ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

препринт 93

В.В.Вечеславов, В.И.Кононов

Ионно-оптическое согласование методом случайного поиска

г.Новосибирск 1967

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

Препринт

В.В.Вечеславов , В.И.Кононов

ИОННО-ОПТИЧЕСКОЕ СОГЛАСОВАНИЕ МЕТОДОМ СЛУЧАЙНОГО ПОИСКА

г. Новосибирск
1966

АННОТАЦИЯ

Для согласования фазового объема пучка заряженных частиц с характеристиками ускорительного канала используются согласующие устройства, размещаемые между инжектором и ускорителем.

Ниже рассмотрен случай согласующей системы, состоящей из четырех или более квадрупольных линз. Указание вектора X, компонентами которого являются градиенты поля и длины линз, задает состояние системы. В каждом своем состоянии X согласующее устройство может обеспечить определенное преобразование фазового объема, близость которого к требуемому оценивается значением некоторой скалярной функции цели $Q(X)$.

Нахождение состояния X^*, обеспечивающего $Q(X^*) \cong 0$ и решающего задачу согласования, проводится методом случайного поиска. Применение этого метода в конкретных случаях может привести к нескольким допустимым решениям $\{X^*\}$, отличающимся, например, максимальными размерами пучка.

Cononov V.I. Vecheslavov V.V.

ION-OPTIK MATCHING BY RANDOM SEARCH METHOD.

The matching sistem is used for transformation the transverse phase volume of injektor into one of the next fokusing sistem.

The case of the matching sistem of four or more quadrupoles is considered.

This arrangement is discribed by a vector X, components of wich are gradients and lenghts of quadrupoles. In every case X matching sistem is able to secure a definite transformation of the phase volume.

Some scalar function $Q(X)$ shows how this transformation is close to ideal.

A search of the state X^* which secures $Q(X^*)\cong 0$ and solves a matching problem is realized by random search method. By using this method in concret cases one may have several solutions $\{X^*\}$ which differ, for example, in maximum size of the beam.

Распространяющийся в квадрупольном канале без ускорения стационарный пучок заряженных частиц описывается с помощью четытехмерного фазового вектора $y(s)$, компонентами которого являются значения огибающих пучка $y_1(s)$, $y_3(s)$ в двух взаимноперпен - дикулярных поперечных направлениях и их производных $y_2(s)=y_1'(s)$, $y_4(s)=y_3'(s)$; координата s отсчитывается вдоль оси системы.

В интенсивных пучках и при учете дефокусирующего влияния тепловых скоростей существенна зависимость фазового вектора от тока i и эмиттанса пучка ε : $y=y(s,i,\varepsilon)$.

Типичная задача ионно-оптического согласования заключается в преобразовании заданного на входе в согласующую систему вектора $\tilde{y}^{(1)}$ в заданный $\tilde{y}^{(2)}$ на её выходе при сохраняющихся значениях i и ε. На практике часто $\tilde{y}^{(1)}$ определяется характеристиками инжектора, а $\tilde{y}^{(2)}$ - условиями наилучшего прохождения пучком следующего за инжектором ускорительного канала /I/.

Здесь рассматриваются согласующие устройства, являющиеся набором квадрупольных линз, минимальное число которых, как это следует из размерности $y(s)$, равно четырем.

Относительно каждого конкретного случая согласования обычно бывает известно число варьируемых параметров n. Это, например, градиенты всех линз, длины всех или части линз и свободных промежутков и т.д. Состояние системы согласования можно описать заданием вектора $X=(x_1,\dots\dots\dots x_n)$, компонентами которого являются значения варьируемых параметров, взятые в определенном порядке.

В каждом своем состоянии X система обеспечивает преобразование входного вектора $\tilde{y}^{(1)}$ в некий вектор $y^{(2)}$ на выходе, близость которого к требуемому значению $\tilde{y}^{(2)}$ удобно оценивать с помощью скалярной функции цели:

$$Q(x_1,\dots x_n)=\left\|\tilde{y}^{(2)}-y^{(2)}\right\|=\sqrt{\sum_{j=1}^{4}\left(\tilde{y}_j^{(2)}-y_j^{(2)}\right)^2} \quad ; \quad (I)$$

Согласование выполнено, как только достигнуто $Q=Q^*\cong 0$.

С этой точки зрения построение согласующей системы можно рассматривать как частный случай весьма общей задачи многопараметрической оптимизации: для определенной на множестве $\{X\}$ скалярной функции $Q(X)$ найти значение $X^*\in\{X\}$, обеспечивающее заданное $Q(X^*) = Q^*$ /4/. Определение X^* ведется методом поиска, т.е. многократного решения прямых задач нахождения Q по X, а успех и быстрота решения определяются стратегией поиска.

Разработанные алгоритмы поиска (см.,например, /2,3/), можно разделить на две большие группы: детерминированные (метод градиента, скорейшего спуска и т.д.) и методы случайного поиска. Для первых характерно изучение окрестности точки поверхности функции цели Q, после которого следует шаг в направлении наибыстрейшего убывания Q. При случайном поиске не тратится время на изучение ситуации, а сразу же совершается шаг в случайном направлении по поверхности Q. Если цель приблизилась, то производится следующий случайный шаг, а если удалилась, то восстанавливается прежнее состояние и вновь делается попытка выйти из него. Эффективность случайного поиска резко возрастает при введении различных способов самообучения, повышающих вероятность случайного шага в благоприятном направлении.

Относящиеся сюда вопросы подробно рассмотрены в /2,4/, где также показано, что при размерности X - пространства $n>3$ случайный поиск может привести к цели значительно быстрее, чем наиболее эффективные из детерминированных методов /5/.

Поверхность $Q(X)$, с которой приходится сталкиваться в задаче ионно-оптического согласования, имеет сложное строение и здесь весьма полезным является глобальный характер случайного поиска: за счет величины случайного шага оказывается возможным обходить складки и впадины этой поверхности. Наконец, этот метод позволяет легко вводить различные ограничения на множество доступных состояний $\{X\}$. Все сказанное делает метод случайного поиска наиболее пригодным для решения конкретных задач ионно-оптического согласования при значительном числе варьируемых параметров.

Рассмотрим подробнее случай, когда из конструктивных соображений заданы общая длина всего устройства $\mathcal{L}$ и длины всех четырех свободных промежутков, а реальное распределение градиента каждой линзы допускает замену эквивалентным прямоугольником высотой G.

Введем следующие относительные единицы:

а) единица длины - любой характерный линейный размер

ℓ_0 (см), $y_1 = x/\ell_0$, $y_3 = y/\ell_0$, $s = z/\ell_0$; x, y, z - декартовы координаты, z отсчитывается вдоль оси системы;

б) единица тока $I_0 = 4\pi\varepsilon_0 m_0 c^3/e$; для протонов $I_0 = 3{,}14.10^7\,a$, $i = I/I_0$;

в) единица градиента электромагнитной линзы $G_0 = 10^8.m_0 c/\ell_0^2 e$ (гс/см), $g(s) = G(s)/G_0$.

Для решения прямой задачи определения Q по X используются уравнения для огибающих пучка, полученные в /I/ и записанные в относительных единицах:

$$
\begin{aligned}
y_1' &= y_2; \\
y_2' &= \frac{\varepsilon^2}{y_1^3} - \frac{g(s)}{\beta\gamma}\cdot y_1 + \frac{4i}{\beta^3\gamma^3}\cdot\frac{1}{y_1+y_3}; \\
y_3' &= y_4; \\
y_4' &= \frac{\varepsilon^2}{y_3^3} + \frac{g(s)}{\beta\gamma}\cdot y_3 + \frac{4i}{\beta^3\gamma^3}\cdot\frac{1}{y_1+y_3};
\end{aligned}
\tag{2}
$$

В рассматриваемом случае число варьируемых параметров $n = 7$, а вектор состояния X определяется заданием своих компонент:

$$x_\nu = \frac{g_\nu}{\beta\gamma}, \quad \nu = 1,2,3,4; \quad x_\mu = \ell_{\mu-4}, \quad \mu = 5,6,7;\ldots \tag{3}$$

Здесь g_m, ℓ_m - градиент и длина m-ой линзы.

Следует отметить, что содержание уравнений (2) может быть значительно изменено за счет включения членов, описывающих ускорение, нелинейные возмущения, различные фокусирующие или дефокусирующие факторы и т.п., причем это никак не отразится на самом методе поиска согласованного состояния.

Для того, чтобы начать продвижение к цели $Q^* \geq 0$ необходимо назначить величины максимальных вариаций параметров состояния $\Delta X^{(0)}$ и начальное состояние системы согласования $X^{(0)}$. Успех решения связан с требованием того, чтобы из $X^{(0)}$ в искомую точку X^* существовал путь, целиком принадлежащий множеству допустимых состояний $\{X\}$ /4/. Ниже будет показано, что в конкретных задачах ионно-оптического согласования существует, вообще говоря, много перспективных значений $\{X^{(0)}\}$, приводящих к множеству решений $\{X^*\}$, причем $Q \leq Q^*$ для каждого $X^* \in \{X^*\}$. Из нескольких найденных решений выбирается одно, обеспечивающее, например, наименьшие максимальные размеры пучка /5/.

Перед каждым случайным шагом вырабатывается вектор $\xi = (\xi_1, \dots \xi_7)$, компонентами которого являются случайные числа, равномерно распределенные на отрезке $[-I; I]$. Вектор $\Delta X^{(i)} = (\xi_1^{(i)} \cdot \Delta x_1^{(0)}, \dots \xi_7^{(i)} \cdot \Delta x_7^{(0)})$ определяет очередной случайный шаг, а $X^{(i)} = X^{(i-1)} + \Delta X^{(i)}$ очередное состояние системы. Самообучение вводится тем, что система движения строго в случайно найденном благоприятном направлении до тех пор, пока цель не начинает удаляться. Если очередной вектор $X^{(i)}$ выпадает из $\{X\}$ (появление отрицательных длин линз, недопустимых значений градиентов), то система возвращается в $X^{(i-1)}$ с последующей попыткой снова выйти из него.

Пусть требуется провести согласование для протонного пучка: I = 60 ма, энергия I00 кэв, эмиттанс 8,2 см.мрад.

Для относительных единиц длины и градиента приняты следующие величины: l_0 = I см, $G_0 = 3{,}I3 \cdot I0^6$ гс/см. Полная длина устройства $\mathcal{L}$ = 50, длина каждого свободного промежутка l_n = 2. Предполагаемая формула расстановки линз ДОФОДОФО.

Заданные векторы входа $\tilde{y}^{(1)}$ и выхода $\tilde{y}^{(2)}$ имеют значения:

$$\tilde{y}^{(1)} = (0{,}800;\ 0;\ 0{,}800;\ 0;\ ) \qquad \tilde{y}^{(2)} = (0{,}540;\ -0{,}230;\ I{,}I70;\ 0{,}II0;\ ) \tag{4}$$

Требуемая точность согласования не хуже Q^* = 0,05.

В первую очередь необходимо определить одно или несколько перспективных значений $X^{(0)}$. С этой целью назначаются два вектора:

$$\tilde{X}^{(0)} = (-0{,}0I6;\ 0{,}0I6;\ -0{,}0I6;\ 0{,}0I6;\ I0{,}5;\ I0{,}5;\ I0{,}5) \qquad \widetilde{\Delta X}^{(0)} = (0{,}006;\ 0{,}006;\ 0{,}006;\ 0{,}006;\ 2{,}5;\ 2{,}5;\ 2{,}5) \tag{5}$$

Первый из них задает состояние системы согласования, примерно соответствующее середине первой области устойчивости движения в длинном канале (включающем в себя эту систему в качестве элемента периодичности). Второй вектор в (5) определяет максимально возможные вариации параметров состояния.

Из $\tilde{X}^{(0)}$ с помощью $\widetilde{\Delta X}^{(0)}$ совершаются случайные шаги, причем после каждого из них следует возврат в $\tilde{X}^{(0)}$. Для получающихся таким образом случайных состояний определяются значения Q

№ п/п	$X^{(0)}$ или X^*							Q	$y_{1\,max}$	$y_{3\,max}$
	$-I00x_1$	$I00x_2$	$-I00x_3$	$I00x_4$	x_5	x_6	x_7			
I	I,I5I	I,254	I,55I	2,002	9,73	I0,66	II,I4	0,I78	I,I7	2,I6
2	I,0I0	I,983	2,I94	2,I56	8,97	8,87	II,58	0,253	I,I0	I,6I
3	I,283	I,929	2,I98	2,072	II,22	8,65	II,67	0,I08	I,08	2,39
4	2,00I	I,646	I,266	I,I20	8,34	9,84	I2,95	0,275	I,87	2,38
5	I,399	I,772	2,072	I,264	II,70	9,I8	8,45	0,I73	I,53	2,73
6	I,350	I,644	I,299	I,590	II,7I	9,37	I2,62	0,28I	I,62	2,7I
7	I,I32	I,679	I,74I	I,393	8,57	9,99	II,39	0,259	I,07	I,68
Iа	I,352	I,349	I,585	2,002	I0,02	I0,67	II,06	0,0I8	I,I7	2,29
2а	I,034	2,I48	2,225	2,I97	8,80	9,22	II,64	0,043	I,I5	I,87
3а	I,294	I,907	2,236	2,098	II,07	8,52	II,60	0,054	I,I4	2,36
4а	I,903	I,600	I,553	I,775	7,98	9,5I	I3,05	0,029	I,45	2,2I
5а	I,37I	I,707	2,I85	I,473	II,77	8,93	8,2I	0,028	I,42	2,72
6а	I,302	I,664	I,287	I,604	II,67	9,53	I2,62	0,I54	I,49	2,60
7а	I,2I8	I,845	I,880	I,684	8,2I	9,66	II,73	0,22I	I,I5	I,66

по (I) и те из них, у которых $Q \leqslant 0{,}30$ запоминаются и берутся в качестве $X^{(0)}$. Большие величины компонент $\widetilde{\Delta X}^{(0)}$ позволяют подвергнуть такому случайному "обзору" значительный участок поверхности Q, связанный с точкой $\widetilde{X}^{(0)}$.

Найденные таким ооразом семь значений $X^{(0)}$, а также соответствующие им расстояния до цели Q и максимальные размеры пучка приведены в таблице (строки с I по 7); для их определения потребовалось сделать 580 шагов.

К каждому из этих начальных состояний была применена процедура описанного случайного поиска при следующих значениях вектора максимальных вариаций:

$$\Delta X^{(0)} = (0{,}0005;\ 0{,}0005;\ 0{,}0005;\ 0{,}0005;\ 0{,}I;\ 0{,}I;\ 0{,}I;) \qquad (6)$$

Полученные в результате согласованные состояния $X^{*}(Q \leqslant Q^{*})$ или состояния $\widetilde{X}^{*}(Q_{min} > Q^{*})$ также помещены в таблице, причем строке $X^{(0)}$ с номером N отвечает строка X^{*} или $\widetilde{X}^{*}$ с номером Na.

Как видно, из начальных состояний $N = 3,6,7$ выйти в область $Q \leqslant 0{,}05$ не удалось.

В среднем один переход из $X^{(0)}$ в X^{*} или $\widetilde{X}^{*}$ занимает около 600 шагов, причем число это зависит от $\Delta X^{(0)}$ в (6).

Авторы благодарят Е.А.Абрамяна за обсуждение и интерес к раоте.

Литература

I. Капчинский И.М. "Динамика частиц в линейных резонансных ускорителях", Атомиздат, 1966.

2. Растригин Л.А. в сб."Автоматика и вычислительная техника", Рига, Изд.АН Латв.ССР, № 6, стр.58, 1963 г.

3. Налимов В.В., Чернова Н.А. "Статистические методы планирования экстремальных экспериментов", Москва, 1965.

4. Сб."Автоматика и вычислительная техника", Рига, Изд.АН Латв. ССР, № 10, 1965 г.

5. Shoroku Ohuma and Joseph N. Vitale, IEEE Transactions on Nuclear Science, 12, n3, p.627, 1965.

Ответственный за выпуск В.А.Горбунов

Подписано к печати 23.01.1967 года,
заказ №98, тираж 250 экз., 0,5 печ.л.
бесплатно

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР