ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР.

препринт 11

В.Н.Байер, В.М.Катков

Рождение пары нейтрино при движении электрона в магнитном поле

НОВОСИБИРСК 1966

Аннотация

Исследован процесс рождения нейтринных пар электроном в магнитном поле. Получены вероятность и интенсивность процесса в случаях $\chi \ll 1$, $\chi \gg 1$ ($\chi = \gamma H/H_0, H_0 = m^2/e = 4{,}4 \cdot 10^{13}$ э) Рассмотрено отношение полученной интенсивности к интенсивности излучения фотона, в области $\chi \ll 1$ эффект оказывается ничтожно малым, в области $\chi \gg 1$ интенсивности излучения пар нейтрино и фотонов сравниваются при $\chi \approx 10^{16}$.

CREATION OF NEUTRINO PAIR BY ELECTRON MOVING IN A MAGNETIC FIELD

V.N.BAYER, V.M.KATKOV

ABSTRACT

The process of neutrino pair creation by electron moving in a magnetic field is investigated. The probability and intensity of process is obtained in the cases $\chi \ll 1$, $\chi \gg 1$ ($\chi = \gamma H/H_0$, $H_0 = m^2/e = 4{,}4\cdot 10^{13}$ Oe). The ratio of the calculated intensity to intensity of photon emission is considered. In a region $\chi \ll 1$ the effect is negligible, in a region $\chi \gg 1$ intensity of neutrino pair creation compete with intensity of photon emission at $\chi \sim 10^{16}$.

I. При движении заряженных частиц в магнитном поле может происходить не только излучение фотонов, но и рождение частиц. В частности, при движении электрона в магнитном поле могут идти процессы образования электрон-позитронных пар (конверсия излученного фотона в пару), а также процессы, вызываемые слабым взаимодействием электрона (излучение пары нейтрино, обратный μ -распад и т.д.). Указанные процессы могут представлять определенный интерес, в частности в астрофизике+).

2. Мы рассмотрим излучение пары нейтрино при движении электрона в магнитном поле в предположении, что имеет место прямое взаимодействие электрона и нейтрино. Рассмотрение проводится в рамках универсального $V-A$ варианта теории слабого взаимодействия.

Вероятность процесса в единицу времени представим в виде:

$$dW = \frac{1}{(2\pi)^5}\,|u_{if}|^2\,\delta(E-E'-k_{10}-k_{20})\,\frac{d^3k_1}{2k_{10}}\,\frac{d^3k_2}{2k_{20}} \qquad (I)$$

где

$$u_{if} = -\frac{g}{\sqrt{2}}\,L_\alpha M^\alpha \qquad (2)$$

$$L_\alpha = \int d^3x\,\left(\bar{\psi}_{ef}\,O_\alpha\,\psi_{ei}\right) e^{-i(\vec{k}_1+\vec{k}_2)\vec{r}} \qquad (3)$$

$$M_\alpha = \left(\bar{u}_\nu(\vec{k}_1)\,O_\alpha\,v_\nu(\vec{k}_2)\right)$$

k_1 и k_2 - импульсы нейтрино и антинейтрино, ψ_e - ортонормированная система функций электрона в магнитном поле. Выполняя суммирование по спинам и интегрирование по импульсам родившейся пары нейтрино-антинейтрино (см.напр. [2]) получаем ++)

$$S_f \int M_\alpha M_\beta^*\,\frac{d^3k_1}{k_{10}}\,\frac{d^3k_2}{k_{20}}\,\delta(E-E'-k_{10}-k_{20}) = \frac{16\pi}{3}\int d^3q\,(q_\alpha q_\beta - q^2 g_{\alpha\beta}) \qquad (4$$

причём $\vec{q} = \vec{k}_1+\vec{k}_2\,;\quad q_0 = E-E' = k_{10}+k_{20}$.

Интегралы L_α (3) хорошо известны из квантовой теории излучения электронов в магнитном поле (см., например, [3]), они выражаются через функции $I_{n,n'}(x)$

+) Процессы излучения пионов и β -распад протона в магнитном поле были рассмотрены недавно Жарковым [I] .

++) Используется метрика (ав) = $a_0b_0 - \vec{a}\vec{b}$, $\hbar = c = 1$.

$$I_{n,n'}(x)=\sqrt{\frac{n'!}{n!}}\;e^{-x/2}\,x^{\frac{n-n'}{2}}\,L_{n'}^{n-n'}(x) \qquad (5)$$

где

$$x=\frac{\vec q^{\,2}\sin^2\vartheta}{4\eta}.$$

Здесь сделано не нарушающее общности предположение, что вектор $\vec q$ лежит в плоскости (y,z), ϑ - угол между осью z и вектором $\vec q$. В дальнейшем предполагается, что в начальном состоянии $p_{zi}=0$.

Выполнив усреднение по спину начального электрона и суммирование по спину конечного, получаем следующее выражение для вероятности:

$$\begin{aligned} W = \frac{g^2}{3(2\pi)^4}\int d^3q\,\Big[& q_0^2 H_{00} + \vec q^{\,2}\left(\sin^2\vartheta H_{22}+\cos^2\vartheta H_{33}\right) - \\ & - 2q_0|\vec q|\left(\sin\vartheta H_{20}+\cos\vartheta H_{30}\right) + 2\vec q^{\,2}\sin\vartheta\cos\vartheta H_{23} - \\ & - q^2\left(H_{00}-H_{11}-H_{22}-H_{33}\right)\Big], \end{aligned} \qquad (6)$$

где $$H_{\alpha\beta}=\frac14\,S_i S_f\left(L_\alpha L_\beta^* + L_\beta L_\alpha^*\right) \qquad (7)$$

Для получения полной вероятности рождения пары нейтрино необходимо просуммировать по состояниям конечного электрона и выполнить интегрирование в формуле (6). Заметим, что суммирование по компоненте импульса p_{zf} и квантовому числу s' +), а также интегрирование по азимутальному углу вектора $\vec q$ выполняется тривиально.

При выполнении суммирования по квантовым числам n' конечного электрона перейдем, как обычно, к интегрированию. При этом оказывается удобным ввести новую переменную (см.напр. [5])

$$n-n'=n\,\frac{2\alpha}{1+\alpha}\left(1-\frac{\alpha}{2(1+\alpha)}\beta^2\sin^2\vartheta\right) \qquad (8)$$

3. Очевидно (ср.,например, [6]), что инвариантные характеристики процесса (например, интенсивность излучения) для частицы во внешнем электромагнитном поле после суммирования по конечным состояниям и усреднения по спинам начального состояния могут зависеть только от поля $F_{\mu\nu}$ и вектора p_μ. Из этих величин

+) Относительно суммирования по s' см., например, [4] .

можно построить следующие безразмерные инварианты:

$$\chi^2=-\frac{e^2F_{\mu\nu}F^{\mu\alpha}p^\nu p_\alpha}{m^6},\quad f^2=\frac{e^2F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}}{m^4},\quad g^2=\frac{e^2\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}F^{\alpha\beta}F^{\gamma\delta}}{m^4}.$$

Во внешнем магнитном поле $\chi=\gamma\beta\frac{H}{H_0}\,(p_z=0)$, $f=\frac{H}{H_0}$, $g=0$, где критическое поле $H_0=\frac{m^2}{e}=4{,}4\cdot10^{13}$ э. Это поле на много порядков превышает все известные в настоящее время поля. Мы будем рассматривать случай ультрарелятивистских электронов, тогда $\chi\gg f$.

Поскольку $\gamma\gg1$, то в дальнейшем мы будем систематически разлагать все величины по степеням $1/\gamma$ и сохранять старшие члены разложения. С указанной точностью

$$q_0=E\beta^2\frac{\alpha}{1+\alpha} \qquad (9)$$

Введём также новую переменную ρ, связанную с $\vec q^{\,2}$ следующим соотношением

$$\rho=\frac{1}{1+\alpha}\left(1-\frac{\vec q^{\,2}}{q_0^2}\right). \qquad (10)$$

Заметим, что с принятой точностью $0\le\alpha\le\infty$, $0\le\rho\le1$.

Для проведения дальнейших вычислений удобно выразить входящие в формулу (6) функции $I_{n,n'}$, $I_{n-1,n'}$, $I_{n,n'-1}$, $I_{n-1,n'-1}$ через $I_{n,n'}$ и $I'_{n,n'}$. Мы воспользуемся известными квазиклассическими асимптотическими выражениями для $I_{n,n'}$ и $I'_{n,n'}$ через цилиндрические функции K (см.напр. [4]).

$$I_{n,n'}(x)=\frac{1}{\sqrt3\,\pi}(1+\alpha)^{1/2}\tau^{1/2}K_{1/3}\left(\frac23 n\alpha\tau^{3/2}\right) \qquad (11)$$

$$I'_{n,n'}(x)=\frac{1}{\sqrt3\,\pi}\,\frac{(1+\alpha)^{3/2}}{\alpha}\,\tau K_{2/3}\left(\frac23 n\alpha\tau^{3/2}\right) \qquad (12)$$

Это представление справедливо в существенной области изменения аргумента при $n\gg1$, $n'\gg1$, $(1+\alpha)\tau\ll1$

где $$\tau=\frac{1}{\gamma^2}+\cos^2\vartheta+\rho \qquad (13)$$

Основной вклад в вероятность перехода даёт область $n\alpha\tau^{3/2}\lesssim1$. Если учесть, что $n'\simeq\frac{n}{(1+\alpha)^2}$, то отсюда вытекает, что условие $n'\gg1$ может выполняться только, если $f=\frac{H}{H_0}\ll1$. В этом случае электрон в конечном состоянии остается ультрарелятивистским. Таким образом полученные нами выражения будут представлят функции от χ. Что же касается зависимости от $f = \frac{H}{H_0}$, то весь подход справедлив только при $f \ll 1$, и мы будем оставлять нулевой член разложения по f. В этом смысле, для данной задачи, область применимости использованного метода такая же, как метода Никишова-Ритуса [6], где $f = 0$.

Анализ выражения для вероятности показывает, что основной вклад дают области $\cos\vartheta \sim \frac{1}{\gamma}$, $\rho \sim \frac{1}{\gamma^2}$ при $\chi \ll 1$ и $\cos\vartheta \sim \frac{1}{\gamma}\chi^{1/3}$, $\rho \sim \frac{1}{\gamma^2}\chi^{2/3}$ при $\chi \gg 1$. С учетом этого можно провести разложение выражения для вероятности по степеням $1/\gamma \left(\frac{\chi^{1/3}}{\gamma}\right)$ при этом оказывается, что старшие по γ члены взаимно компенсируются, так что сохраняются только члены $\sim \gamma^{-4}$. После указанных преобразований получаем следующие выражения для вероятности:

$$W = \frac{2}{9}\frac{1}{(2\pi)^5}\mathcal{G}^2 E^6 R \int_0^1 d\rho \int_{-1}^{1} d\cos\vartheta \int_0^\infty \frac{\alpha^5}{(1+\alpha)^6}\tau \times$$
$$\times \left[K^2_{1/3}\left(\tfrac{2}{3}u\alpha\tau^{3/2}\right)F_{1/3} + \tau K^2_{2/3}\left(\tfrac{2}{3}u\alpha\tau^{3/2}\right)F_{2/3}\right]d\alpha, \qquad (14)$$

где

$$F_{1/3} = 2(\alpha^2+2\alpha+1)\tau^2 + (\alpha^3-\alpha^2-4\alpha-2)\mu\tau +$$
$$+ 2(\alpha^2+2\alpha+1)\frac{\tau}{\gamma^2} - (3\alpha^2+2\alpha+1)\frac{\mu}{\gamma^2} - (\alpha^3-\alpha^2)\mu^2,$$
$$F_{2/3} = (\alpha^3+3\alpha^2+4\alpha+2)\tau - (\alpha^3+\alpha^2+4\alpha+2)\mu + \frac{1}{\gamma^2}(1+2\alpha-\alpha^2), \qquad (15)$$
$$\mu = \frac{1}{\gamma^2} + \cos^2\vartheta$$

Для вычисления интеграла по α в выражении для вероятности (14) воспользуемся представлением (см., например, [7])

$$\frac{1}{(1+\alpha)^m} = \frac{1}{2\pi i}\int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{\Gamma(-s)\Gamma(s+m)}{\Gamma(m)}\alpha^s ds \qquad (16)$$

Тогда интеграл по α легко вычисляется. Интегрирование по переменным ρ и $\cos\vartheta$ является элементарным, так что остается интегрирование по s. Это интегрирование легко провести для случаев $\chi \gg 1$, $\chi \ll 1$. Для $\chi \ll 1$ контур интегрирования можно замкнуть вправо и интеграл сводится к вычетам в соответствующих полюсах, причем в этом случае получаем разложение по степеням χ. Для $\chi \gg 1$ контур интегрирования можно замкнуть влево и беря вычеты в полюсах получаем разложение по $\chi^{-1/3}$. Мы выпишем главные члены разложения в том и другом случае.

$$W = \frac{7\cdot 17\,\mathcal{G}^2 m^5}{4\cdot 9\sqrt{3}(2\pi)^3\gamma}\chi^5 \qquad (\chi \ll 1) \qquad (17)$$

$$W = \frac{2\mathcal{G}^2 m^5}{(6\pi)^3\gamma}\left(\ln\chi - C - \frac{1}{2}\ln 3 + \frac{11}{8}\right)\chi^2 \qquad (\chi \gg 1) \qquad (18)$$

где C – постоянная Эйлера, $C = 0,577\ldots$

4. Для вычисления выражения для интенсивности рождения пар нейтрино, необходимо провести суммирование по энергии конечных частиц с весом $q_0 = E\frac{\alpha}{1+\alpha}$. Методика вычисления совершенно аналогична приведенной выше. Тогда с указанной точностью получаем:

$$I = 2\left(\frac{5}{6\pi}\right)^3 \mathcal{G}^2 m^6 \chi^6 \qquad (\chi \ll 1) \qquad (19)$$

$$I = \frac{2\mathcal{G}^2 m^6}{(6\pi)^3}\left(\ln\chi - C - \frac{1}{2}\ln 3 + \frac{71}{80}\right)\chi^2 \qquad (\chi \gg 1) \qquad (20)$$

(Отметим, что в случае $\chi \ll 1$ величины W и I особенно просто могут быть получены методом II работы [3]).

В случае $\chi \ll 1$ спектр излучения нейтринных пар такой же, как у фотонов, средний угол вектора $\vec{q}$ с плоскостью $(x,y) \sim \frac{1}{\gamma}$ такую же величину имеет средний угол между векторами $\vec{k}_1$ и $\vec{k}_2$.

В случае $\chi \gg 1$ энергия излученных нейтрино порядка энергии электрона, средний угол между $\vec{q}$ и плоскостью (x, y) порядка $\frac{1}{\gamma}\chi^{1/3}$, средний угол между векторами $\vec{k}_1$ и $\vec{k}_2$ порядка $\frac{1}{\gamma}\chi^{1/2}$.

5. Сравним полученные результаты (19), (20) с интенсивностью излучения фотона.

В случае $\chi \ll 1$

$$\frac{I_\nu}{I_\gamma} = 3\left(\frac{5}{6\pi}\right)^3 \frac{\mathcal{G}^2 m^4}{\alpha}\chi^4 \simeq 10^{-22}\chi^4 \qquad (21)$$

таким образом эффект излучения нейтринных пар оказывается подавленным не только вследствие малости константы $\mathcal{G}^2 m^4$, но и вследствие зависимости от высокой степени χ.

В случае $\chi \gg 1$

$$\frac{I_\nu}{I_\gamma} \simeq \frac{1}{(4\pi)^3}\cdot\frac{3^{4/3}}{2\Gamma(2/3)}\frac{\mathcal{G}^2 m^4}{\alpha}\chi^{4/3}\ln\chi \simeq 10^{-24}\chi^{4/3}\ln\chi \qquad (22)$$

отсюда следует, что интенсивность излучения пар нейтрино и фотонов сравнивается при $\chi \sim 10^{16}$ в поле $H = 10^4$ э, это соответствует чудовищной энергии электронов $E \sim 10^{32}$ эв.

Заметим, что вероятность обратного μ -распада при $\chi \ll 1$ будет содержать дополнительную экспоненту $\exp\left(-\frac{const}{\chi}\left(\frac{m_\mu}{m_e}\right)^2\right)$ и эффект оказывается еще меньше, при $\chi \gg 1$ вероятность процесса не превышает вероятности (I8).

Авторы выражают глубокую благодарность академику Г.И.Будкеру, В.С.Фадину, В.А.Хозе за многочисленные дискуссии.

Литература

1. Г.Ф.Жарков. Ядерная физика I, I73, I965.
2. Л.Б.Окунь. Слабое взаимодействие элементарных частиц. Москва, Физматгиз, I963.
3. В.Н.Байер, В.М.Катков. Ядерная физика 3, 8I, I966.
4. А.А.Соколов. Введение в квантовую электродинамику. Москва, Физматгиз, I958.
5. И.М.Тернов, В.Г.Багров, Р.А.Рзаев. ЖЭТФ 46, 374, I964.
6. А.И.Никишов, В.И.Ритус. ЖЭТФ 46, 776, I964.
7. И.С.Градштейн, И.М.Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Москва, Физматгиз, I962 стр.67I.

Ответственный за выпуск В.М.Катков

Отпечатано на ротапринте
Института ядерной физики СО АН СССР
тираж 200, бесплатно

Поступил в печать 4.02.1966 г.