ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

препринт

Р.К.Мазитов, А.М.Фридман

О затухании плазменных колебаний в магнитном поле

НОВОСИБИРСК 1965

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

Препринт

Р.К. Мазитов, А.М.Фридман

О ЗАТУХАНИИ ПЛАЗМЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ В МАГНИТНОМ П О Л Е

г.Новосибирск
1965г.

Аннотация

Исследуется вопрос о влиянии магнитного поля на затухание электронных ленгмюровских колебаний. Показывается, что в отсутствие столкновений слабое магнитное поле препятствует установлению "плата" на функции распределения, что приводит к стационарному затуханию колебаний. Декремент затухания определяется ларморовской частотой электронов.

About damping plasma waves in a weak magnetic field.

An analysis of the influence of a magnetic field on the damping of electron plasma waves. It is shown, that in the absence of collisions, a weak magnetic field prevent the formation of a „plateau" in the distribution function and so lead to a stationary damping of the oscillation. The damping coefficient is determined by the electron plasma frequency.

I. Теория плазменных колебаний указывает на специфическую роль резонансных частиц (таких, для которых выполняется условие

$$\omega_\kappa - \vec{\kappa}\vec{V} = n\omega_H \;;\; n = 0, 1, 2, \dots \;;\; \omega_\kappa, \vec{\kappa} -$$

– частота и волновой вектор колебания; $\vec{V}$ – скорость частицы; $\omega_H = \frac{eH}{mc}$) , которые, обмениваясь энергией с волнами, усиливают или ослабляют их. Важная роль таких частиц в затухании плазменных волн видна уже из того, что декремент затухания волн γ в разреженной плазме пропорционален производной функции распределения резонансных частиц (см. , например, /I/).

Согласно линейной теории созданное в плазме бесконечно малое возмущение постепенно затухает, и система возвращается к термодинамическому равновесному состоянию за время порядка $1/\gamma$. Квазилинейная теория /I/, указывает на существование выделенных состояний, к которым приходит неустойчивая плазма в результате развития в ней возмущений. Эти состояния характерны тем, что в них функция распределения f в некоторых областях фазового пространства оказывается постоянной (на функции f появляется "плато"). Последнее соответствует, согласно сказанному выше, прекращению затухания колебаний. Такой случай возможно наблюдать в бесстолкновительной плазме в отсутствие магнитного поля. Столкновения между частицами плазмы ведут к разрушению "плато". Учёт столкновений приближает функцию распределения к максвелловской, устанавливается стационарное поглощение колебаний.

В настоящей работе исследуется влияние слабого магнитного поля на условия затухания электронных ленгмюровских колебаний. Оказывается, что магнитное поле препятствует установлению "плата" на функции распределения, так что стационарное поглощение может установиться и в отсутствие столкновений.

Таким образом действие магнитного поля в некотором смысле аналогично учёту столкновений. Если в последнем случае декремент затухания зависит от частоты столкновений, то в нашем случае он определяется ларморовской частотой электронов.

2. Предположим, что в момент времени $t=0$ в плазме возбуждён одномерный спектр электронных ленгмюровских колебаний. Колебания созданы только в интервале ($K_0,\ K_0+\Delta K_0$) пространства волновых векторов, причём $\Delta K_0 \ll K_0$. Будем считать, что длина волны много меньше ларморовского радиуса электронов в резонансной области

$$\frac{1}{K} \ll \frac{\omega_0}{K\omega_H}\ ; \qquad K_0 < K < K_0+\Delta K_0 \qquad (I)$$

Здесь ω_H - ларморовская частота электронов, ω_0 - плазменная частота.

Задачу о затухании колебаний рассмотрим в квазилинейном приближении. Если направление волновых векторов ($K \parallel OX$) перпендикулярно направлению магнитного поля ($H \parallel OZ$), то квазилинейное уравнение для усреднённой функции распределения будет иметь наиболее простой вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \mathcal{D}(t)\frac{\partial^2 f}{\partial v_x^2} - \omega_H\left(v_y\frac{\partial f}{\partial v_x} - v_x\frac{\partial f}{\partial v_y}\right) \qquad (2)$$

Здесь $\mathcal{D}(t) = \frac{e^2}{2m^2}\frac{|E^2_{K_0}(t)|}{v_0}\ ;\ v_0 = \frac{\omega_0}{K}\ ;\ E^2_{K_0}$ - спектральная плотность энергии колебаний, e-заряд электрона, m - масса электрона, $v_i - i$ - ая компонента скорости электрона.

В дальнейшем ограничимя случаем достаточно узкого пакета колебаний[x)]

$$\frac{\Delta v \cdot v_0}{v_T^2} \ll 1\ ; \quad \Delta v_0 = \frac{\omega_0 \Delta K_0}{K_0(K_0+\Delta K_0)} \qquad (3)$$

и будем считать, что характерное время диффузий много меньше времени прохождения электроном резонансной области в той части пространства скоростей, где происходит максимальное поглощение колебаний

$$\frac{\Delta v_0^2}{\mathcal{D}} \ll \frac{1}{\omega_H}\frac{\Delta v_0}{|v_y|}\ ; \quad \sqrt{3\Delta v_0 \cdot v_0} \le |v_y| \le v_T$$

или

$$\alpha = \frac{\omega_H \Delta v_0 \cdot v_T}{\mathcal{D}} \ll 1 \qquad (4)$$

В неравенстве (4) можно положить $\mathcal{D} \approx \mathcal{D}(0)$, т.к. интерес представляют только колебания, амплитуда которых за время порядка $\frac{1}{\omega_H}\sqrt{\frac{\Delta v_0}{v_0}}$ изменяется незначительно.

При выполнении условий (3),(4), как будет показано ниже, в резонансной области сильно искажается лишь производная по v_x от функции распределения, изменением самой функции распределения можно пренебречь. Следовательно за время прохождения электроном резонансной области в ней устанавливается квазистационарное состояние.

3. Таким образом задача сводится к решению стационарного уравнения

$$\mathcal{D}_0\frac{\partial^2 f}{\partial v_x^2} = \omega_H\left(v_y\frac{\partial f}{\partial v_x} - v_x\frac{\partial f}{\partial v_y}\right) \qquad (5)$$

x) Разумеется, в области применимости квазилинейной теории.

с граничными условиями

$$\mathcal{D}_0 \frac{\partial f}{\partial v_x}\bigg|_{v_x = v_0} = -\omega_H v_y \left[\varphi_0 - f\big|_{v_x = v_0}\right]; \frac{\partial f}{\partial v_x}\bigg|_{v_x = v_0 + \Delta v_0} = 0 \quad (6)$$

в области, где $v_y > 0$ и

$$\frac{\partial f}{\partial v_x}\bigg|_{v_x = v_0} = 0; \mathcal{D}_0 \frac{\partial f}{\partial v_x}\bigg|_{v_x = v_0 + \Delta v_0} = -\omega_H v_y \left[\varphi_0 - f\big|_{v_x = v_0 + \Delta v_0}\right]$$

в области $v_y < 0$

$\varphi_0 = \frac{n}{2\pi v_T^2} \exp\left(-\frac{v_x^2 + v_y^2}{2v_T^2}\right)$ – невозмущённая функция распределения электронов по скоростям, n – плотность.

Решение уравнения (5) будем искать в виде ряда

$$f = f_0 + \frac{\omega_H}{\mathcal{D}_0} f_1 + \left(\frac{\omega_H}{\mathcal{D}_0}\right)^2 f_2 + \cdots \quad (7)$$

Используя граничные условия (6), в пренебрежение членами второго порядка малости имеем :x)

$$f = \frac{1}{1 + \frac{\Delta v_0 \cdot v_0}{v_T^2}} \left\{\varphi_0(v_0) + \frac{\omega_H}{\mathcal{D}_0}\left[\left(v_x \frac{(v_0 + \Delta v_0)^2}{2} - \frac{v_x^3}{6}\right)\frac{\partial \varphi_0}{\partial v_y} + C(v_y)\right]\right\}$$

для $v_y > 0$ (8)

$$f = \frac{1}{1 - \frac{\Delta v_0 \cdot v_0}{v_T^2}} \left\{\varphi_0(v_0 + \Delta v_0) + \frac{\omega_H}{\mathcal{D}_0}\left[\left(v_x \frac{v_0^2}{2} - \frac{v_x^3}{6}\right)\frac{\partial \varphi_0}{\partial v_y} + C(v_y)\right]\right\}$$

для $v_y < 0$

---

x) Аддитивная постоянная $C(v_y)$ вычисляется из второго приближения. При этом оказывается, что для применимости теории возмущений требуется вместо (4) более сильное неравенство, хотя для того чтобы имело место формула (9) вполне достаточно выполнения неравенств (3) и (4). В этом можно убедиться, если уравнение (2) с помощью преобразования Лапласа по v_y.

Отметим, что нулевое приближение функции распределения отличается в резонансной области от среднего значения функции распределения в отсутствие магнитного поля. Это не удивительно, ибо вышеупомянутые значения вычислены с помощью одинаковых предельных переходов (устремлением t к бесконечности и ω_H к нулю), но при обратной их последовательности.

Пренебрегая членами порядка $\frac{\Delta v_0 \cdot v_0}{v_T^2}$, запишем выражение для производной функции распределения по v_x

$$\frac{\partial f}{\partial v_x} = -\frac{\omega_H v_y (v_0 + \Delta v_0 - v_x) v_0}{\mathcal{D}_0 v_T^2} \varphi_0 \; ; \; v_y > 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial v_x} = -\frac{\omega_H v_y (v_0 - v_x) v_0}{\mathcal{D}_0 \cdot v_T^2} \varphi_0 \; ; \; v_y < 0 \quad (9)$$

Производя усреднение по v_y, найдём декремент затухания

$$\gamma \approx \frac{\omega_H v_T \Delta v_0}{2\mathcal{D}_0} \gamma_0 = \frac{4\pi n \kappa T}{\varepsilon} \left(\frac{\Delta \kappa_0}{\kappa_0}\right)^2 \frac{\omega_H}{v_T \kappa_0} \gamma_0 \quad (10)$$

Здесь γ_0 – декремент, вычисленный по линейной теории без учёта магнитного поля, ε – плотность энергии колебаний, $n\kappa T$ – плотность кинетической энергии плазмы.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Р.З.Сагдееву, обратившему их внимание на рассматриваемый вопрос.

Литература

/1/ ВЕДЕНОВ А.А. Вопросы теории плазмы, Госатомиздат, вып. 3, 1963.

Ответственный за выпуск А.А.Галеев
Подписано к печати МН07066 3.4.65.
Тираж 200 экз.   Бесплатно

Отпечатано на ротапринте в Институте
ядерной физики СО АН СССР.