16

АКАДЕМИЯ НАУК СССР СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

препринт 204

М.М.Карлинер, В.М.Петров, И.А.Шехтман

Колебания стенок резонатора под действием пондеромоторных сил при наличии обратной связи

Новосибирск
1968

М.М.Карлинер, В.М.Петров, И.А.Шехтман

КОЛЕБАНИЯ СТЕНОК РЕЗОНАТОРА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОНДЕРОМОТОРНЫХ СИЛ ПРИ НАЛИЧИИ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

А Н Н О Т А Ц И Я

Показано, что применение специальной цепи автоподстройки частоты генератора, питающего высокочастотный резонатор, позволяет подавить электромеханические автоколебания стенок резонатора. При определенных условиях такая цепь с помощью пондеромоторных сил может демпфировать вибрации стенок резонатора, возникающие под действием внешних механических толчков.

Введение

В современных ускоряющих резонаторах достигаются такие значения плотности электромагнитной энергии, что возможна потеря механической устойчивости стенок /1/. В ускоряющем резонаторе накопителя встречных электрон-позитронных пучков ВЭПП-2 Института ядерной физики (Новосибирск) электромеханическая неустойчивость стенок возникала уже при напряжении на ускоряющем заряде около 10 кв. Рабочее напряжение резонатора значительно превышает этот уровень, и были необходимы меры, препятствующие развитию неустойчивости. Наиболее опасной для работы накопителя ВЭПП-2 оказалась колебательная неустойчивость, приводящая к глубокой амплитудной модуляции В.Ч. напряжения. Этот вид неустойчивости возникает, как известно /1/, при работе на правом склоне резонансной кривой, когда собственная частота резонатора ниже частоты питающего генератора /1/, но именно такой режим работы необходим для обеспечения устойчивости фазового движения пучка /2/.

Изменяя конструкцию резонатора, можно повысить напряжение, при котором возникает неустойчивость. Однако, это достигается путем значительного усложнения конструкции.

Введение обратной связи также позволяет подавить электромеханическую неустойчивость.

В высокочастотной системе накопителя ВЭПП-2 наиболее удобным оказалось введение отрицательной обратной связи по переменной составляющей расстройки между частотой задающего генератора и собственной частотой ускоряющего резонатора.

Ниже исследуются электромеханические колебания при наличии такой цепи обратной связи.

Анализ электромеханических колебаний стенок резонатора при наличии цепи автоподстройки частоты показал также практическую возможность демпфирования внешних механических толчков с помощью пондеромоторных сил, что само по себе представляет определенный интерес.

1. Схема подавления электромеханических колебаний

Резонатор накопителя 1 (рис.1) связан кабелем 2 с генератором 3. Частота генератора задается возбудителем 4. Расстройка между частотой возбудителя и собственной частотой резонатора обнаруживается по сдвигу фаз между возбуждающим током и напряжением на резонаторе; сдвиг фаз измеряется с помощью фазометра 6. На фазометр поступает сигнал с петли 8 и ёмкостного датчика напряжения резонатора 10. Петля 8 установлена в конце фидера, и сигнал с неё пропорционален току в петле возбуждения резонатора 9. Сигнал с петли 8 поступает на фазометр 6 через фазовращатель 7. Сигнал с фазометра проходит через усилитель переменного тока 5 и изменяет частоту задающего генератора 4. С помощью фазовращателя устанавливают нуль фазометра при настройке резонатора в резонанс.

В такой системе переменная составляющая $\lambda_\sim$ относительной расстройки ($x = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}$) между частотой генератора (ω) и резонансной частотой (ω_0) равна разности расстроек вследствие ухода собственной частоты резонатора $\lambda_\sim$

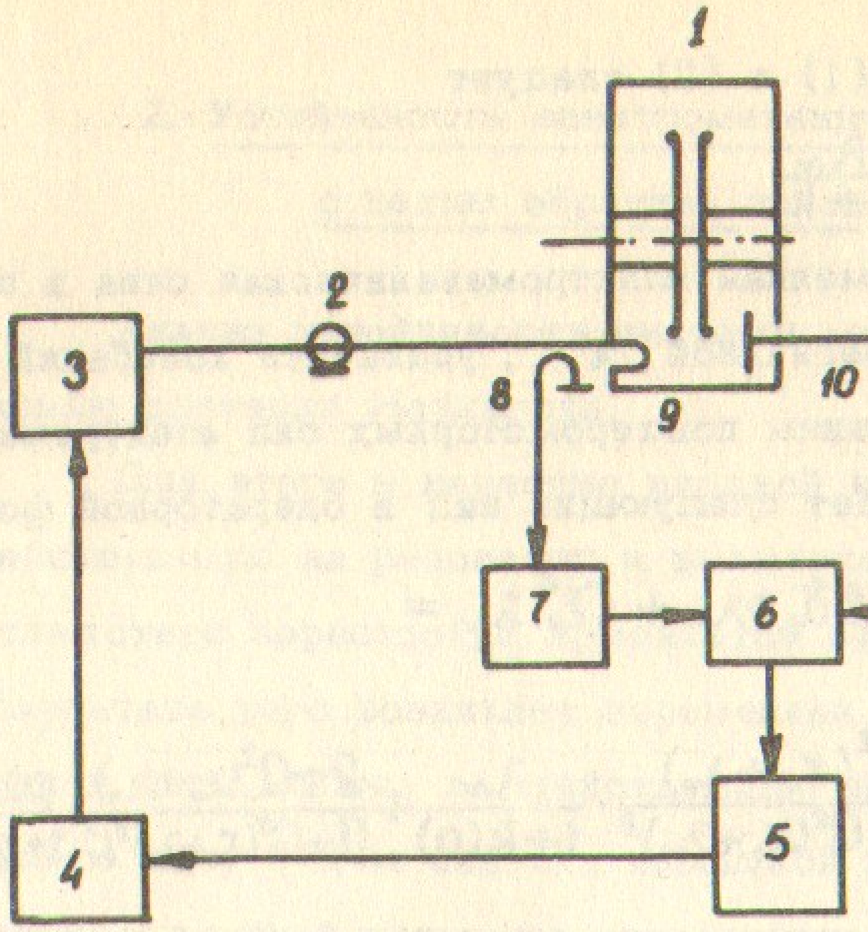

Рис.1. В.Ч.система накопителя ВЭПП-2.

и перестройки генератора $\lambda_г$ (см./1/):

$$\lambda' = \lambda_\sim - \lambda_г \qquad (1)$$

В свою очередь перестройка генератора равна

$$\lambda_г = k\lambda' \qquad (2),$$

где K – коэффициент передачи разомкнутой цепи обратной связи.

Из выражений (1) и (2) следует

$$\lambda' = \frac{\lambda_\sim}{1+k} \qquad (3)$$

Поскольку переменная электромеханическая сила в этом случае определяется величиной λ', уравнение колебаний стенок резонатора под действием пондеромоторных сил электромагнитного поля /1/ принимает следующий вид в операторной форме:

$$p^2\lambda_\sim + 2\delta_\nu p\lambda_\sim + \Omega_\nu^2\lambda_\sim =$$

$$= \frac{A_\nu U_{mo}^2}{1+Q^2(x_o+\lambda_o)^2}\left\{-\frac{Q^2(x_o+\lambda_o)}{1+Q^2(x_o+\lambda_o)^2}\cdot\frac{\lambda_\sim}{1+k(p)} + \frac{2\tau Q^2(x_o+\lambda_o)}{[1+Q^2(x_o+\lambda_o)^2]^2}\cdot\frac{p\lambda_\sim}{1+k(p)}\right\} \qquad (4)$$

где U_{mo} – амплитуда напряжения на резонаторе при резонансе,

A_ν – электромеханический коэффициент связи,

x_o – начальная относительная расстройка,

λ_o – постоянная составляющая относительной расстройки под действием пондеромоторных сил,

Q, τ – электрическая добротность и постоянная времени резонатора,

$k(p)$ – изображение коэффициента передачи разомкнутой цепи обратной связи,

Ω_ν, δ_ν – собственная частота и декремент затухания свободных механических колебаний.

2. Устойчивость электромеханической системы с цепью обратной связи

Анализ устойчивости системы может быть проведен с помощью критерия Найквиста.

Для этого в качестве входной величины выберем силу, воздействующую на резонатор и вызывающую его перестройку. Вследствие перестройки изменяется напряжение на резонаторе, в результате чего возникает переменная составляющая пондеромоторной силы, также воздействующая на резонатор. Пондеромоторную силу будем считать выходной величиной. Комплексная амплитуда входной величины пропорциональна левой части (4) при $p = j\Omega$

$$F_м(j\Omega) = (j\Omega)^2\lambda_\sim + 2\delta_\nu j\Omega\lambda_\sim + \Omega_\nu^2\lambda_\sim \qquad (5),$$

а амплитуда пондеромоторной силы пропорциональна правой части (4):

$$F_п(j\Omega) = \frac{A_\nu U_{mo}^2}{1+Q^2(x_o+\lambda_o)}\left\{-\frac{Q^2(x_o+\lambda_o)}{1+Q^2(x_o+\lambda_o)^2}\cdot\frac{\lambda_\sim}{1+k(j\Omega)} + \right. \qquad (6)$$

$$\left. + \frac{2\tau Q^2(x_o+\lambda_o)}{[1+Q^2(x_o+\lambda_o)^2]^2}\cdot\frac{j\Omega\lambda_\sim}{1+k(j\Omega)}\right\}$$

Предположим, что существует частота Ω, для которой фазы $F_м$ и $F_п$ одинаковы. Тогда система устойчива, если $|F_п| < |F_м|$ на этой частоте.

Для суждения об устойчивости удобно построить годографы векторов $F_м(j\Omega)$ и $F_п(j\Omega)$ при изменении частоты и неизменной амплитуде $\lambda_\sim$. Построение поясняется рисунком 2.

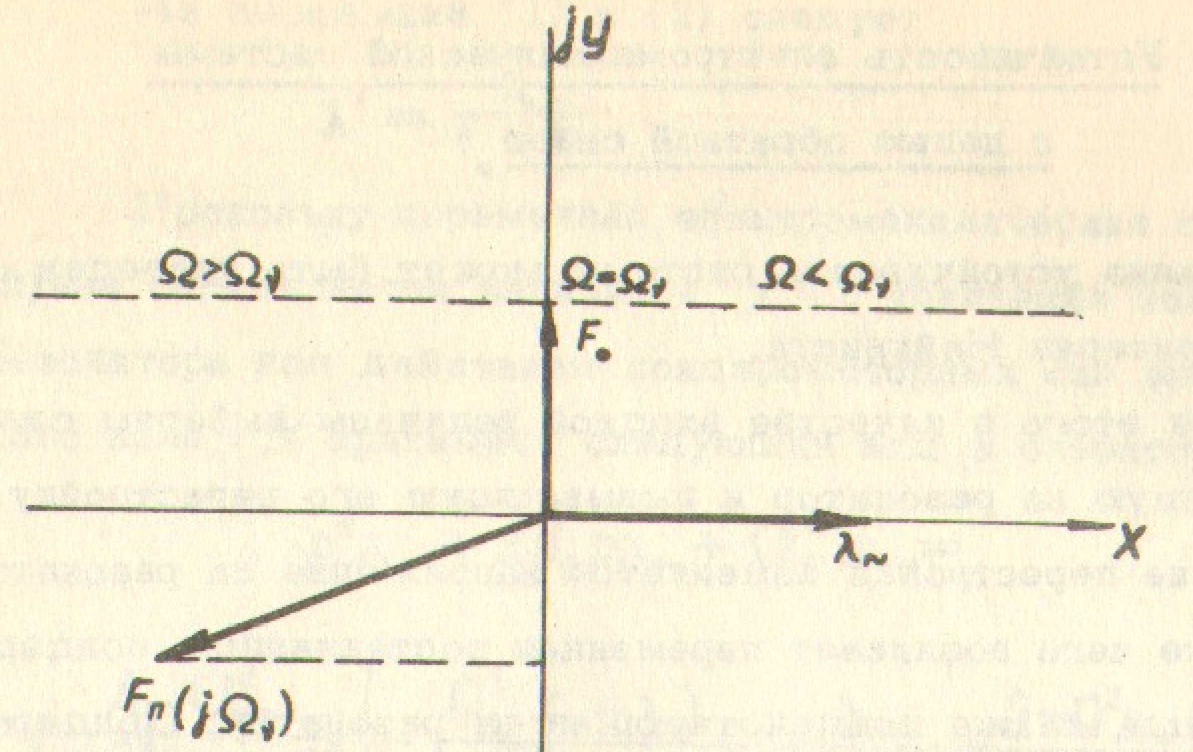

Рис. 2.

Расстройка $\lambda_{\sim}$ отложена вдоль оси абсцисс. Механическому резонансу $\Omega = \Omega_{\nu}$ соответствует величина

$$F_{м} = F_{o} = j2\delta_{\nu}\Omega_{\nu}\lambda_{\sim} \qquad (7)$$

При изменении частоты конец вектора $F_{м}$ скользит вдоль

прямой, параллельной оси абсцисс и проходящей через конец вектора F_{o}.

В отношении величины F_{n} можно отметить следующее. Т.к. цепь обратной связи сравнительно широкополосна, то F_{n} зависит от частоты нерезонансным образом. Поэтому при вычислении F_{n} вместо Ω можно просто подставить Ω_{ν}, т.к. в интересующем нас узком диапазоне частот (вблизи механического резонанса) F_{n} практически не изменяется.

Так как мнимая часть $F_{м}$ постоянна и равна F_{o}, то условие устойчивости выполняется, если мнимая часть F_{n} меньше F_{o}. Мнимая часть F_{n} может быть вычислена, если положить в (6) $k = k_{o}e^{-j\alpha}$, где α - сдвиг фазы сигнала в цепи обратной связи на частоте Ω_{ν}. Тогда, учитывая (7), получим условие устойчивости:

$$\frac{2\delta_{\nu}\Omega_{\nu}}{A_{\nu}} > \frac{U_{mo}^{2}\, Q^{2}(x_{o}+\lambda_{o})}{[1+Q^{2}(x_{o}+\lambda_{o})^{2}]^{2}\sqrt{1+k^{2}+2k_{o}\cos\alpha}} \sin\left[\frac{2\tau\Omega_{\nu}}{1+Q^{2}(x_{o}+\lambda_{o})} - \operatorname{arctg}\frac{k_{o}\sin\alpha}{1+k_{o}\cos\alpha}\right] \qquad (8)$$

Предположим, что $x_{o}+\lambda_{o} > 0$, т.е. что резонатор настроен на частоту ниже частоты питающего генератора. Здесь представляют интерес два крайних случая, когда $\alpha \ll 1$ и когда $\alpha \cong \frac{\pi}{2}$.

В первом случае ($\alpha \ll 1$) можно записать $\alpha = \Omega_{\nu}\tau_{з}$, где $\tau_{з}$ - время задержки в цепи обратной связи. При этом время задержки складывается из времени задержки самого резонатора τ_{φ} и времени задержки в цепях собственно обратной связи $\tau_{ос}$. Величина τ_{φ} может быть найдена из формулы (21) работы /1/

$$\tau_\varphi = \tau\,\frac{1-Q^2(x_o+\lambda_o)^2}{1+Q^2(x_o+\lambda_o)^2}\,. \qquad (9)$$

Подставляя $\tau_3 = \tau_\varphi + \tau_{oc}$ в (8) и учитывая малость величины $\Omega_\nu \tau_3$, получим следующее условие устойчивости

$$\frac{2\delta_\nu}{A_\nu} > \frac{U_{mo}^2 Q^2(x_o+\lambda_o)}{[1+Q^2(x_o+\lambda_o)^2]^2(1+k)}\left[\frac{2\tau}{1+Q^2(x_o+\lambda_o)^2} - \frac{k_o}{1+k_o}\tau_\varphi - \frac{k_o}{1+k_o}\tau_{oc}\right] \qquad (10)$$

Если еще предположить, что $k_o \gg 1$ и учесть (9), то (10) упрощается

$$\frac{2\delta_\nu}{A_\nu} > \frac{U_{mo}^2 Q^2(x_o+\lambda_o)}{(1+k)[1+Q^2(x_o+\lambda_o)^2]^2}(\tau-\tau_{oc})\,. \qquad (11)$$

Правая часть неравенства (11) имеет максимум при $Q(x_o+\lambda_o)=\frac{1}{\sqrt{3}}$

Учитывая это, условие устойчивости можно получить в простом виде:

$$\delta_\nu > 0{,}32\,A_\nu \cdot \frac{U_{mo}^2 Q}{1+k_o}(\tau-\tau_{oc}) \qquad (12)$$

Условие (12) показывает, что при отсутствии запаздывания в цепи обратной связи пороговое напряжение возбуждения электромеханических колебаний возрастает в $\sqrt{1+k_o}$ раз по сравнению с системой без цепи обратной связи. Запаздывание в цепи обратной связи влияет благоприятно в смысле еще большего увеличения порога самовозбуждения. В частности, при $\tau_{oc} \geqslant \tau$ правая часть (12) становится равной нулю или отрицательной, и неравенство (12) выполняется при сколь угодно большой величине U_{mo}. Заметим, что при этом область неустойчивости переходит на другой склон резонансной кривой.

Во втором крайнем случае, при сдвиге фаз близком к $\frac{\pi}{2}$ (интегрирующая обратная связь), устойчивость достигается при очень малой величине коэффициента обратной связи k_o. Полагая в (8) $\alpha = \frac{\pi}{2}$, получим условие устойчивости в виде

$$\frac{2\delta_\nu\Omega_\nu}{A_\nu} > \frac{U_{mo}^2 Q^2(x_o+\lambda_o)}{[1+Q^2(x_o+\lambda_o)^2]^2\sqrt{1+k_o^2}}\sin\left[\frac{2\tau\Omega}{1+Q^2(x_o+\lambda_o)^2} - \operatorname{arctg} k_o\right] \qquad (13)$$

Для выполнения условия устойчивости на рабочем склоне резонансной кривой ($x_o+\lambda_o > 0$) достаточно, чтобы кривая часть (13) была отрицательной, т.е. чтобы

$$\operatorname{arctg} k_o > 2\tau\Omega_\nu$$

или, т.к. $2\tau\Omega_\nu \ll 1$

$$k_o > 2\tau\Omega_\nu\,. \qquad (14)$$

Это неравенство определяет минимальный коэффициент передачи цепи обратной связи, обеспечивающий устойчивость на правом склоне резонансной кривой при любом напряжении на резонаторе U_{mo}.

Введение избыточного усиления в цепь обратной связи позволяет воспользоваться пондеромоторными силами для демпфирования внешних механических толчков, результатом которых является перестройка резонатора и нежелательная амплитудная модуляция ускоряющего напряжения.

Действительно, если в исходном уравнении (4) сравнить члены, содержащие первую производную по времени (в операторной записи – пропорциональные P), и при этом учесть, что для интегрирующей цепи обратной связи

$$k(p) = \frac{k}{p} \qquad (15)$$

то из (4) получается после упрощения следующее выражение для декремента затухания:

$$\delta_э = \delta_\nu + \frac{A_\nu U_{m0}^2 Q^2(x_0+\lambda_0)}{[1+Q^2(x_0+\lambda_0)^2]^2} \cdot \frac{1}{2k_1} \qquad (16)$$

Здесь $\delta_э$ – эквивалентный декремент затухания механических колебаний при введении интегрирующей цепи обратной связи с коэффициентом $k_1 \gg 1$. Отсюда видно, что декремент $\delta_э$ при $x_0 + \lambda_0 > 0$ может быть существенно увеличен, если пондеромоторные силы, зависящие от величин A_ν, U_{m0}^2 и Q, достаточно велики.

x x x

Для того, чтобы представить порядок величин, о которых идет речь, ниже приводятся параметры высокочастотного устройства накопителя ВЭПП-2 /1/. Добротность резонатора Q = 5000. Амплитуда напряжения достигает значения 50 кв.

Декремент затухания собственных механических колебаний резонатора $\delta_\nu = 0,5 \frac{1}{сек}$, частота этих колебаний f_ν = 39 гц. Электромеханический коэффициент связи равен $3,7.10^{-8}$ ф/м^{2}кг. Коэффициент передачи разомкнутой цепи обратной связи на частоте 39 гц устанавливался $k_\nu \approx 20$; $k_1 = \Omega_\nu k_\nu$, т.е. $k_1 = 5.10^3 \ (\frac{1}{сек})$. Резонатор работает обычно при расстройке $Q(x_0+\lambda_0) \approx 1$. При указанных значениях напряжения и других параметров системы $\delta_э = 12 \ (\frac{1}{сек})$. Декремент механических колебаний возрос по сравнению с δ_ν в 24 раза. Это позволило уменьшить амплитуду колебаний стенок резонатора вследствие внешних толчков во столько же раз. Более детальный анализ влияния цепей обратной связи на демпфирование колебаний показывает, что оно будет максимальным при $k_1 = 2\pi f_\nu$.

x x x

Введение обратной связи в высокочастотной ускоряющей системе накопителя ВЭПП-2 позволило работать при напряжении на резонаторе, существенно превышающем пороговое, при котором ранее возникали электромеханические автоколебания.

Литература

1. М.М.Карлинер, В.Е.Шапиро и И.А.Шехтман. ЖТФ ХХХУ1, № 11, стр. 2017, 1966.
2. В.Л.Ауслендер, М.М.Карлинер, А.А.Наумов, С.Г.Попов, А.Н.Скринский, И.А.Шехтман. Атомная энергия 20, 210, 1966 г.

Ответственный за выпуск Петров В.М.
Подписано к печати 13.V. 1968 г.
Усл. 0,7 печ.л., тираж 250
Заказ № 204 , бесплатно

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР,нв.