{0i}) \cdot \sin\vartheta_i + (z - z_i) \cdot \cos\vartheta_i \qquad (7а)$$

Так как $r'_i = \left(r^2 + (z - z_i)^2 - z'^2_i\right)^{1/2} =$

$$= \left(r^2 + (z - z_i)^2 - r^2\cos^2(\theta - \theta_{0i}) \cdot \sin^2\vartheta_i - \right.$$

$$\left. - (z - z_i)^2\cos^2\vartheta_i - 2r \cdot (z - z_i) \cdot \cos(\theta - \theta_{0i}) \cdot \sin\vartheta_i \cos\vartheta_i\right)^{1/2} \qquad (7б)$$

то $(\vec{e}_{r'} \cdot \vec{e}_r) = \dfrac{\partial r'_i}{\partial r} =$

$$= \frac{2r \cdot (1 - \cos^2(\theta - \theta_{0i}))\sin^2\vartheta_i - 2(z - z_i)\cos(\theta - \theta_{0i})}{2r'_i}$$

$$(\vec{e}_{r'} \cdot \vec{e}_z) = \frac{\partial r'_i}{\partial r} =$$

$$= \frac{2(z - z_i) \cdot \sin^2\vartheta_i - 2r\cos(\theta - \theta_i)\sin\vartheta_i \cos\vartheta_i}{2r'_i}$$

$$(\vec{e}_{r'}\cdot\vec{e}_{\theta}) = \frac{1}{r}\frac{\partial r'}{\partial\theta} =$$

$$= \frac{4r\cdot\cos(\theta-\theta_{0i})\sin^2\vartheta_i\cdot\sin(\theta-\theta_{0i}) + 2(z-z_i)\cdot\sin(\theta-\theta_{0i})\sin\vartheta_i\cos\vartheta_i}{2r'_i}$$

Отсюда получим выражения для составляющих поля

$$H_r(\vartheta_i,\theta_{0i}) = H_{0ir}(r'_i, z'_i)\times$$

$$\times\frac{2r(1-\cos^2(\theta-\theta_{0i})\sin^2\vartheta_i) - 2(z-z_i)\cos(\theta-\theta_{0i})\sin\vartheta_i\cos\vartheta_i}{2r'_i} +$$

$$+ H_{0iz}(r'_i, z'_i)\times\cos(\theta-\theta_{0i})\cdot\sin\vartheta_i \qquad (8а)$$

$$H_\theta(\vartheta_i,\theta_{0i}) = H_{0ir'}(r'_i, z'_i)\times$$

$$\times\frac{2r\sin^2\vartheta_i\cdot\sin2(\theta-\theta_i) + (z-z_i)\sin(\theta-\theta_i)\sin2\vartheta_i}{2r'_i} +$$

$$+ H_{0iz}(r'_i, z'_i)\times(-\sin\vartheta_i\cdot\sin(\theta-\theta_i)) \qquad (8б)$$

$$H_z(\vartheta_i,\theta_{0i}) = H_{0ir'}(r'_i z'_i)\times$$

$$\times\frac{2(z-z_i)\sin^2\vartheta_i - 2r\cos(\theta-\theta_{0i})\sin\vartheta_i\cos\vartheta_i}{2r'_i} +$$

$$+ H_{0iz}(r'_i, z'_i)\cdot\cos\vartheta_i \qquad (8в)$$

3. Учёт членов 1-го порядка

Выражения, приведенные в § 2 слишком сложны для того, чтобы ими пользоваться при наложении неточностей ра зличных типов и решении задачи о движении пучка на ЦВМ. Поэтому найдём выражения для изменения основного поля, сохраняя в только члены 1-го порядка по ℓ_z, ℓ_{ri}, ϑ_i.

Тогда формулы § примут вид:

1. Смещение в направлении z

$$\Delta H_{ir} = -\ell_z\cdot\frac{\partial H_{0ir}}{\partial z}$$

$$\Delta H_{iz} = -\ell_z\cdot\frac{\partial H_{0iz}}{\partial z}$$

2. Смещение по направлению r

$$\Delta H_{ir} = -\ell_{ri}\cos(\theta-\theta_{ri})\,\frac{\partial H_{0ir}}{\partial r}$$

$$\Delta H_{i\theta} = -\ell_{ri} \frac{H_{oir}(r,z)}{r}$$

$$\Delta H_{iz} = \ell_{ri} \cos(\theta-\theta_{ri})\cdot \frac{\partial H_{oiz}}{\partial r}$$

3. Перекос

$$\Delta H_{ir} = -g_i \cos(\theta-\theta_{oi})\left(-z\frac{\partial H_{oir}}{\partial r} + r\frac{\partial H_{oiz}}{\partial z} - H_{oiz}\right)$$

$$\Delta H_{i\theta} = g_i \sin(\theta-\theta_{oi})\cdot\left(H_{oir}(r,z)\cdot\frac{z}{r} - H_{oiz}\right)$$

$$\Delta H_{iz} = g_i \cos(\theta-\theta_{oi})\left(r\frac{\partial H_{oiz}}{\partial z} - z\frac{\partial H_{oiz}}{\partial r} - H_{oir}\right)$$

4. Применение к аксиально-симметричному полю, заданному в виде ряда по z

В соответствии с формулами § 2 и /1/, стр. 115, получим:

1) для случая неточной установки по оси z

$$\Delta H_{ir} = -\ell_{zi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n H_0^{(2n+2)}(z)}{n!(n+1)!}\cdot\left(\frac{r}{2}\right)^{2n+1}$$

$$\Delta H_{iz} = -\ell_{zi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n H_0^{(2n+1)}(z)}{(n!)^2}\cdot\left(\frac{r}{2}\right)^{2n}$$

2) для случая неточной установки по радиусу

$$\Delta H_{ir} = -\ell_{ri}\cdot\cos(\theta-\theta_{ri})\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot H_0^{(2n+2)}(z)}{n!(n+1)!\cdot 2}(2n+1)\left(\frac{r}{2}\right)^{2n}$$

$$\Delta H_{i\theta} = -\ell_{ri}\sin(\theta-\theta_{ri})\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}H_0^{(2n+1)}(z)}{n!(n+1)!\cdot 2}\left(\frac{r}{2}\right)^{2n}$$

$$\Delta H_{iz} = \ell_{ri}\cdot\cos(\theta-\theta_{ri})\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n H_0^{(2n)}(z)}{(n!)^2\cdot 2}\cdot 2n\left(\frac{r}{2}\right)^{2n-1}$$

3) для случая перекоса

$$\Delta H_{ir} = -g_i\cos(\theta-\theta_{oi})\left(-z\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}\cdot H^{(2n+1)}(z)}{n!(n+1)!\cdot 2}\left(\frac{r}{2}\right)^{2n}(2n+1) + r\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n H^{(2n+1)}(z)}{(n!)^2}\cdot\left(\frac{r}{2}\right)^{2n} - \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot H^{(2n+1)}(z)}{(n!)^2}\cdot\left(\frac{r}{2}\right)^{2n}\right)$$

$$\Delta H_{i\theta} = g_i \sin(\theta - \theta_{0i}) \left(z \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} H_0^{(2n+1)}(z)}{n!(n+1)!\,2} \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^{2n} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n H_0^{(2n)}(z)}{(n!)^2} \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^{2n} \right);$$

$$\Delta H_z = g_i \cos(\theta - \theta_{0i}) \left(r \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n!)^2} H^{(2n+1)}(z) \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^{2n} - z \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n!)^2} H^{(2n)}(z) \cdot n \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^{2n-1} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n-1)!\,n!} H^{(2n-1)}(z) \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^{2n-1} \right)$$

Автор выражает благодарность В.А.Гапонову, по инициативе которого была предпринята эта работа, а также Ю.И.Родионову и И.Н.Мешкову за обсуждение.

Литература

1. И.В.Алямовский. Электронные пучки и электронные пушки. Советское радио, М., 1966.

2. В.М.Кельман, С.Я.Явор. Электронная оптика. Наука, Л., 1968.

3. Г.И.Будкер. Эффективный метод демпфирования колебаний частиц в протонных и антипротонных накопителях. ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск, 1967.

Ответственный за выпуск Л.Я.Трайнин
Подписано к печати 4.V.70г
Усл.0,9 печ.л., тираж 150 экз.
Заказ № 23 ПРЕПРИНТ

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР, нв.