

17
**И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН С С С Р**

препринт 306

С.Г.Алиханов, Р.З.Сагдеев, П.З.Чеботаев

**РАЗРУШЕНИЕ ИОННО - ЗВУКОВЫХ ВОЛН
БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ**

НОВОСИБИРСК

1969

С.Г.Алиханов, Р.З.Сагдеев, П.З.Чеботаев

РАЗРУШЕНИЕ ИОННО-ЗВУКОВЫХ ВОЛН БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ

А Н Н О Т А Ц И Я

Проделан численный эксперимент на ЭВМ по распространению мощной ионно-звуковой волны в одномерной модели плазмы. Исследован характер опрокидывания фронта волны при больших числах Маха и обнаружено, что оно носит пульсационный характер (с частотой порядка плазменной ионной частоты).

В физике нелинейных колебаний плазмы получил широкое распространение метод численного эксперимента с модельной плазмой на быстродействующих электронно-вычислительных машинах / 1-2 /. Ниже приводятся результаты применения этого метода к известной проблеме разрушения нелинейной ионно-звуковой волны критической амплитуды (выше порога опрокидывания). Как известно, произвольный, вообще говоря, начальный профиль ионно-звукового возмущения в плазме с $T_e \gg T_i$ с течением времени распадается на совокупность стационарных волн - солитонов. Свойства ионно-звуковых солитонов удается исследовать аналитически /3/ (см. также экспериментальное обнаружение /4/). Однако, при достаточно больших амплитудах /числах Маха $> 1,6$ /, солитоны не могут существовать, т.к. возникает явление опрокидывания, приводящее к "многопоточковому движению". Оставаясь в рамках гидродинамического приближения, невозможно рассмотреть процесс развития многопоточковости. Становится неизбежным кинетическое рассмотрение, когда нужно следить за траекторией каждой частицы. Современные ЭВМ еще не позволяют проводить такие "наблюдения" для реальных моделей плазмы /5/, однако для выяснения процесса возникновения многопоточковости можно рассмотреть более простую модель, которая учитывает основные эффекты. Предположим, что электроны имеют больцмановское распределение и будем следить только за движением ионной компоненты. Такой подход существенно упрощает задачу, которая для одномерного случая сводится к решению следующих уравнений

$$\frac{dv_j}{dt} = \frac{e}{M} E_j$$

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -4\pi e [n_i - n_0 \exp(e\varphi/T)]$$

(1)

$$n_i = \int f(t, x, v) dv$$

$$E = - \frac{d\varphi}{dx}$$

где первое уравнение описывает движение j -ой частицы,

$f(t, x, v)$ - функция распределения, M^j , v , n_i - масса, скорость и плотность ионов соответственно. Для численного эксперимента использовалась модель ионных слоев конечной ширины. Каждый слой наделяется зарядом e и массой M , E_j и v_j в первом уравнении (1) были отнесены к центру слоев. Фурье-анализ малых колебаний такой плазмы приводит к дисперсионному соотношению

$$1 = \frac{T}{M} \frac{e^{-k^2 a^2}}{1 + k^2 D} \int \frac{\frac{\partial f}{\partial v}}{v + \frac{\omega}{k}} dv \quad (2)$$

где $D = \sqrt{\frac{T}{4\pi e^2 n_0}}$ - дебаевский радиус, $a \sim$ ширина

ионного слоя. Для случая, когда ионы имеют максвелловское распределение, нетрудно видеть, что (2) для случая малых k переходит в известное дисперсионное соотношение для ионных колебаний холодной плазмы

$$\omega = \sqrt{\frac{T}{M}} k (1 + k^2 D^2)^{-1/2} \exp\left(-\frac{k^2 a^2}{2}\right)$$

за исключением фактора $\exp\left(-\frac{k^2 a^2}{2}\right)$, который связан со "слоистым" описанием плазмы. Однако можно полагать, что при достаточно малой толщине слоя решение будет достаточно точным. Для проверки этим методом решалась задача о распаде возмущения докритической амплитуды, в котором в начальный момент времени бралось $\Delta n/n = 0,2$. Как и следовало ожидать, наблюдалось образование солитонов.

При решении краевой задачи для уравнения

$$\psi(\varphi) = \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + 4\pi e [n_i - n_0 \exp(e\varphi/T)] = 0 \quad (3)$$

последнее заменялось уравнением [6]

$$\psi(\varphi) = -\psi'_\varphi \cdot \varphi'_t$$

решение которого при $t \rightarrow \infty$ будет решением (3). Этим методом решалась задача о распространении простой волны, профиль которой в начальный момент времени брался в виде

$$n_i(x) = N \exp[-(x-x_0)^2/l^2]$$

где N - амплитуда возмущения, l - его полуширина. Пространство, в котором могла двигаться волна, было равно 75 дебаевских длин и в этом пространстве находилось 1570 ионных слоев, из которых 30% в начальный момент времени находились в волне. На границах промежутка на потенциал накладывались условия

$$\psi'_x(0) = \psi(L) = 0$$

и становилось условие отражения слоев от границы. Задача могла решаться до тех пор, пока возмущение не доходило до правой границы.

Для сравнения было исследовано два случая распространения волн. В первом - отношение максимальной амплитуды плотности к невозмущенному состоянию в начальный момент времени было 3 : 1, во втором - 6 : 1. В первом случае происходило укрупнение профиля волны и ускорение её до скорости несколько меньше критической. В этот момент на гребне произошло некоторое перемешивание частиц, но отражение частиц волной не наблюдалось. В этом случае оставалось справедливым гидродинамическое рассмотрение и образуются колебания типа солитонов. Здесь и в дальнейшем скорость v , потенциал ψ и координаты x , t выражены в единицах $(kT/m)^{1/2}$, kT/e , λ_D , ω_{pi}^{-1}

соответственно.

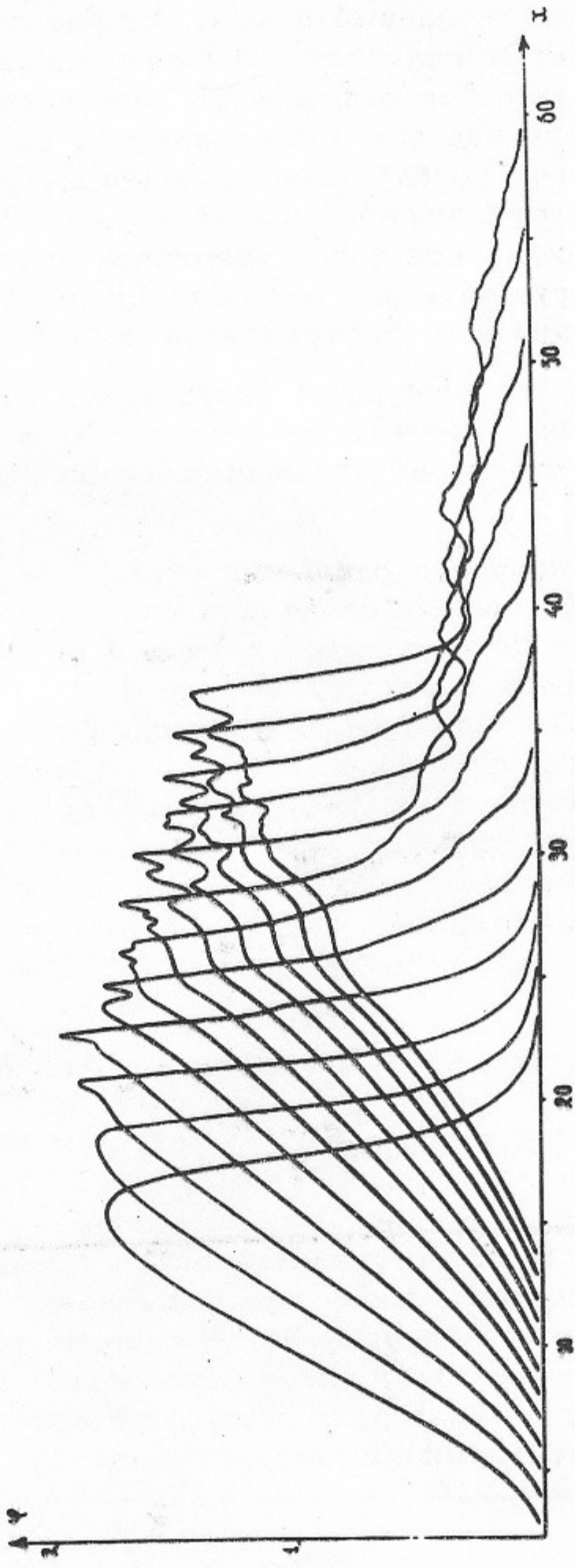
Рассмотрим теперь второй случай. После укрупнения простой волны скорость распространения и максимальный потенциал оказываются выше критических, т.е., если перейти в систему волны, оказывается, что набегающие ионы не могут преодолеть потенциальный "горб" и отражаются. При этом скорость отражения частиц должна быть $2u$ (u - скорость фронта). Поскольку мы имеем

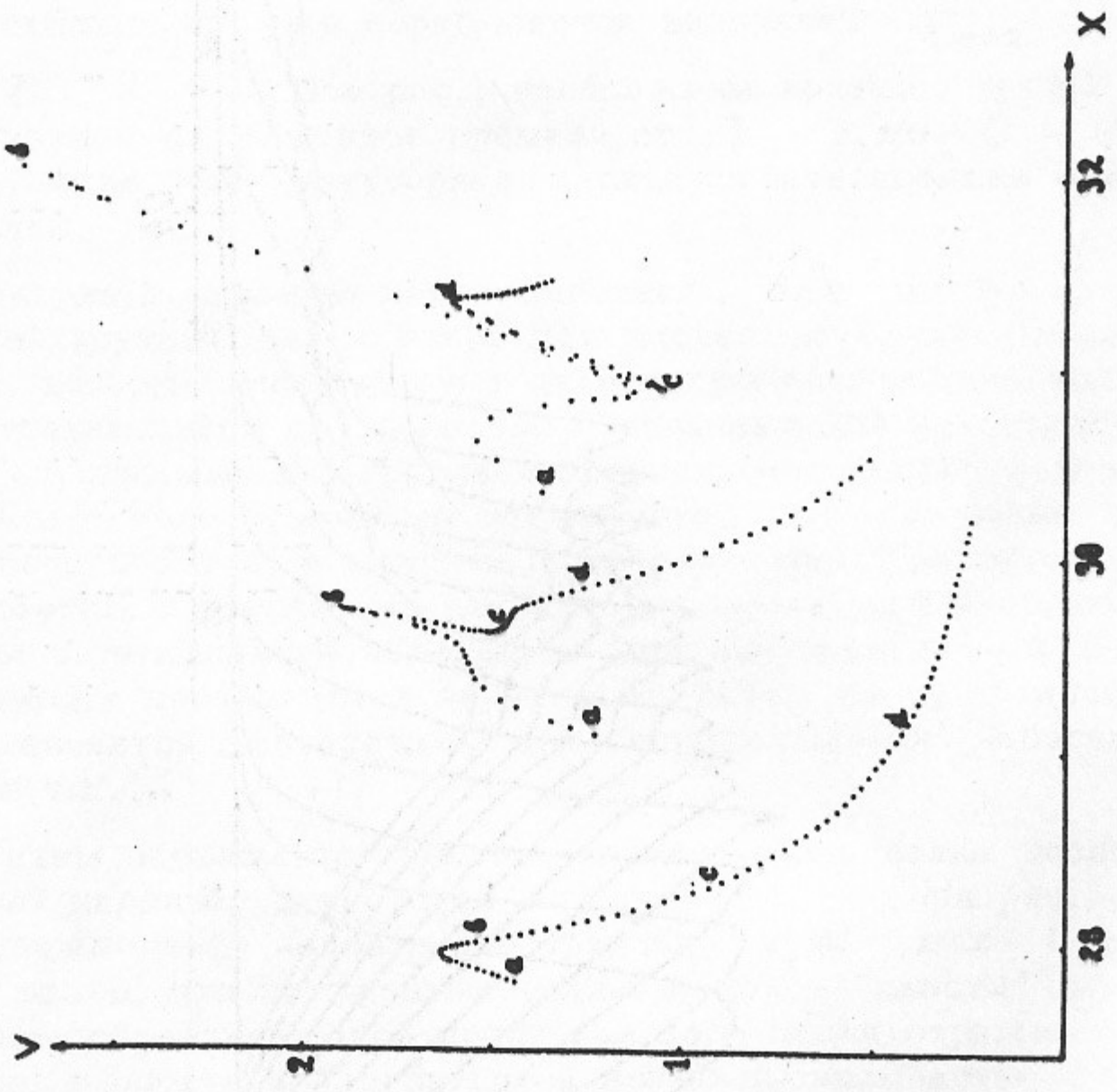
существенно нестационарный режим, то все соотношения для стационарного случая выполняются приближенно в среднем. Необходимо отметить, что "опрокидывание" начинается в тот момент, когда набегающие частицы имеют как раз энергию, равную высоте потенциального "горба", и в дальнейшем потенциал в "горбе" не превосходит этой критической величины. По мере того, как число ускоренных волной ионов увеличивается потенциал перед фронтом волны существенно повышается, в результате условие для опрокидывания уже определяется величиной $\varphi_{\max} \approx$

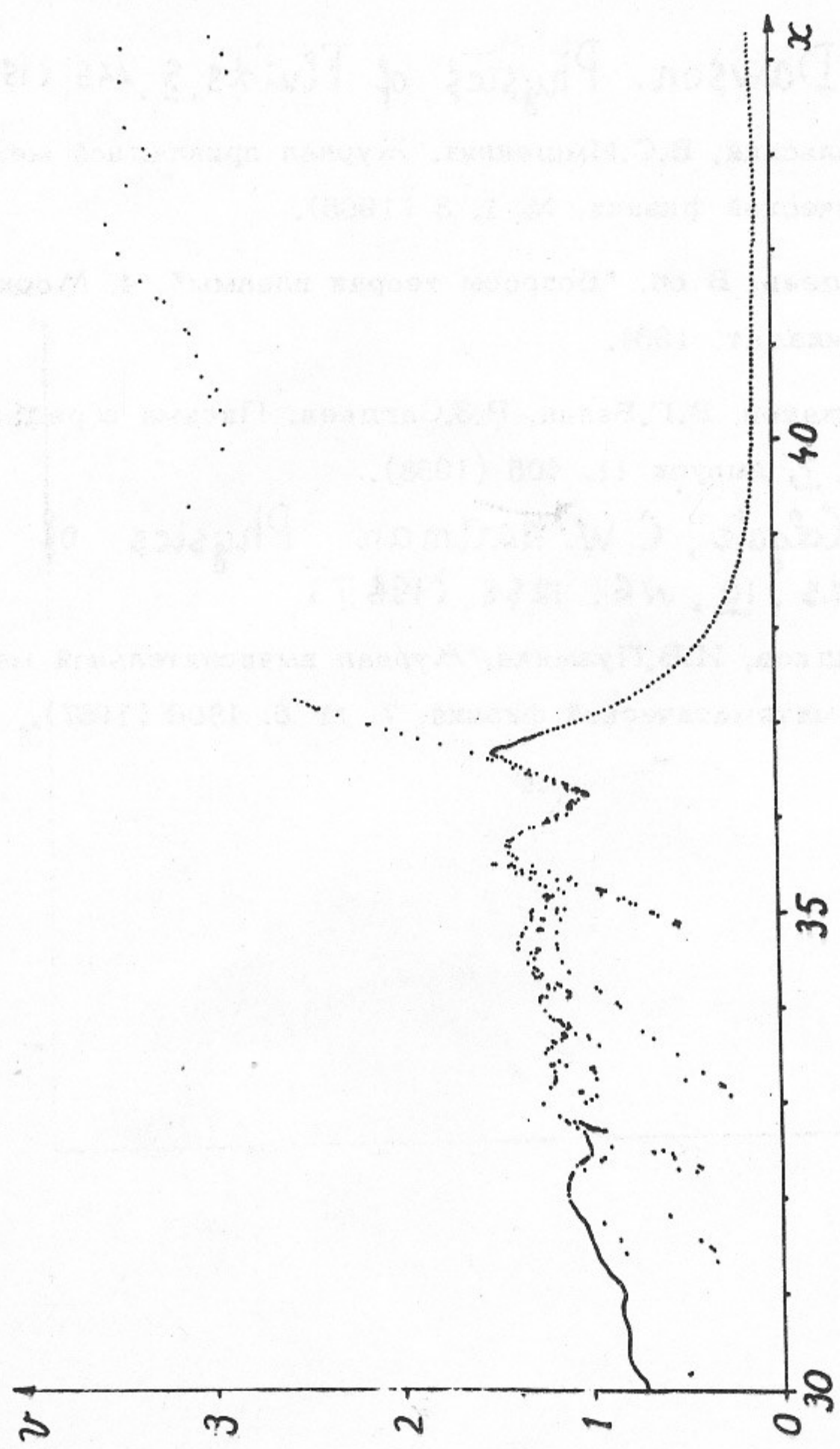
$(u^2 + \varphi_0)/2$. На рис.1 изображены кривые $\varphi(x)$ для последовательных моментов времени от $t = 2$ до $t = 13$, на которых видно, что характерная ширина фронта порядка дебаевской длины.

На рис.2 показано распределение $v = f(x)$ для выбранной группы ионных слоев для последовательных моментов времени, которые иллюстрируют интересную особенность волны, распространяющейся со скоростью, превышающей критическую. После "опрокидывания" группа ионов получает скорость $v > u$, в результате чего суммарная эффективная скорость волны потенциала увеличивается, а максимальная величина потенциала несколько снижается. Набегающий поток ионов имеет уже энергию большую чем потенциальная энергия на вершине переднего фронта волны и поэтому переваливает через него. Затем снова потенциал растет и становится достаточным для "опрокидывания" набегающего потока и т.д.

Таким образом полученное опрокидывание волны носит пульсационный характер с частотой порядка ω_{pi} . На рис.3, дающем распределение ионов в пространстве v, x для $t = 13$ хорошо видно, что за фронтом волны имеются "хвосты" замедленных ионов, образовавшихся после каждого цикла отражения. Плазма впереди фронта ионно-звуковой волны пронизывается быстрыми ионами, появляющимися после опрокидывания. Это приводит к образованию "подножия" у профиля потенциала волны /рис.1/ уходящего вперед. То, что этот поток отраженных ионов не возбуждает пучковой неустойчивости, в данном машинном эксперименте, соответствует взятой нами одномерной модели,







Л и т е р а т у р а

1. J. M. Dawson. *Physics of Fluids*, 5, 445, (1962).
2. В.А.Евальный, В.С.Имшенник. Журнал прикладной механики и технической физики, № 1, 3 (1965).
3. Р.З.Сагдеев. В сб. "Вопросы теории плазмы", 4, Москва, Госатомиздат, 1964.
4. С.Г.Алиханов, В.Г.Белан, Р.З.Сагдеев. Письма в редакцию ЖЭТФ, 7, выпуск 11, 405 (1968).
5. S. A. Colgate, C. W. Hartman. *Physics of Fluids*, 10, № 6, 1288, (1967).
6. Е.П.Жидков, И.В.Пузынин. Журнал вычислительной математики и математической физики, 7, № 5, 1806 (1967).

Ответственный за выпуск П.З.Чеботаев

Подписано к печати 15.05.69

Усл. 0,4 печ.л., тираж 300 экз. Бесплатно.

Заказ № 306

Отпечатано на ротапинтере в ИЯФ СО АН СССР, нв.