ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР.

препринт 9

А.А.Галеев

Микронеустойчивость разреженной плазмы в ловушках с гофрированным магнитным полем

НОВОСИБИРСК 1966

А Н Н О Т А Ц И Я

В работе рассматривается устойчивость разреженной плазмы относительно колебаний с фазовыми скоростями значительно меньшими дрейфовых скоростей частиц в гофрированном или тороидальном магнитном поле достаточной кривизны. Неустойчивость сравнительно слабо поддаётся стабилизации "shear'ом" и приводит к аномально быстрому уходу частиц из ловушки.

Abstract.

Microinstabilities of a collisionless plasma in the toroidal magnetic field are considered. The phase velocity of the disturbance is mach less, than the drift velocity of the particles in the curved magnetic field. Two cases are considered: when a field lines are wavy instead of strait and toroidal magnetic field. The threshold of the instabilities are found. Only very grate "shear" of the order of unity may suprress the instabilities. Anormalous diffusion coefficient is calculated.

§ I. ВВЕДЕНИЕ

Горфирование магнитного поля является эффективным методо
стабилизации как гидродинамических [I,2] , так и кинетических
[3] неустойчивостей плазмы. Однако в слабонеоднородном магнит
ном поле появляется ряд специфических колебаний, подобных дрей
фовым колебаниям плазмы с неоднородной плотностью. Устойчивост
плазмы относительно таких колебаний уже изучалась в ряде работ
[4-7] . Причём были рассмотрены как раскачка колебаний, распро
страняющихся строго поперёк магнитного поля (электростатически
колебания могут нарастать в плазме с неоднородной температурой
[4,5] , а поперечные электромагнитные при учёте конечности да
ления плазмы $\beta \equiv 4\pi(T_i+T_e)/H^2 \lesssim 1$ [6]), так и слегка ко
сых колебаний электронами, движущимися в резонансе с волной
вдоль магнитного поля [7] (неоднородность магнитного поля в [7
имитирована эффективным полем тяжести). Поэтому мы здесь ограни
чимся случаем плазмы с однородной температурой и достаточно ма
лого давления $\beta \ll 1$ и рассмотрим устойчивость относительно
колебаний, существующих только в гофрированном магнитном поле
или при неколлиниарности градиента плотности и эффективной си
тяжести в тороидальных ловушках.

§ 2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Для простоты рассмотрим плоский слой плазмы, неоднородн
в направлении оси x и помещенный в магнитное поле [8]

$$\underset{\sim}{H} = H_0\left[1-\beta x\frac{\nabla n}{n} - \frac{x}{\gamma R_{0c}}\cos\left[\frac{2\zeta}{L_R}\right] - \frac{\underset{\sim}{n}^c\underset{\sim}{r}}{R_{0c}}\right]\underset{\sim}{e}_z + x\frac{d\theta}{dx}H_0\underset{\sim}{e}_y \qquad (1$$

$$\zeta = z + xy\frac{d\theta}{dx}, \qquad 0<\gamma<1$$

Здесь $\underset{\sim}{n}^c$ - единичный вектор нормали к искривленной силовой
нии. Если определить теперь $r_0 \equiv (d\ln n/dx)^{-1}$, где $n(x$
плотность частиц и $L_S = [d\theta/dx]^{-1}$, то соотношение
между характерными длинами предполагается следующим:

$$x, y \lesssim r < L_R < \gamma R_{0c} < L_S \qquad (2$$

Равновесное распределение частиц мы выберем теперь бли ким к максвелловскому с однородной температурой

$$f_{oj}=\left(\frac{m_j}{2\pi T_j}\right)^{3/2} n_{oj}\left(x+\frac{v_y}{\omega_{Hj}}\right) e^{-\frac{m(v_\perp^2+v_\parallel^2)}{2T_j}-\frac{m_j v_\parallel^2}{T_j R_{oc}(\xi)}\underset{\sim}{n}\underset{\sim}{r}} \qquad (3)$$

Независимость коэффициента n_{oj} от координаты y означает отсутствие макроскопических потоков по оси y.

В рассматриваемом нами случае малого давления плазмы мы можем пренебречь продольной составляющей возмущенного магнитного поля $\delta H_\parallel \approx 0$. Поэтому всё возмущенное электромагнитное поле можно описать с помощью одной компоненты векторного потенциала A_z и скалярного потенциала φ. Возмущенные плотности зарядов и токов находим интегрируя уравнение Больцмана без столкновений по невозмущенным траекториям частиц:

$$x_j(t')-x_j=-\frac{v_\perp}{\omega_{Hj}}\left[\sin(\theta_j-\omega_{Hj}t')-\sin\theta_j\right]+\frac{n_y^0(t'-t)}{2\omega_{Hj}\gamma R_{oc}}(v_\perp^2+2v_\parallel^2)$$

$$y_j(t')-y_j=\frac{v_\perp}{\omega_{Hj}}\left[\cos(\theta_j-\omega_{Hj}t')-\cos\theta_j\right]-\frac{n_x^0(t'-t)}{2\omega_{Hj}\gamma R_{oc}}(v_\perp^2+2v_\parallel^2)-$$

$$-\frac{L_R(v_\perp^2+2v_\parallel^2)}{4\omega_{Hj}\gamma R_{oc}v_\parallel}\left[\sin\frac{2\xi(t')}{L_R}-\sin\frac{2\xi}{L_R}\right]$$

$$\omega_{Hj}=e_jH_0/m_jc \qquad (4)$$

В результате получаем:

$$\delta f_j=\frac{e_j}{m_j}\left[\!\left[\left\{\frac{\partial}{v_\perp\partial v_\perp}+\sum_{l,s=-\infty}^{+\infty}\frac{\left(\omega\frac{\partial}{v_\perp\partial v_\perp}+k_y v_n^j+k_\parallel v_\parallel\frac{m_j(\underset{\sim}{n}^0\underset{\sim}{r})}{T_j R_{oc}}\right)f_{oj}}{\omega-l\omega_{Hj}-\left(k_\parallel-\frac{2s}{L_R}\right)v_\parallel-\frac{\underset{\sim}{k}[\underset{\sim}{n}^0\times\underset{\sim}{h}]}{2\omega_{Hj}R_{oc}}(v_\perp^2+2v_\parallel^2)+\beta\frac{k_y\nabla n v_\perp^2}{2\omega_{Hj}n}+i0}\right.\right.$$

$$\times J_l\left(\frac{k_\perp v_\perp}{\omega_{Hj}}\right)J_s\left[\frac{k_y L_R(v_\perp^2+2v_\parallel^2)}{4\omega_{Hj}\gamma R_{oc}v_\parallel}\right]\exp\left[il\left(\theta_j+\frac{\pi}{2}-\varphi_{\underset{\sim}{k}}\right)+i\frac{[\underset{\sim}{k}\times\underset{\sim}{v}]\underset{\sim}{h}}{\omega_{Hj}}-is\frac{2z}{L_R}+\right.$$

$$\left.\left.\left.+i\frac{k_y L_R(v_\perp^2+2v_\parallel^2)}{4\omega_{Hj}\gamma R_{oc}v_\parallel}\sin\frac{2z}{L_R}\right]\right\}\left(\varphi-\frac{v_\parallel}{c}A_z\right)+\frac{1}{c}A_z\frac{\partial f_{oj}}{\partial v_\parallel}\right]\!\right] \qquad (5)$$

$$v_n^j=\frac{cT_j}{e_jH_0}\frac{d\ln n}{dx}, \quad \underset{\sim}{h}=\underset{\sim}{H}/H_0$$

Здесь $\underset{\sim}{k}=\{-k_\perp\sin\varphi_{\underset{\sim}{k}},\ k_\perp\cos\varphi_{\underset{\sim}{k}},\ k_\parallel\}$, $k_\parallel=k_z+k_y\int\frac{d\theta}{dx}dx$

Наконец, подставляя найденные плотности зарядов и токов в уравнения Максвелла, получаем окончательно систему уравнений

$$\Delta\varphi=-4\pi\sum_j e_j\int\delta f_j\,d\underset{\sim}{v} \qquad (6)$$

$$\Delta A_z=-4\pi\sum_j e_j\int v_\parallel\,\delta f_j\,d\underset{\sim}{v} \qquad (7)$$

§ 3. ДЛИННОВОЛНОВЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПЛАЗМЫ В ГОФРИРОВАННОМ ПОЛЕ

Везде в дальнейшем мы будем предполагать плазму достаточно плотной $\Omega_p^2=\frac{4\pi ne^2}{M}\gg\Omega_H^2=\omega_{Hi}^2$, так что возмущения можно считать квазинейтральными и заменить уравнение Пуассона (6) условием квазинейтральности:

$$4\pi\sum_j e_j\int\delta f_j\,d\underset{\sim}{v}=0 \qquad (6)$$

3 А. Рассмотрим сначала потенциальные ($A_z\approx 0$) колебания в отсутствие " shear'a" ($d\theta/dx\equiv 0$).

Влиянием гофрированного магнитного поля на такие колебания нельзя пренебречь при

$$\omega-l\omega_{Hj}\leq\frac{2S_{max}}{L_R}v_{Tj}\lesssim\frac{k_y r_{Hj}v_{Tj}}{\gamma R_{oc}} \qquad (8)$$

$$v_{Tj}=\sqrt{2T_j/m_j}, \quad r_{Hj}=v_{Tj}/\omega_{Hj}$$

Здесь ограничение на $S_{max}\gg 1$ получено из условия максимальности функции Бесселя при аргументе порядка индекса. Из (8) легко видеть, что влияние гофрировки поля на электроны часто можно пренебречь в силу нарушения правого неравенства при $k_y r_{He}<\gamma R_{oc}/L_R$.

Именно такой случай мы и рассмотрим.

При условии $k_\parallel\ll 2S_{max}/L_R$ в выражении для плотности зарядов ионов мы можем провести усреднение быстроосциллирующих по z членов.

Аналогичное усреднение уже использовалось ранее в [9]

$$1+\frac{T_i}{T_e}+\sum_{l=-\infty}^{+\infty}\int\frac{k_y v_n^i f_{0i}(v)\,dv \cdot J_0^2\left(\frac{k_\perp v_\perp}{\omega_{Hi}}\right)}{\omega-\left[k_\parallel-\frac{2(s+l)}{L_R}\right]v_\parallel+i0}\times \tag{9}$$

$$\times J_{s+l}\left[\frac{k_y(v_\perp^2+2v_\parallel^2)}{2\omega_{Hi}v_\parallel}\cdot\frac{L_R}{2\gamma R_{0c}}\right]J_l\left[\frac{k_y(v_\perp^2+2v_\parallel^2)}{2\omega_{Hi}v_\parallel}\cdot\frac{L_R}{2\gamma R_{0c}}\right]-i\pi^{1/2}\frac{k_y v_n^e T_i}{|k_\parallel|v_{Te}T_e}\simeq 0$$

Здесь в силу (8) и (2) мы опустили члены порядка $\sim\gamma\ll 1$ и $\omega/k_y v_n^i\ll 1$. Кроме того мы выписали уравнение в общем случае резонанса ненулевого порядка

$$k_\parallel\simeq\frac{2s}{L_R}\ ,\quad s=0,1,2,\ldots\ll s_{max} \tag{10}$$

Это уравнение значительно упрощается в случае быстрона - растающих колебаний

$$\nu_{\underset{\sim}{k}}=\mathrm{Im}\,\omega(\underset{\sim}{k})\gg 2v_{Ti}/L_R\ ,\quad s_{max}\sim\frac{L_R}{\gamma R_{0c}}k_y r_{Hi}\gtrsim 1 \tag{11}$$

когда можно заменить суммирование по l в (9) интегрированием. Воспользовавшись кроме того асимптотической формулой для Бесселевых функций [10]

$$J_l(x)=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{2}{l\pi}}\left[x^2/l^2-1\right]^{-1/4}\ , & x>l\\[2mm] \left[8\pi^2x(l-x)\right]^{-1/4}\exp\left[-\dfrac{[2(l-x)]^{3/2}}{3\sqrt{x}}\right]\ , & (l-x)\gg x^{1/3}\end{cases} \tag{12}$$

мы переписываем уравнение для коротковолновых поперёк магнитного поля колебаний ($k_\perp r_{Hi}\gg 1$) в виде:

$$1+\frac{T_i}{T_e}+\frac{2k_y v_0^i}{\pi k_\perp r_{Hi}}\int_0^\infty dW\int_0^{\pi/2}d\psi\,\frac{e^{-W\left(1-\frac{1}{2}\cos^2\psi\right)}}{\sqrt{\omega^2-k_y^2V_\gamma^2W^2}}-i\pi^{1/2}\frac{k_y v_n^e}{|k_\parallel|v_{Te}}\frac{T_i}{T_e}\simeq 0 \tag{13}$$

где $V_\gamma=\frac{cT_i}{eH_0\gamma R_{0c}}$ - средняя дрейфовая скорость в гофрированном поле. Ветвь квадратного корня выбирается следующим образом:

$$\frac{1}{\sqrt{\omega^2-k_y^2V_\gamma^2W^2}}=\frac{-i}{\sqrt{k_y^2V_\gamma^2W^2-\omega^2}}\qquad \text{при}\ \frac{\omega}{k_yV_\gamma}<W$$

Граница неустойчивости раскачиваемых колебаний в фазовом пространстве ($\omega,\underset{\sim}{k}$) задаётся уравнениями

$$\begin{gathered}1+[\alpha_\perp\Gamma]^{-1}\,\mathrm{Sign}\,k_y\simeq 0\\ \frac{\pi\Lambda_\omega}{2\alpha_\perp|k_yV_\gamma|}=\pi^{1/2}/|k_\parallel|v_{Te}\end{gathered} \tag{14}$$

Здесь $\Gamma=\frac{2r}{\pi\gamma R_{0c}}\left(1+\frac{T_i}{T_e}\right)$ - "амплитуда" гофрирующего поля, $\alpha_\perp=k_\perp r_{Hi}$; $\Lambda_\omega=\ln\left[k_yV_\gamma/\omega\right]$.

Как следует из этих уравнений раскачиваются колебания с длинами волн много короче ларморовского радиуса ионов

$$\alpha_\perp\sim\Gamma^{-1} \tag{15}$$

и длиной волны вдоль поля порядка

$$\lambda_\parallel\simeq\frac{k_\perp}{k_y}\Lambda_\omega\Gamma\sqrt{\frac{MT_e}{mT_i}}\left(1+\frac{T_i}{T_e}\right) \tag{16}$$

Максимальный инкремент неустойчивости в силу (8) порядка:

$$\nu_{\underset{\sim}{k}}\sim k_yV_\gamma\sim\frac{v_{Ti}}{r(1+T_i/T_e)}\equiv\nu_0 \tag{17}$$

Отсюда видно, что в силу (2) всегда выполнено условие (11) необходимое для перехода от суммирования по l в (9) к интегрированию. Длинноволновое приближение ($k_yV_\gamma\gg k_\parallel v_{Ti}$) и приближение потенциальности ($\omega/k_\parallel v_A<1$, $v_A=H/\sqrt{4\pi nM}$) накладывают ограничения на амплитуду гофрирующего поля:

$$\sqrt{\frac{mT_i}{MT_e\beta}}\gtrsim\Gamma\gtrsim\sqrt{\frac{mT_i}{MT_e}}\Lambda_\omega^{-1} \tag{18}$$

3 В. При увеличении амплитуды гофрирующего поля в силу нарушения левого неравенства мы обязаны учесть возмущение магнитного поля. Отбрасывая опять таки члены высшего порядка малости $\omega / k_y v_n^e \ll 1$ из (6) и (7) с учетом (II) и (I2) получаем:

$$1+\frac{T_i}{T_e}-\frac{k_y^2 v_n^{e\,2}\, T_i}{k_\perp^2 r_{Hi}^2\, T_e\, k_\parallel^2 v_A^2}+\frac{2 k_y v_n^i}{\pi k_\perp r_{Hi}}\int_0^\infty dw\int_0^{2\pi} d\psi\,\frac{e^{-w\left(1-\frac{1}{2}\cos 2\psi\right)}}{\sqrt{\omega^2-k_y^2 v_y^2 w^2}}-$$

$$-i\pi^{1/2}\frac{k_y v_n^e}{|k_\parallel| v_{Te}}\,\frac{T_i}{T_e}\simeq 0 \qquad (I4)$$

Введём обозначения для фактора непотенциальности при $k_x \sim k_y$ и безразмерной длины колебаний:

$$\mathcal{H}=\sqrt{\frac{m T_i}{M T_e \beta}}\,,\qquad \alpha_\parallel = k_\parallel r \beta^{-1/2}\left(1+\frac{T_i}{T_e}\right)\frac{k_\perp}{k_y} \qquad (I5)$$

Тогда уравнение (I4) для нейтральных колебаний $\nu_{\underline{k}} \simeq \operatorname{Im}\omega \sim 0$ переписывается приближенно в виде:

$$1-\alpha_\parallel^{-2}+\operatorname{Sign} k_y\cdot(\alpha_\perp\Gamma)^{-1}\simeq 0 \qquad (I6)$$

$$\Lambda_\omega / \alpha_\perp \Gamma \;\simeq\; \alpha_\perp \mathcal{H}\, \alpha_\parallel^{-1}$$

Легко видеть, что при $\Gamma > \mathcal{H}$ можно пренебречь последним членом в первом уравнении, так что находим

$$\alpha_\parallel \simeq 1\,,\qquad \alpha_\perp=\left[\frac{\Lambda_\omega}{\Gamma\mathcal{H}}\right]^{1/2} \qquad (I7)$$

Таким образом с увеличением амплитуды гофрировки Γ инкремент начинает расти

$$\nu_{\underline{k}} \sim \nu_0\left[\frac{\Lambda_\omega\Gamma}{\mathcal{H}}\right]^{1/2} \qquad (I8)$$

Заметим далее, что непотенциальные колебания раскачиваются и при слабой гофрировке $\Gamma \ll \mathcal{H}$. В этом случае в первом уравнении (I6) основными членами являются второй и третий. Решая (I6) находим

$$\alpha_\perp \sim \Lambda_\omega^{2/3} / \mathcal{H}^{2/3}\, \Gamma^{1/3}\,,\qquad \alpha_\parallel=\left[\Gamma\Lambda_\omega/\mathcal{H}\right]^{1/3} \qquad (I9)$$

Инкремент неустойчивости теперь падает с уменьшением Γ:

$$\nu_{\underline{k}} \sim \nu_0\left[\frac{\Lambda_\omega\Gamma}{\mathcal{H}}\right]^{2/3} \qquad (20)$$

Тепловое движение ионов вдоль поля $\underset{\sim}{H_0}$ не существенно вплоть до величин Γ порядка

$$\Gamma \geq \beta\sqrt{\frac{m T_i}{M T_e}} \simeq \Gamma_{c1} \qquad (2I)$$

Что же касается приближения сильной неустойчивости (II), то оно справедливо при

$$\Gamma \geq \Lambda_\omega^{-1}\mathcal{H}\,\delta^{3/2}=\Gamma_{c2}\,,\qquad \delta \equiv \frac{r}{L_R}\left(1+\frac{T_i}{T_e}\right) \qquad (22)$$

Мы не будем рассматривать более слабой, чем (22), гофрировки α примем за порог "сильной" неустойчивости относительно непотенциальных колебаний наибольшее из критических значений (2I), (22).

3С. Рассмотрим теперь влияние "shear'a" на развитие неустойчивости Shear становится существенным, если на длине нарастания колебаний $\sim \Lambda \lambda_x$ (2Λ – величина порядка кулоновского логарифма, численно $\Lambda \sim 10$) продольная компонента волнового вектора меняется на порядок величины:

$$k_y\frac{d\theta}{dx}\,\Lambda\lambda_x \geq k_\parallel$$

Подставляя сюда $k_\parallel$ из (I6), (I8) переписываем это неравенство в виде:

$$r\frac{d\theta}{dx} \geq 0{,}1\,\beta^{1/2}\left[1+\frac{\mathcal{H}}{\Gamma\Lambda_\omega}\right] \Big/ \left[1+\frac{T_i}{T_e}\right] \qquad (23)$$

Отсюда видно, что стабилизация неустойчивости "shear'ом" весьма затруднена

3D. Наконец, стабилизирующее действие на неустойчивость оказывает диамагнитный дрейф частиц вследствие конечного давления плазмы при условии

$$\beta \geq \Gamma \qquad (24)$$

3Е. Развитие неустойчивости приводит к аномальной диффузии плазмы поперёк магнитного поля. Для почти апериодических неустойчивостей $\nu_{\underset{\sim}{k}} \sim \omega_{\underset{\sim}{k}}$ мы можем оценить коэффициент аномальной диффузии из размерностной формулы [II,I2] :

$$\mathcal{D}_\perp \sim \nu_{\underset{\sim}{k}} \lambda_x^2$$

что после подстановки инкремента $\nu_{\underset{\sim}{k}}$ и характерной длины волны λ_x даёт

$$\mathcal{D}_\perp \sim \frac{r_{Hi}}{r}\left[\frac{2r}{\pi y R_{oc}}\right]^2 \frac{cT_i}{eH_0}\left(1+\frac{T_i}{T_e}\right)\sqrt{\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{H}+\Gamma}} \qquad (25)$$

В заключение отметим, что рассмотренная здесь неустойчивость плазмы относительно потенциальных колебаний с фазовыми скоростями ω/k_y, много меньше дрейфовых V_γ, в гофрированном магнитном поле аналогична неустойчивости в области $\omega/k_\parallel \ll v_{Ti}$, рассмотренной Е.Я.Коганом, С.С.Моисеевым, В.Н.Ораевским [9], и переходит в неё в случае слабогофрированного поля при нарушении правого неравенства (I8).

§ 4. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РАЗРЕЖЕННОЙ ПЛАЗМЫ В В ТОРОИДАЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В тороидальном магнитном поле с достаточно большой кривизной силовых линий возможно развитие колебаний с фазовой скоростью, значительно меньшей скорости тороидального дрейфа частиц, аналогичных рассмотренным ранее колебаниям. Распространение таких колебаний возможно лишь в тех областях разрядной трубы, где градиент плотности плазмы и главная нормаль к искривленной силовой линии неколлиниарны, то-есть имеется составляющая поля тяжести по оси y: $n_y^c \neq 0$. При этом мы ограничимся наиболее интересным случаем слабой кривизны $r/R_{oc} \lesssim r_{Hi}/r$.

Дисперсионное уравнение для нейтральных колебаний

$$\omega \ll \underset{\sim}{k}\cdot \underset{\sim}{V_D}{}_j \quad , \operatorname{Im}\omega = 0$$

примет вид, аналогичный (I5)

$$1+\frac{T_i}{T_e} - \frac{k_y R_{oc}}{[\underset{\sim}{k}\times \underset{\sim}{n}^0]\underset{\sim}{h}\, r}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\, k_\perp r_{Hi}}\left[1+i\sqrt{\frac{\omega}{\underset{\sim}{k}\underset{\sim}{V_D}}}\operatorname{Sign}[\underset{\sim}{k}\times\underset{\sim}{n}^0]\underset{\sim}{h}\;\eta\!\left(\frac{\omega}{\underset{\sim}{k}\underset{\sim}{V_D}}\right)\right] - i\pi^{1/2}\frac{k_y r_{Hi}}{|k_\parallel| r}\frac{v_{Ti}}{v_{Te}} \approx 0 \quad , \quad \eta(x) = \begin{cases}1, & x \geq 0\\ 0 & x<0\end{cases} \qquad (26)$$

Отсюда видно, что колебания сильно сплюснуты к магнитным по-

верхностям $(\lambda_x \ll \lambda_y)^{+)}$ и инкремент неустойчивости в пределе может стать порядка частоты

$$\alpha_x \approx \sqrt{k_y r_{Hi} R_{oc}/r} \gtrsim 1 \quad , \; |k_\parallel| r \sim k_y r_{Hi}\sqrt{\frac{mT_i}{MT_e}} \qquad (27)$$

$$\nu_{\underset{\sim}{k}} \sim \omega_{\underset{\sim}{k}} \sim \sqrt{k_y r_H / r R_{oc}}\; v_{Ti}$$

При выводе (26) предполагалось, что колебания имеют фазовую скорость в интервале:

$$v_{Ti} < \frac{\omega}{k_\parallel} < v_A \quad , \frac{v_{Ti}^2}{v_A^2} = \bar\beta < \frac{mT_i}{MT_e}$$

что можно записать в виде ограничения на кривизну силовых линий

$$k_y r_{Hi}\frac{mT_i}{MT_e} < r/R_{oc} < k_y r_H \frac{mT_i}{MT_e\bar\beta} \qquad (28)$$

Заметим, что в отсутствие shear'а периодичность по координате z накладывает ограничение сверху на длину волны колебаний вдоль поля

$$k_\parallel R_{oc} \approx k_y r_{Hi}\sqrt{\frac{mT_i}{MT_e}}\frac{R_{oc}}{r} \geq 1 \qquad (29)$$

Ограничившись сразу же случаем плазмы низкого давления $\bar\beta \leq v_{Ti}/v_{Te}$ находим, что возмущения всегда можно считать потенциальными в силу последнего неравенства$^{++)}$. Сльная неустойчивость имеет порог по отношению малого и большого радиусов:

$$\sqrt[9]{\frac{mT_i}{MT_e\beta}\left(1+\frac{r^2}{\beta^2 R_\alpha^2}\right)\frac{\bar\beta}{\bar\beta+\beta_c}} \geq \frac{r}{R_{oc}} \geq \frac{r_{Hi}}{r}\left[\frac{m\,T_i}{M\,T_e}\right] \qquad (30)$$

Он определяется из критерия стабилизации коротковолновых возмущений за счет эффектов конечности давления при

$$\beta k_y r_{Hi} v_{Ti}/r > \omega \quad \text{или} \quad k_y r_{Hi} \geq \frac{r}{\beta R_{oc}} \qquad (30')$$

и условия (28). Ограничение на r/R_{oc} сверху получено из дополнительного условия $k_y < k_x$ (или $k_y r_H < R_{oc}/r$) и (30')

Из (30') следует, что потенциальные колебания ($H_z \approx 0$) затухают при

$$\beta \geq \sqrt{r^2/R_{oc} r_{Hi}} \quad \text{или} \quad \beta \geq \sqrt[3]{m(T_i+T_e)/MT_e} \qquad (3$$

+)На ухудшение устойчивости плазмы относительно такого рода возмущений автору указал С.С.Моисеев на примере температурной дрейфовой неустойчивости в случае $[\nabla n\times\nabla T]h\neq 0$ /9/. Заметим также, что обычна гравитационная мода слабее стабилизируется shear'ом при $\lambda_x \ll \lambda_y$.

++)Рассмотрение непотенциальных возмущений можно провести аналогич

При достаточно большой амплитуде гофрирующего магнитного поля эта неустойчивость непрерывно переходит в рассмотренную в предыдущем параграфе:

$$\Gamma > \Gamma_c = \sqrt{\frac{r}{k_y r_H R_{oc}}} \tag{32}$$

Что же касается " shear'а ", то он существенен при условии

$$k_y \theta' \Lambda \lambda_x \gtrsim k_\parallel \simeq k_y r_{Hi} v_{Ti} / r v_{Te} \tag{33}$$

Это условие трудно выполнить для возмущений с длиной волны порядка ларморовского радиуса электронов $k_x r_{He} \sim 1$, которые всегда могут развиваться в ловушках с небольшой кривизной

$$r/R_{oc} < r_{Hi}/r \leq \sqrt{mT_i/MT_e}$$

В этом случае оно примет вид

$$r\theta' \geq \Lambda^{-1} \tag{34}$$

При выполнении его становится существенным тепловое движение электронов $(v_{Ti} \geq \omega/k_\parallel)$ и мы переходим к ветви колебаний, рассмотренной в [9].

Аномальная диффузия, вызываемая развитием неустойчивости превышает диффузию из-за "конусной" неустойчивости в стеллараторе [13]

$$D_\perp \sim \nu_k \lambda_x^2 \sim \frac{r_{Hi}^{1/2} r}{R_{oc}^{3/2}} \frac{cT}{eH_0} \left[1 + \frac{r^2 v_{Te}}{r_{Hi} R_{oc} v_{Ti}}\right]^{-1/2} \tag{35}$$

Автор благодарит С.С.Моисеева и Р.З.Сагдеева за ряд полезных обсуждений работы.

Литература

[1] Б.Б.Кадомцев, кн. "Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций" т.Ш, стр.285, Изд-во АН СССР, 1958.

[2] H.P.Furth, M.N.Rosenbluth "Phys. Fluids" 7, 764 (1964).

[3] M.N.Rosenbluth, R.Z.Sagdeev. Discussion at the conference on Plasma Physics, 18-22 september 1962, Report of the Culham laboratory CLM-M21, Culham, Abingdon, Berkshire 1963.

[4] Ю.А.Церковников "ЖЭТФ" 32, 67 (1957).

[5] Л.И.Рудаков, Р.З.Сагдеев "ЖЭТФ" 37, 1337 (1959)

[6] N.A.Krall, M.N.Rosenbluth "Phys. Fluids" 6, 254 (1963).

[7] А.Б.Михайловский "Вопросы теории плазмы", т.3, стр.141, Госатомиздат, 1963.

[8] B.Coppi, M.N.Rosenbluth Доклад CN-21/105 на конференции по физике плазмы и исследованиям в области управляемого термоядерного синтеза, г.Калам, Англия, 6-10 сентября 1965.

[9] Е.Я.Коган, С.С.Моисеев, В.Н.Ораевский "Вопросы устойчивости плазмы в комбинированных магнитных полях", "ПМТФ" (в печати).

[10] И.С.Градштейн Н. и И.М.Рыжик "Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений" ФМ, Москва 1962.

[11] Б.Б.Кадомцев "Вопросы теории плазмы", т.4, стр.188 (1964).

[12] А.А.Галеев, С.С.Моисеев, Р.З.Сагдеев "Атомная энергия" 15, 451 (1963)

[13] А.А.Галеев "О неустойчивости конуса потерь в сталлараторе", препринт ИЯФ СО АН СССР № 9, г.Новосибирск 1966 г.