

25

**И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН С С С Р**

препринт 318

Я.С.Дербенев, Н.С.Диканский

**О ДЕМПФИРОВАНИИ КОГЕРЕНТНЫХ
КОЛЕБАНИЙ ПУЧКА В НАКОПИТЕЛЕ**

II. Синхротронные возбуждения

НОВОСИБИРСК

1969

Я.С.Дербенев, Н.С.Диканский

О ДЕМПФИРОВАНИИ КОГЕРЕНТНЫХ КОЛЕБАНИЙ
ПУЧКА В НАКОПИТЕЛЕ

II. Синхротронные возбуждения

А Н Н О Т А Ц И Я

В работе исследована устойчивость когерентного фазового движения пучка, взаимодействующего на участке камеры с идеально согласованной линией. Показано, что при определенных условиях это взаимодействие может приводить к так называемым неустойчивостям "без памяти" синхротронного и радиального бетатронного движения.

Получены условия затухания и выражения декрементов синхротронных возбуждений произвольной мультипольности.

ON THE DAMPING OF COHERENT OSCILLATIONS OF A BEAM
IN STORAGE RING.

2. Synchrotron excitations.

Ya.S. Derbenev , N.S. Dikanskij

ABSTRACT.

This paper is a second report under title "On the damping of coherent oscillations of a beam in a storage ring". In this report a description of an influence of loaded plates on the coherent stability of bunched beam is given. It was shown that under some conditions this interaction can lead to instabilities of coherent synchrotron and radial betatron oscillations. Therefore such type of interaction may be a reason of "without-memory instabilities". We found conditions of damping of arbitrary multipole synchrotron and radial betatron coherent oscillations.

ВВЕДЕНИЕ

Одной из основных трудностей получения больших токов в накопителях является фазовая неустойчивость, возникающая при взаимодействии пучка с всевозможными "паразитными" резонаторами $1,3/$. Описаны неустойчивости разных типов: колебаний пучка как целого (дипольные), колебания размеров (мультипольные), а также относительного движения нескольких сгустков. Интенсивность неустойчивостей быстро возрастает с уменьшением длины сгустка, вследствие появления большого числа высших гармоник в спектре тока пучка.

Практически может оказаться невозможным обеспечить устойчивость всех опасных типов возбуждений выбором частотных характеристик ускоряющих резонаторов. Поэтому приходится применять специальные демпфирующие устройства (обратные связи, паразитные резонаторы, разведение частот фазовых колебаний отдельных сгустков). Однако эти способы могут быть эффективными только для подавления отдельных типов возбуждений. В настоящей работе рассматривается возможность создания универсального способа подавления когерентных фазовых неустойчивостей при помощи излучения энергии когерентных возбуждений в систему типа двусвязного волновода $/TEM\text{ волна}/$. Аналогичный способ демпфирования бетатронных возбуждений рассмотрен в работе $/2/$. Основным преимуществом этого способа является его широкополосность.

Возбуждение главной волны продольным движением пучка в данной системе возможно из-за наличия краевых эффектов (на концах пластин поле главной волны не поперечно к продольному движению частиц), а также из-за наклона равновесной орбиты к оси волновода.

Очевидно, для того, чтобы внести затухание в когерентное фазовое движение, необходимо обеспечить зависимость когерентных потерь от энергии пучка (см. рис. 1). Предложенный способ основан на использовании зависимости радиального отклонения пучка от энергии, что, очевидно, при-

водит к модуляции когерентных потерь из-за радиальной неоднородности продольной компоненты поля излучения.

В работе получены условия затухания и выражения декрементов когерентных возбуждений произвольной мультипольности $m < \ell_0 / \ell_1$ (m - номер мультипольности, ℓ_0 - длина сгустка, ℓ_1 - размер апертуры). Обнаружено, что величина декремента m -польного возбуждения не зависит от номера мультипольности. Физический смысл этого заключается в том, что длина формирования излучения $\ell_1 < \ell_0 / m$. Случай колебания относительного движения нескольких сгустков с точки зрения рассматриваемого излучения, эквивалентен независимым дипольным колебаниям отдельных сгустков.

Величина декремента затухания может быть сделана порядка декремента радиальных бетатронных колебаний [2]

$$\left(\frac{\delta''}{\delta_1} \right) \sim \psi R \ell_1 / \ell_0 \ell$$

где R - средний радиус машины, ℓ - длина пластины, ψ - функция описывающая радиальное движение неравновесной частицы. Однако, из-за связи радиального и продольного движения в радиальное когерентное бетатронное движение вносится инкремент, равный δ'' , поэтому δ'' не должен превосходить полного декремента бетатронных радиальных колебаний (этот декремент может создаваться при помощи этой же пластины, или специальных других пластин).

В общем плане подчеркнем, что рассмотренный механизм когерентных потерь полной энергии может быть причиной так называемых "неустойчивостей без памяти" как для бетатронного, так и для синхротронного движения. В этом смысле согласованные пластины могут стать опаснее несогласованных, где когерентные потери могут быть велики лишь в узком диапазоне частот. Поэтому, при введении в камеру согласованных пластин, должны быть соблюдены условия устойчивости, полученные в настоящей работе.

II. метод

Так же как и в работе (2) мы будем рассматривать взаимодействие только с главной волной, потенциал которой запишем в виде:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = c \int d\vec{k} Q_k(t) A_k(\vec{r}), \quad \int d\vec{r} A_k A_{k'} = 4\pi \delta(k - k')$$

$A_k(\vec{r}) e^{\pm i c k t}$ - описывает свободные колебания поля. $Q_k(t)$ удовлетворяет уравнению:

$$\ddot{Q}_k + (c k)^2 Q_k = \int d\Gamma (\vec{V} \vec{A}_k)^* f(\vec{p}, \vec{r}, t) \quad (2)$$

где $d\Gamma$ - элемент объема фазового пространства \vec{p}, \vec{r} , \vec{V} - скорость, $f(\vec{p}, \vec{r}, t)$ - функция распределения частиц пучка. В дальнейшем мы будем рассматривать синхротронные возбуждения, поэтому f представим, как функцию переменных действие - фаза:

$$f = f_0(J) + \sum_{m \neq 0} f_m(J, t) e^{i m \psi_c} \quad (3)$$

$\int d\Gamma f = N$, $\psi_c = \Omega_c t + \psi_0$ - фаза синхротронных колебаний.

Отклонение импульса и фазы от равновесных значений, выражаются следующим образом:

$$\psi = \psi_0 \sin \psi_c, \quad \Delta p = \frac{\mu_c \Omega_c \psi_0}{R} \cos \psi_c$$

$$J = \frac{\mu_c \Omega_c \psi_0^2}{2} \quad (4)$$

μ_e — "масса" синхротронного движения, $2\tilde{u}R$ — периметр орбиты.

В линейном приближении по f_m , однородная система уравнений Власова есть:

$$\ddot{Q}_k + (c\kappa)^2 Q_k = \int d\Gamma (\vec{\nabla} \vec{A}_k)_m^* f_m(J, t) \quad (5a)$$

$$\frac{\partial f_m}{\partial t} + im\Omega_c f_m = - \frac{\partial f_0}{\partial J} \left(\frac{\partial J}{\partial p} \tilde{F} \right)_m \quad (5b)$$

Здесь, пользуясь малостью взаимодействия, как и в (2), мы пренебрегаем связью между различными гармониками f_m .

\tilde{F}_m — продольная компонента силы от поля волны, возбуждаемого гармоникой f_m :

$$\tilde{F}_m = -e \int dk \left[\dot{Q}_k(t) A_{m,k} + Q_k v_r \left(\frac{\partial A_m}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \right] \quad (6)$$

\vec{A}_k на орбите частицы представим в виде разложения в ряд Фурье:

$$\vec{A}_k(\vec{r}) = \sum_n \vec{A}_{kn} e^{in\theta} \quad (7)$$

где: $\theta = \omega_0 t + \varphi$ — азимут частицы, ω_0 — равновесная частота обращения. Решения для $Q_k(t)$ представим в виде:

$$Q_k(t) = \sum_n Q_{kn} e^{-i\omega t - in\omega_0 t} \quad (8)$$

После усреднения уравнения (5b) по периоду обращения решение для f_m ищем в виде:

$$f_m(t) = \bar{f}_m(J) e^{-i\omega t} \quad (9)$$

Подставляя (9.8) в (5b) получаем уравнение:

$$\bar{f}_m = e^{2i\varphi} \int \frac{dk}{n} \frac{\frac{\partial f_0}{\partial J} (e^{in\varphi} (\vec{\nabla} \vec{A}_k)_m)_m}{(\omega - m\Omega_c) [c^2 \kappa^2 - (\omega + n\omega_0)^2]} \int d\Gamma (e^{in\varphi} (\vec{\nabla} \vec{A}_k)_m)^* \bar{f}_m \quad (10)$$

Для оценки декрементов и выяснения физической картины взаимодействия конкретная форма $f_0(J)$ не существенна (если, конечно, пренебречь разбросом по Ω_c). Поэтому мы возьмем самое простое "равновесное" распределение, допускающее точное решение:

$$f_0(J) = \frac{N}{2\pi J_0} \begin{cases} 1 & J < J_0 \\ 0 & J > J_0 \end{cases} \quad (11)$$

Тогда получаем:

$$\omega - m\Omega_c = - \frac{e^2 N}{J_0} \int \frac{dk}{n} \frac{m \left| (e^{in\varphi} (\vec{\nabla} \vec{A}_k)_m)_m \right|^2}{c^2 \kappa^2 - (\omega + n\omega_0)^2} \Big|_{J=J_0} \quad (12)$$

Поскольку мы предполагали малость поправки к невозмущенному решению $\omega = m\Omega_c$, то ω в правой части уравнения (12) может быть заменена на $m\Omega_c$. Обычно $\Omega_c \ll \omega_0$, поэтому для упрощения в правой части уравнения (12) положим $\omega = 0$ (Для правильного выполнения интегрирования по k , в знаменателе (12) нужно считать $\omega = +i0$). Функции A_k на траектории частицы могут быть описаны следующим образом. На участке волновода, где влиянием краев можно пренебречь, имеет вид:

$$\vec{A}_k = \vec{A}_1(\vec{r}_1) \frac{e^{i(kR)\theta}}{\sqrt{2\pi}} \quad (13)$$

где: \vec{A}_1 — электростатическое решение в бесконечном двусвязном волноводе, \vec{r}_1 — совокупность поперечных координат, отсчитываемых от оси волновода. С учетом нормировки (1), поле \vec{A}_1 и его потенциал U могут быть выражены через экспериментально измеряемые величины

$$\vec{A}_1(\vec{r}_1) = \sqrt{cZ} \frac{\vec{E}_1(\vec{r}_1)}{U_0}; \quad U = \sqrt{cZ} \frac{U_s}{U_0}$$

где: $\vec{E} = -\nabla U_s$, — электростатическое поле, создаваемое разностью потенциалов U_0 , Z — волновое сопротивление, c — скорость света. Поскольку мы рассматриваем длины волн $ke_1 < 1$, электрическое поле на краю пластины можно считать электростатическим, экспоненциально спадающим вдоль траектории частицы с постоянной спада $\sim 1/e_2$, при удалении от пластины вглубь камеры. Соответственно интеграл при вычислении гармоники

$$(\vec{\nabla} \vec{A}_k)_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (\vec{\nabla} \vec{A}_k) e^{-i(k-k_n)R\theta} d\theta; \quad k_n = \frac{n}{R} \quad (14)$$

разбивается на три части $(-\infty, 0)$, $(0, l/R)$, $(l/R, \infty)$:

$$(\vec{\nabla} \vec{A}_k)_n = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \left[\int_{-\infty}^0 + \int_0^{l/R} + \int_{l/R}^{\infty} \right] (\vec{\nabla} \vec{A}_1(\vec{r}_1(\theta))) e^{-i(k-k_n)\theta} d\theta \quad (15)$$

Из-за быстрого спада поля на краях, изменением фазового множителя в краевых интегралах можно пренебречь. Выполняя интегрирование по частям во втором члене (15) и используя свойство $A_{\perp} = -\frac{\partial U}{\partial r_{\perp}}$, получаем:

$$(\vec{\nabla} \vec{A}_k)_n = iV(k-k_n) U_{k-k_n} \quad (16)$$

где U_{k-k_n}

$$U_{k-k_n} = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int_0^{l/R} U(\vec{r}_1(\theta)) e^{i(k-k_n)R\theta} d\theta \quad (17)$$

Отметим, что полученный результат не зависит от конфигурации поля на краях и определяется только длиной участка, где волна представима в виде (13). $\vec{r}_1(\theta)$ в (17) представим следующим образом (см. рис.2):

$$\vec{r}_1(\theta) = \vec{r}_s(\theta) + \vec{l}_r \vec{e} \quad (18)$$

$$\vec{r}_c = R\psi \frac{\Delta\rho}{\rho}; \quad \vec{r}_s = \vec{r}_0 + \vec{\alpha} R\theta \quad (19)$$

где $\vec{\alpha} = (\alpha_r, \alpha_z)$ — углы наклона равновесной траектории к оси волновода, \vec{r}_0 — среднее отклонение траектории от оси волновода.

Потенциал $U(\vec{r}_1(\theta))$ разложим в ряд по ΔP

$$U(\vec{r}_1) = U(\vec{r}_s) + \frac{\partial U}{\partial \Delta P} \Delta P + \dots \quad (20)$$

Тогда после вычисления гармоник по m , получаем (12) в линейном по ΔP приближении:

$$I = -\frac{2e^2 N \beta^2}{k(\omega - m\Omega_0)} \sum_n \int \frac{k^2 dk J_m^2(n\varphi_0) [U_k]^2 \frac{R_m}{k_0 \Omega_0} + \frac{\partial U_k}{\partial \Delta P} \frac{U_k^2 m^2}{n}}{[(k+k_n)^2 - (\beta k_n + i0)^2]} \quad (21)$$

(Здесь произведена замена $k - k_n \rightarrow k$). При получении (21) пренебрегалось зависимостью β от ΔP .

Из свойств симметрии по n следует, что первый член числителя, непосредственно ^{обязанный} полным потерям энергии, дает вклад только в реальную часть сдвига частоты. Вторым и третьим членами пропорциональные градиенту потерь, определяют мнимую часть.

III. Результаты

Для проведения конкретных вычислений нужно задать зависимость $U(\theta)$.

Предполагая малость углов наклона α_r, α_z , разложим $U(\theta)$ и $\frac{\partial U}{\partial \Delta P}$ в ряд по α при $\Delta P = 0$:

$$U|_{\Delta P=0} = U(\vec{r}_0) + \frac{\partial U}{\partial r}(\vec{r}_0) \alpha R \theta \quad (22)$$

$$\left. \frac{\partial U}{\partial \Delta P} \right|_{\Delta P=0} = \frac{\partial U}{\partial r}(\vec{r}_0) R \Psi + \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \alpha R^2 \theta \Psi$$

При вычислении гармоник U_k мы для простоты положим, что

$$\Psi(\theta) = \bar{\Psi} + \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \theta, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \equiv \Psi' = \text{const}$$

где θ отсчитано от середины пластины.

Опуская не сложные, но громоздкие вычисления приведем конечный их результат. Общее выражение для декремента представляется в виде:

$$\mathcal{S} = \mathcal{S}_0 + \mathcal{S}_1 + \mathcal{S}_2$$

где: \mathcal{S}_0 - часть декремента не зависящая от угла наклона, \mathcal{S}_1 и \mathcal{S}_2 пропорциональны соответственно первой и второй степени α .

Рассмотрим сначала случай $\alpha_z = \alpha_r = 0$.

1 $\gamma^2 l_b < m l$ "слабо релятивистский" случай:

$$\mathcal{S}_0 = -\frac{N v_0 c}{\gamma l_b} \frac{4 \bar{\Psi}}{\pi^3} U A_r \quad (23)$$

где $l_b = 2R \varphi_0$ длина сгустка, $v_0 = \frac{e^2}{m_0 c^2}$.

Эффект в данном случае связан только с возбуждением волны на краях пластин, так как на участке волновода, где волна является поперечной, нет продольного поля волны ($\alpha_r = \alpha_z = 0$). Как видно из (23), условием затухания когерентных синхротронных возбуждений является:

$$\bar{\Psi} \frac{\partial U^2}{\partial r} > 0 \quad (24)$$

Это условие означает, что пластины должны располагаться с наружной стороны равновесной орбиты при $\Psi > 0$. Физический смысл этого очевиден: модуляция когерентных потерь должна быть такова, чтобы при увеличении энергии потери возрастали. Особо обратим внимание на примечательную особенность этого способа демпфирования:

для всех возбуждений $m < (l_b/l_1)$ величина декремента не зависит от номера мультипольности (ограничение по m связано с тем, что при $m > (l_b/l_1)$ необходимо учитывать

возбуждения других типов волн). Этот факт объясняется тем, что длина формирования излучения равна "длине" края

$$l_{\text{rad}} \sim l_b < \frac{l_b}{m} \quad (25)$$

То есть отдельные "сгустки" излучают независимо. Этим же объясняется независимость декремента от длины пластины, а также то, что $\delta_0 \sim N/l_b$

$$2. \quad \gamma^2 l_b \gg ml$$

а) $l_b \ll ml$ тогда условие 2) означает крайний релятивизм. При этом

$$\frac{1}{\pi^3} \frac{N v_0 c}{\gamma l_b} \bar{\Psi} \frac{\partial U^2}{\partial r} \quad (26)$$

Изменение коэффициента в (26) в два раза по сравнению с (23) связано с тем, что в ультрарелятивистском случае излучение "вперед" отсутствует. В действительности волна, распространяющаяся "вперед" формируется на первом краю, но из-за того, что $\gamma \gg 1$ волновой пакет не успевает сместиться относительно сгустка за время пролета над пластиной ($\gamma^2 l_b \gg ml$) и поэтому на втором краю полностью поглощается. Когерентное излучение "назад" формируется на втором краю, поэтому никогда не может быть поглощено.

б) $l_b \gg ml$ короткая пластина.

$$\frac{2}{\pi^3} \frac{N v_0 c}{\gamma l_b} \bar{\Psi} \frac{\partial U^2}{\partial r} \left(\frac{ml}{l_b} \right)^2 \ln \left[\left(\frac{l_b}{ml(1-\beta)} \right)^{(1+\beta)^2} \left(\frac{l_b}{ml(1-\beta)} \right)^{(1-\beta)^2} \right] \quad (27)$$

В таблицах 1-3 приведены выражения декрементов $\delta_0, \delta_1, \delta_2$.

Как видно из таблиц, члены пропорциональные $\bar{\alpha}$ или $(\bar{\alpha})^2$ при $\alpha \ll l_1/l$ становятся существенными, если $A_r = 0$. При больших углах $\alpha \approx l_1/l$ эти члены в общем случае дают вклад такого же порядка, как и члены δ_0 .

Что касается сдвига частоты, то его величина для бунчируемого пучка оказывается малой по сравнению с $\Gamma_m \omega$.

1У. О влиянии краевых эффектов на бетатронное

движение

1. В работе [2] были получены декременты когерентных бетатронных колебаний в предположении, что поле главной волны поперечно на всей длине пластины к равновесной орбите. Тем самым потери полной энергии были связаны только с бетатронным движением.

В действительности, на краях пластин поле волны не является поперечным, поэтому возможно возбуждение главной волны продольным движением. При определенных условиях это может приводить к перекачке энергии продольного движения в поперечные степени свободы.

Как показывает расчет, в случае однородного пучка для возбуждения $\sim \exp(i n \omega_0 + i m_z \omega_z + i \omega) t$ декремент имеет вид:

$$\delta = \frac{N v_0 c}{2 \gamma v_z} \left(\frac{l}{2 \pi R} \right)^2 m_z (m_z v_z + n) \left[(1-\beta)^2 \frac{S_{n^2} v_+}{v_+^2} + (1+\beta)^2 \frac{S_{n^2} v_-}{v_-^2} \right] \left\langle \frac{\partial U_{m_z}^2}{\partial a^2} \right\rangle$$

$$v_{\pm} = \left[\pm m_z v_z \beta - n(1 \mp \beta) \right] \frac{c}{2R} \quad (28)$$

Как обычно, моды $m_z^2 \nu_z + m_z n < 0$ неустойчивы. Таким образом, вывод о возможности демпфирования бетатронных колебаний при помощи согласованных пластин был ошибочным (однородный пучок). Для бунчированного пучка ($l_b < l$) учет краев не дает изменения величины декремента.

2. Как указывалось во введении, связь радиального и продольного движения, при затухании синхротронных колебаний, вносит инкремент в бетатронные колебания. Для возбуждения $\omega = m_r \omega_r$ ($m_c = 0$) инкремент совпадает с декрементом затухания синхротронных колебаний (см. 23, 26), в то время как декремент от возбуждения волны бетатронным движением на этой же пластине (см. /2/) равен:

$$\delta = \frac{N_0 c}{4 \rho} (e Z) \left(\frac{E_r}{U_c} \right)^2 \frac{l}{2 \pi R} \quad (23)$$

Поэтому идеально согласованная пластина, при условии (24), будет приводить к раскачке радиальных бетатронных колебаний если:

$$1 > \frac{l l_b \pi^2}{32 R} \frac{\partial U}{\partial r} \sim \frac{l l_b}{3 R l_1 \psi}; \quad (l_b < l) \quad (30)$$

Как показывают предварительные оценки, для синхробетатронных возбуждений $\omega = \omega_r + m \Omega_c$, инкременты связи не зависят от m ($m < l_b / l_1$, см. стр. 16) и по порядку величины равны выражению (23). С другой стороны, декременты от возбуждения волны бетатронным движением для этих мод убывают как $\sim 1/m^2$. Поэтому для высоких m синхробетатронные колебания могут стать неустойчивыми.

Однако, устойчивость радиального движения может быть обеспечена специальной системой пластин не меняющей декремента фазовых колебаний: для этого необходимо, чтобы суммарный градиент потерь по всем пластинам системы равнялся нулю, то есть

$$\sum_i \frac{\partial U_i}{\partial r} = 0$$

Например часть пластин может быть поставлена попарно симметрично по радиусу относительно равновесной орбиты^{*)}. При этом смещение пучка по радиусу не будет вызывать изменения потерь полной энергии. В то же время, декремент бетатронных колебаний будет равен сумме декрементов от отдельных пластин:

$$\delta \sim \sum \left(\frac{\partial U_i}{\partial r} \right)^2$$

Более подробное исследование краевых эффектов будет сделано в дальнейшем.

У. Заключение

В заключение еще раз отметим, что идеально согласованные пластины могут приводить как к затуханию, так и неустойчивости когерентных фазовых колебаний. При этом для устойчивости фазового движения необходимо, чтобы при

$0 < (\partial U_i R / \partial r_i)$ пластины располагались с наружной стороны орбиты (и наоборот). Применением согласованных пластин можно подавлять когерентные фазовые колебания всех мультипольностей $m < (l_b / l_1)$. Ограничением на максимальную величину декремента является условие устойчивости радиальных бетатронных и синхробетатронных возбуждений.

Мы признательны А.Н.Скринскому за ценные замечания и обсуждение работы.

21 июля 1969г.

*) На такую возможность указал авторам А.Н.Скринский

ОБОЗНАЧЕНИЯ

N - число частиц.

$r_c = \frac{e^2}{m_e c^2}$ - классический радиус частицы

c - скорость света

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ - релятивистский фактор
 $2\pi R$ - периметр орбиты

l_0 - длина сгустка

l - длина пластины

m - целое число, номер мультипольности

$\Psi = \left(\frac{\Delta R}{R} = \Psi \frac{\Delta p}{p} \right)$

$\Psi' = \frac{\partial \Psi}{\partial \theta}$

$U \rightarrow \sqrt{c Z} \frac{U_s}{U_0}$

U_s - потенциал на орбите, при потенциале U_0 на пластине

Z - волновое сопротивление линии

$A_r = \frac{\partial U}{\partial r} = \sqrt{c Z} \frac{E_r}{U_0}$

$\vec{L} = (d_r, 0, d_z)$ (см. рис. 2)

Δp - отклонение продольного импульса от равновесного

l_z - характерный поперечный размер камеры

$\vec{V} = (V_r, V_\theta, V_z)$, $\vec{r} = (r, \theta R, z)$, $\beta = \frac{V}{c}$

Ω_c - частота синхротронных колебаний

μ_c - "масса" синхротронного движения.
 ω_0 - частота обращения равновесной частицы

Таблица элементов	μ_c ω_0	γ β β^2 β^4	γ^2 γ^4 γ^6 γ^8	$\gamma^2 \beta^2$ $\gamma^4 \beta^2$ $\gamma^6 \beta^2$ $\gamma^8 \beta^2$	$\gamma^2 \beta^4$ $\gamma^4 \beta^4$ $\gamma^6 \beta^4$ $\gamma^8 \beta^4$	$\gamma^2 \beta^6$ $\gamma^4 \beta^6$ $\gamma^6 \beta^6$ $\gamma^8 \beta^6$	$\gamma^2 \beta^8$ $\gamma^4 \beta^8$ $\gamma^6 \beta^8$ $\gamma^8 \beta^8$
-------------------	-----------------------	---	--	--	--	--	--

ТАБЛИЦА декрементов δ_c ($\alpha_r = \alpha_z = 0$)

условия	$-\text{Im}(\omega - m\Omega_c) = \delta$, $f_m \sim e^{-i\omega t}$
$r^2 l_b < ml$	$\frac{2}{\pi^3} \frac{N r_0 c}{r l_b} \Psi \frac{\partial U^2}{\partial r}$
$r^2 l_b \gg ml$	$\frac{2}{\pi^3} \frac{N r_0 c \Psi}{r l_b} \frac{\partial U^2}{\partial r} \ln \left[\frac{l_0}{ml} \frac{1}{1+\beta} \right] \left[\frac{l_0}{ml} \frac{1}{1-\beta} \right]^{(1-\beta)^2}$
а) $l_b \gg ml$	
б) $l_b \ll ml$	$\frac{1}{\pi^3} \frac{N r_0 c \Psi}{r l_b} \frac{\partial U^2}{\partial r}$

ТАБЛИЦА ДЕКРЕМЕНТОВ δ_1

УСЛОВИЯ	$-\text{Im}(\omega - m\Omega_c) = \delta$, $f_m \sim e^{-i\omega t}$
$r^2 l_b < ml$	$-\frac{1}{\pi^2} \frac{N r_0 c \Psi' l^2}{r l_b} \frac{\partial^2 U^2}{\partial r^2}$
$r^2 l_b \gg ml$	$\frac{1}{\pi^2} \frac{N r_0 c \Psi' l^2}{r l_b} \left(\frac{ml}{l_0} \right)^2 \left[\frac{2}{3} U \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \ln \left(\frac{l_0}{ml(1+\beta)} \right) \left(\frac{l_0}{ml(1-\beta)} \right)^{(1-\beta)^2} \right] + (1+\beta^2) \frac{\partial U}{\partial r} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial r^2}$
а) $l_b \gg ml$	
б) $l_b \ll ml$	$-\frac{1}{2\pi^2} \frac{N r_0 c \Psi' l^2}{r l_b} \frac{\partial^2 U^2}{\partial r^2}$

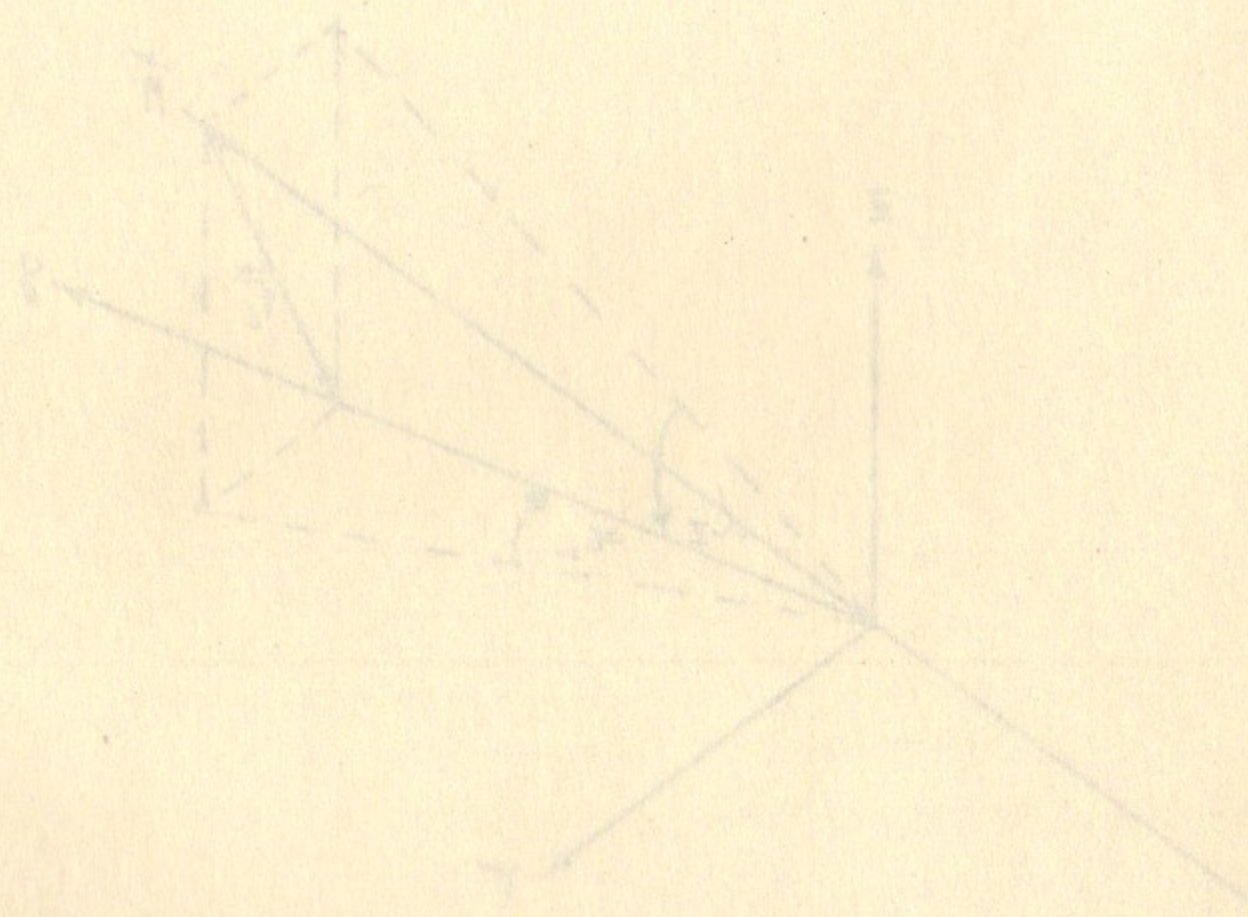
ТАБЛИЦА ДЕКРЕМЕНТОВ δ_2

УСЛОВИЯ	$-J_m(\omega - m\Omega_c) = \delta$	$f_m \sim e^{-i\omega t}$
$r^2 l_b < ml$	$\frac{1}{\pi^3} \frac{N r c}{r l_b} \Psi \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial r} \right)^2 \frac{l^2}{2}$	
$r^2 l_b \gg l$	$\frac{1}{\pi^3} \frac{N r c}{r l_b} \Psi \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial r} \right)^2 \frac{l^2}{4} \left(\frac{ml}{l_b} \right)^2$	
а) $l_b \gg ml$		
б) $l_b \ll ml$	$\frac{1}{\pi^3} \frac{N r c}{r l_b} \Psi \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial r} \right)^2 \frac{l^2}{4}$	

Подписи к рисункам

1. Схема согласования пластины.

2. Система координат. \vec{n} - направление оси волновода.



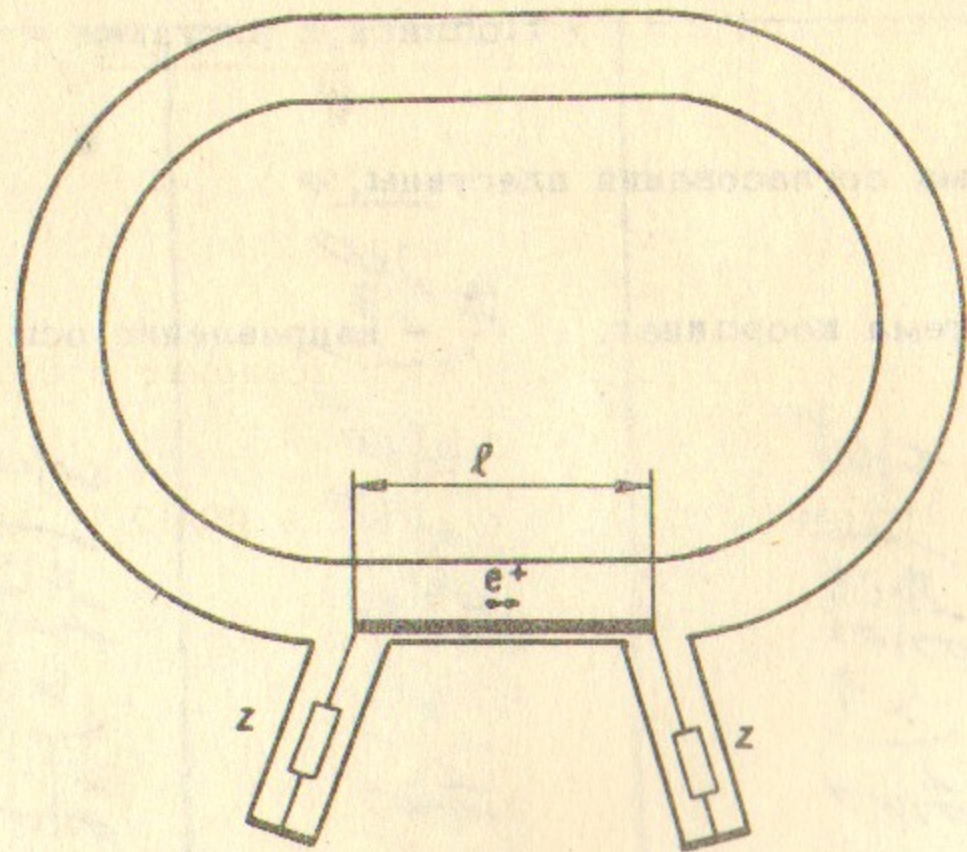


Рис. 1.

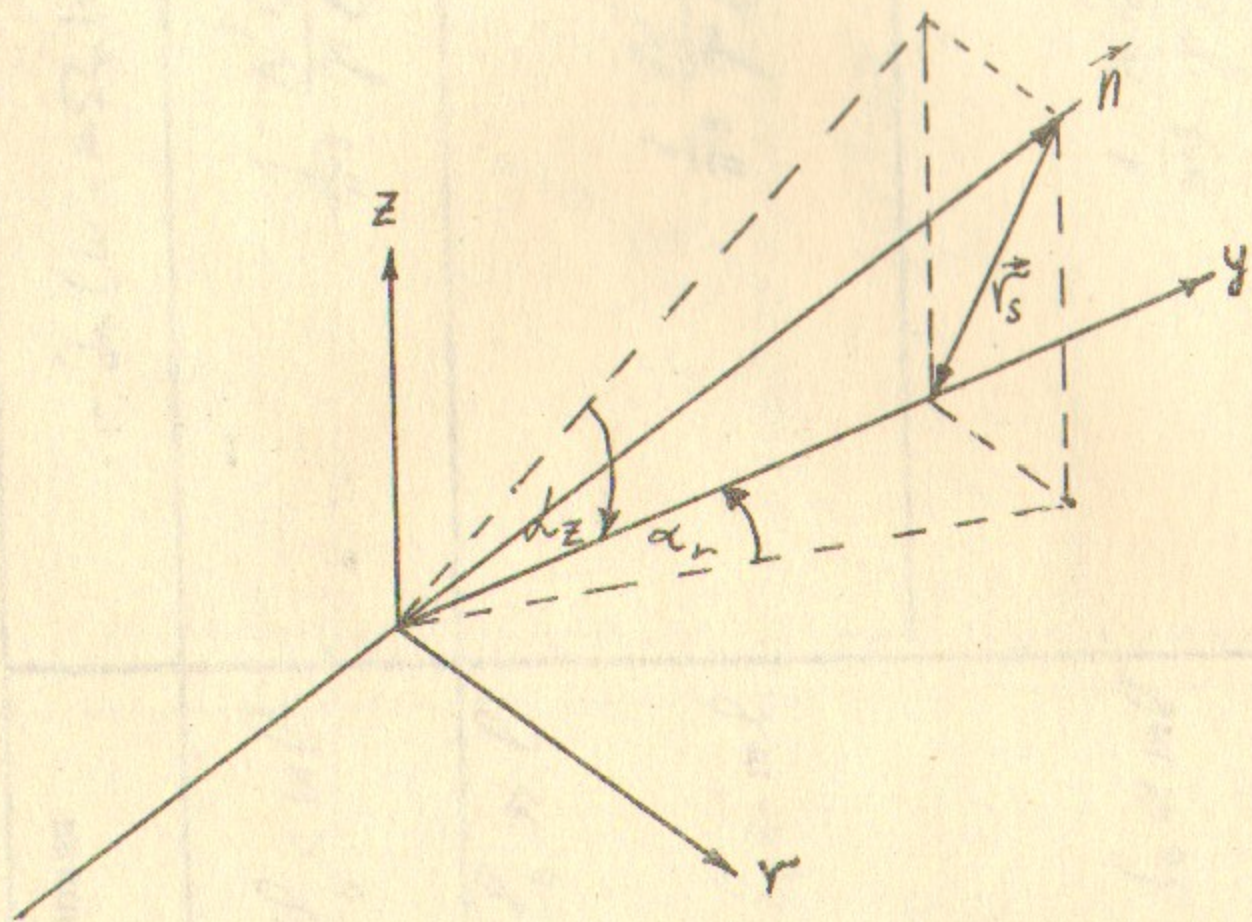
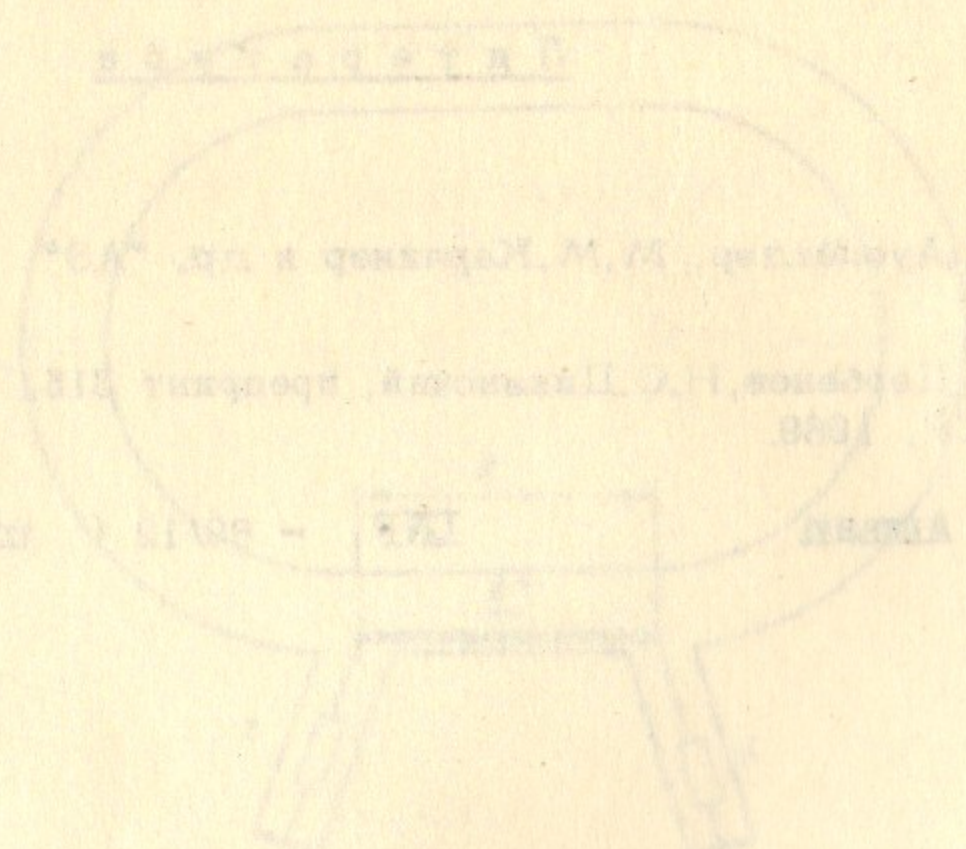


Рис. 2.

Литература

1. В.Д.Ауслендер, М.М.Карлинер и др. "АЭ", т.22, 3, 1967.
2. Я.С.Дербенев, Н.С.Диканский, препринт 315, ИЯФ СО АН СССР, 1969.
3. F. Amman INF - 69/12 (unpublished).



Ответственный за выпуск Н.С.Диканский

Подписано к печати 23.УП-1969 г.

Усл. 1,0 печ.л., тираж **250** экз.

Заказ № **318** , бесплатно.

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР.