

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

препринт

Я.С.Дербенев, С.И.Мишнев, А.Н.Скринский

**Эффекты электромагнитного взаимодействия
частиц со встречным сгустком**

НОВОСИБИРСК 1965

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

Я.С.Дербенев, С.И.Мишнев, А.Н.Скринский

ЭФФЕКТЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЧАСТИЦ
СО ВСТРЕЧНЫМ СГУСТКОМ

(Доклад, представленный на Международную конференцию по ускорителям. Фраскати. Италия).

г.Новосибирск,
1965 г.

А Н Н О Т А Ц И Я

Исследуется влияние электромагнитного поля встречного сгустка на бетатронные колебания частиц из "малого" сгустка. Рассматриваются эффекты, обусловленные нелинейностью поперечной части поля встречного сгустка.

В докладе излагаются результаты исследования влияния электромагнитного поля "встречного" сгустка на бетатронные колебания частицы из "малого" сгустка (действием поля "малого" сгустка на частицы встречного пренебрегается). При этом мы интересовались, в основном, эффектами, обусловленными нелинейностью поперечной части поля встречного сгустка.

1. Нелинейные резонансы

1. Для простоты мы ограничимся здесь азимутально-симметрическим вариантом электрон-электронного накопителя с мягкой фокусировкой. Уравнения одномерных колебаний частицы, испытывающей периодическое воздействие со стороны встречного сгустка заданной конфигурации, имеют вид:

$$\frac{1}{2} \frac{da^2}{d\theta} = \frac{R^2}{vE} f_x(x, \theta) a \cos \psi \equiv W(a, \psi, \theta) \quad (1)$$

$$\frac{d\psi}{d\theta} = - \frac{R^2}{vE} f_x(x, \theta) \frac{1}{a} \sin \psi \equiv \Delta\nu(a, \psi, \theta) \quad (2)$$

Здесь $x = a \sin \psi = a \sin(\nu\theta + \psi)$, ν - бетатронная частота, θ - азимутальный угол, R - радиус орбиты, E - энергия частицы; f_x есть x - компонента поперечной части силы электромагнитного взаимодействия частицы со сгустком, периодическая по ψ и θ с периодом 2π . В дальнейшем для простоты принимается, что $f_x(x, \theta)$ является четной функцией θ и нечетной функцией x .

Правые части (1) и (2) представляют собой, соответственно, мгновенные мощность W и сдвиг частоты $\Delta\nu$, обусловленные взаимодействием со встречным сгустком и также периодические по ψ и θ . Сдвиг частоты $\Delta\nu$ содержит зависящую от амплитуды постоянную составляющую $\Delta\nu_0(a)$, асимптотика которой при $a \rightarrow \infty$ есть

$\frac{NzeR}{\pi\gamma a^2}$, где N - число частиц в сгустке, $z_e = 3 \cdot 10^{-13}$ см классический радиус электрона, γ - релятивистский фактор.

С учетом $\Delta\nu_0(a^2)$ средняя эффективная частота $\nu(a^2)$ зависит от амплитуды, как показано на рис.1. Поэтому, в принципе, можно ожидать проявления любого резонанса $q\nu(a^2) = p$, где p и q являются взаимно простыми числами, удовлетворяющими неравенству

$$\nu + \Delta\nu_0(0) < \frac{p}{q} < \nu.$$

$\Delta\nu_0(0)$ по порядку величины есть $\frac{NzeR}{2\gamma\nu\beta}$, где β - эффективная площадь поперечного сечения сгустка.

2. Для описания эффектов, соответствующих заданному резонансу, мы пользовались уравнениями первого приближения метода усреднения Боголюбова-Митропольского [1] в терминах a^2 и разности фаз $\varphi = \psi - \frac{p}{q}\theta$:

$$\frac{da^2}{d\theta} = 2\overline{W} = 2 \frac{1}{2\pi q} \int_0^{2\pi q} W(a^2, \frac{p}{q}\theta + \varphi, \theta) d\theta; \quad (3)$$

$$\frac{d\varphi}{d\theta} = \frac{d\psi}{d\theta} - \frac{p}{q} = \nu - \frac{p}{q} + \frac{1}{2\pi q} \int_0^{2\pi q} \Delta\nu(a^2, \frac{p}{q}\theta + \varphi, \theta) d\theta.$$

Как известно [2], эти уравнения являются каноническими с интегралом движения

$$H(a^2, \varphi) = \overline{H(a^2, \psi, \theta)} = (\nu - \frac{p}{q})a^2 + 2 \frac{1}{2\pi q} \int_0^{2\pi q} U[a \sin(\frac{p}{q}\theta + \varphi), \theta] d\theta$$

где $U(x, \theta)$ определяется так, что $f_x(x, \theta) = -\frac{\partial}{\partial x} U(x, \theta)$.

С достаточной для наших целей точностью гамильтониан H мож-

но представить в виде ¹⁾:

$$H(a^2, \varphi) = (\nu - \frac{p}{q})a^2 + \int_0^{a^2} \Delta\nu_0(a^2) da^2 + \frac{1}{q} B(a^2) \cos q\varphi,$$

где

$$B(a^2) = \frac{4}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{2\pi} d\theta W(a^2, \psi, \theta) \sin(q\psi - p\theta)$$

Уравнения (3) тогда приобретают простой вид:

$$\frac{da^2}{d\theta} = -\frac{\partial H}{\partial \varphi} = B \sin q\varphi$$

$$\frac{d\varphi}{d\theta} = \frac{\partial H}{\partial a^2} = \nu - \frac{p}{q} + \Delta\nu_0(a^2) + \frac{1}{q} \frac{dB}{da^2} \cos q\varphi.$$

Для исследования движения удобно построить графически семейство кривых $H(a^2, \varphi)$, как функций аргумента a^2 и параметра φ . На рис.2 изображены кривые $q\varphi = \pi$ и $\varphi = 0$; остальные располагаются между ними. Вся область, занятая семейством, разбивается на три. В области I $\frac{d\varphi}{d\theta} < 0$, т.е. средняя частота меньше резонансной, в области III - наоборот $\frac{d\varphi}{d\theta} > 0$. Наконец, область II и есть, собственно, область резонанса. При движении в этой области периодически проходит точка $\frac{\partial H}{\partial a^2} = \frac{d\varphi}{d\theta} = 0$, а средняя частота равна резонансному значению $\frac{p}{q}$. Фаза φ испытывает здесь ограниченные колебания возле $\varphi_s = (2k+1)\frac{\pi}{q}$, $k=0,1,2,3,\dots$. Нижняя точка области II, определяемая уравнением

$$\frac{\partial H(a^2, \varphi_s)}{\partial a^2} = 0 \quad (\text{точка A на рис.2}), \text{ соответствует замкнутым}$$

устойчивым орбитам, число которых равно q . Устойчивость этих новых равновесных орбит обеспечивается своеобразным механизмом автофазировки. На рис.3 изображены фазовые траектории $H = \text{Const}$.

1) Здесь и в дальнейшем мы пишем все формулы для четных q ; для нечетных q нужно произвести замену $q \rightarrow 2q, p \rightarrow 2p$.

для двух простейших резонансов $\frac{p}{q} = \frac{3}{4}$ и $\frac{p}{q} = \frac{2}{3}$. Стрелкой
указано направление обхода, определяемое знаком $\frac{d\varphi}{d\theta}$.

3. Рассмотрим более подробно движение в области автофазировки. Основными характеристиками движения здесь являются равновесные амплитуда a_s и фаза φ_s , определяющие замкнутую орбиту, частота малых фазовых колебаний возле положения равновесия Ω_s и ширина области автофазировки по амплитуде Δa . Амплитуда a_s определяется практически уравнением

$$\nu - \frac{p}{q} = -\Delta \nu_0(a^2)$$

так как обычно $|\Delta \nu_0(a^2)| \gg \left| \frac{1}{q} \frac{d\nu}{da^2} \right|$. Если a_s значительно превосходит поперечные размеры сгустка, то

$$a_s^2 \approx \frac{NzeR}{\pi \nu \gamma (\nu - \frac{p}{q})}$$

Частота Ω_s по порядку величины есть

$$\Omega_s \approx \left(q B \frac{d\nu}{da^2} \right)_A^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

Из (4) следует, что наше рассмотрение может быть справедливым лишь при дополнительном условии $\left(q B \frac{d\nu}{da^2} \right)_A^{\frac{1}{2}} \ll 1$

Для "больших" фазовых колебаний $\Omega \lesssim \Omega_s$ — система "мягкая".

Ширина области автофазировки по амплитуде есть

$$\Delta a \approx \frac{1}{a_s} \left(\frac{B}{q \frac{d\nu}{da^2}} \right)_A^{\frac{1}{2}}$$

Заметим, что вследствие малости углового размера области взаимодействия θ_0 и существенно нелинейного поведения возмущающей силы ($f_x \sim \frac{1}{x}$ за поперечными размерами сгустка), в разложе-

нии мощности $W(a^2, \varphi, \theta)$ в двойной ряд Фурье присутствуют гармоники с весьма высокими p и q . Не затрагивая пока вопроса о применимости метода усреднения в такой ситуации, мы далее получим ограничение на число действующих резонансов введением в уравнения (3) радиационного трения.

II. Учёт радиационного трения

С учетом радиационного трения уравнения (3) принимают вид:

$$\frac{da^2}{d\theta} = -\frac{\partial H}{\partial \varphi} - 2\lambda a^2; \quad \frac{d\varphi}{d\theta} = \frac{\partial H}{\partial a^2} \quad (5)$$

где λ есть декремент затухания в $(\text{рад})^{-1}$. $H(a^2, \varphi)$ теперь уже не является интегралом движения.

I. Рассмотрим сначала случай, когда член $2\lambda a^2$ является малым возмущением уравнений (3). Тогда движение системы (3) приближенно описывается "интегралом" H , медленно меняющимся от цикла к циклу. Для производной $\frac{dH}{d\theta}$ имеем:

$$\frac{dH}{d\theta} = -2\lambda a^2 \frac{\partial H}{\partial a^2}$$

В областях I и III H изменяется так, что a^2 в среднем уменьшается. В области II, в "адиабатическом" приближении, изменение H за период движения $\theta = \frac{2\pi}{\Omega}$ равно $\Delta H = -2\lambda \oint a^2 d\varphi$; т.к. фазовая траектория здесь обходит против часовой стрелки, то $\Delta H < 0$, т.е. $H \rightarrow H_{\min}$. Вблизи сепаратрисы C адиабатическое приближение неприменимо, т.к. период движения по ней бесконечен. В согласии с известным общим результатом [3], под действием радиационного трения частицы из области III в основном переходят в I, и лишь

с малой вероятностью захватываются в область П.

Таким образом, с возрастанием времени единственными решениями уравнений (5), кроме $a = 0$, могут быть только $a = a_s = \text{Const.}$, $\varphi = \varphi_s = \text{Const.}$, где a_s и φ_s определяются уравнениями

$$\begin{aligned} B(a^2) \sin q \varphi - 2\lambda a^2 &= 0 \\ \nu - \frac{p}{q} + \Delta \nu_0(a^2) &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

2. Очевидно, что и при произвольном λ следует искать решения только такого типа. Однако при $2\lambda a_s^2 > |B(a_s^2)|$ уравнения (6) не имеют действительных решений, что означает отсутствие паразитной равновесной орбиты. Уравнение

$$2\lambda a_s^2 = |B(a_s^2)| \quad (7)$$

определяет границу области параметров $(N, \nu - \frac{p}{q}, \lambda)$, за которой данный резонанс перестает "работать".

Все рассмотрение переносится на случай электрон-позитронного накопителя заменой $\rho \rightarrow m\rho$ (m - число встреч на обороте) с той разницей, что ρ и q должны удовлетворять условию $\nu < \frac{m\rho}{q} < \nu + \Delta \nu_0(0)$.

III. Модельные расчеты

1. Были исследованы модели цилиндрического и "ленточного" сгустка. В обоих случаях плотность заряда в сгустке представлялась в виде $\rho(z, r, \theta) = N e \sigma(z, r) \chi(\theta)$, где функции ρ и χ удовлетворяют условиям нормировки:

$$\int \sigma(z, r) dz dr = 1, \quad \int \chi(\theta) R d\theta = 1$$

Так как сгусток является ультрарелятивистскими, то поперечная часть его электрического поля в пределах всей апертуры с боль-

шой точностью может быть представлена в виде $N e \vec{E}_1(z, r) \chi(\theta)$, где

$$\vec{E}_1(z, r) = g \text{grad} \int \sigma(z', r') \ln[(z-z')^2 + (r-r')^2] dz' dr'$$

В случае "точной" лобовой встречи сила взаимодействия частицы со сгустком имеет вид

$$\vec{f}_1(z, r, \theta) = 2 N e^2 \vec{E}_1(z, r) \chi(2\theta)$$

(Действие магнитного поля сводится практически к удвоению электрического, а удвоение аргумента χ учитывает движение сгустка).

Для B и $\Delta \nu_0$ тогда получаем:

$$\begin{aligned} B(a) &= 8 N \frac{e R}{\sqrt{\gamma}} \nu_q(a) g(p), \\ \Delta \nu_0(a) &= 2 N \frac{e R}{\sqrt{\gamma}} \frac{1}{2\pi a} g(0) \int_0^{2\pi} \epsilon_x(a \sin \psi) \sin \psi d\psi, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \nu_q &= \frac{q}{2\pi} \int_0^{2\pi} \epsilon_x(a \sin \psi) \sin q\psi \cdot \cos \psi d\psi, \\ g(p) &= \frac{R}{2\pi} \int_0^{2\pi} \chi(2\theta) e^{i p \theta} d\theta \end{aligned}$$

Уравнение (7) приобретает вид

$$\lambda = 4 N \frac{e R}{\sqrt{\gamma}} g(p) \frac{\nu_q(a_s)}{a_s^2} \quad (8)$$

где, для выбранной модели сгустка, a_s зависит только от отношения $\frac{N}{\sqrt{\gamma}}$.

Из (8) можно получить, прежде всего, ограничение на порядок резонансов, которые могут "работать" при заданных N и λ . Для этого достаточно найти максимум (8) по амплитуде a , который всегда существует, так как при малых a $\nu_q(a) \sim a^2$, а при больших $\nu_q(a) \rightarrow \text{Const.}$ "Верхняя" граница для ρ и q определяется из уравнения $\lambda = 4 \frac{e R}{\sqrt{\gamma}} N g(p) \left(\frac{\nu_q}{a^2} \right)_{\text{max}}$, где $\rho \approx \nu q$.

2. Проиллюстрируем сказанное на модели цилиндрического сгустка

$$\begin{aligned} \psi(z, r) &= (\pi r_0^2)^{-1} \left(1 + \frac{z^2 + r^2}{r_0^2}\right)^{-2}, \\ \chi(\theta) &= (\sqrt{\pi} R \theta_0)^{-1} \exp^{-1} \left(\frac{\theta^2}{\theta_0^2}\right) \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь $m\theta_0 \ll \pi$, а r_0 играет роль радиуса сгустка. Для этой модели

$$g(p) = (4\pi)^{-1} m \exp^{-1} \left(\frac{m^2 p^2 \theta_0^2}{16}\right); \quad \frac{a_s^2}{r_0^2} = \frac{4U}{(1-U)^2}; \quad v_q(a) = 2U^{\frac{q}{2}},$$

где

$$\begin{aligned} U &= 1 + \frac{N'}{2N} - \sqrt{2 \frac{N'}{N} + \frac{1}{4} \frac{N'^2}{N^2}}, \\ N' &= N_0 \left| v - \frac{mp}{q} \right| = \frac{2\pi v r_0^2}{m c R} \left| v - \frac{mp}{q} \right| \end{aligned}$$

Для "работающих" резонансов легко получается необходимое условие

$$q^{-2} \exp^{-1} \left(\frac{m^2 p^2 \theta_0^2}{16}\right) \geq 2\lambda \frac{N_0}{N}$$

На рис. 4 для этой модели на плоскости (N, v) изображены зоны действия одномерных резонансов в рабочем диапазоне частот v_2 и v_1 электрон-позитронного накопителя при условии двух встреч на одном обороте ($2p \approx qv$). Значения необходимых параметров указаны на рисунке. Границы зон определяются уравнением (8).

Как видно из рисунка, зоны "низких" резонансов почти не искажаются, в то время, как зоны "высоких" поднимаются и сужаются. При достаточно малом $\frac{N}{N_0}$ существуют диапазоны частот, свободные от резонансов одномерных колебаний.

3. Аналогичные расчеты были проделаны для модели однородного заряженного сгустка с поперечным сечением в виде прямоугольника высоты h по оси z и ширины b в радиальном направлении. Мы не приводим здесь соответствующих формул ввиду их громоздкости. Скажем только, что при $h \ll b$, вследствие менее плавного поведения поля такого сгустка в направлении z по

ний убывает здесь значительно медленнее с ростом q , и высокие резонансы проявляются гораздо сильнее. Даже введение "размазки" высоты h не улучшает ситуацию существенным образом.

4. Учет радиационного трения позволяет, таким образом, разделить резонансы на "работающие" и "неработающие". Заметим, что перекрытие резонансных зон на плоскости (N, v) еще не означает, что мы вышли за пределы применимости нашего метода. Мы полагаем, что наше рассмотрение справедливо, пока области автофазировок работающих резонансов не перекрываются по амплитуде бетатронных колебаний. Это условие можно записать в виде

$$\left(\sqrt{\frac{1}{q} \frac{dv}{da^2} B} / \delta v \right) \ll 1 \quad (10)$$

где δv - расстояние до ближайшего работающего резонанса. Если это условие нарушено, то отдельный резонанс не может, в общем случае, рассматриваться независимо от остальных.

IV. Число частиц на паразитной орбите

1. При условии (10) эффект работающего резонанса заключается в появлении паразитных равновесных орбит с некоторой областью устойчивости. К каким неприятным эффектам может приводить наличие таких орбит? Основную равновесную орбиту ($a = 0$) нелинейные резонансы оставляют устойчивой. Помешать сведению сгустков к месту точной встречи они также не могут, т.к. частицы при этом будут проходить через резонансы, минуя паразитные орбиты. Поэтому вредное влияние новых орбит может быть связано только со стохастическими процессами. Именно, вследствие рассеяния на остаточном газе и квантовых флуктуаций, частицы могут попадать в области устойчивости паразитных орбит и затухать к ним. При этом, однако,

частица не будет бесконечно долго "жить" на орбите, а снова может рассеяться и затухнуть к основной орбите. С течением времени установится равновесие между основной и паразитными орбитами. Такая "неустойчивость", очевидно, должна развиваться за времена, определяемые временами рассеяния и затухания.

2. Пусть на расстоянии нескольких размеров сгустка от основной орбиты находится паразитная орбита с заметной областью устойчивости. Если N_1 и N_2 - числа частиц на основной и паразитной орбитах, W_{12} и W_{21} - вероятности переходов из области I в область II и обратно в единицу времени, то условие равновесия между I и II можно записать, как

$$N_1 W_{12} = N_2 W_{21}$$

Мы рассмотрели следующий случай:

1. Переходы вызываются многократными процессами (рассеянием на атомах остаточного газа, квантовыми флуктуациями излучения).

2. Распределение частиц внутри областей I и II устанавливается за времена, гораздо меньшие, чем W_{12}^{-1} и W_{21}^{-1} , соответственно, что справедливо для низких резонансов ($q \leq 12$) и достаточно далеких паразитных орбит: $a_s \approx 3r_0$. При этих условиях распределение частиц по "энергиям" H в каждой области описывается стационарным решением уравнения Фоккера-Планка:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial H} \left\{ \overline{\delta H} \cdot f - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial H} (\overline{(\delta H)^2}) f \right\} = 0,$$

где $\overline{\delta H} = \overline{\delta H_f} + \overline{\delta H_d}$ - среднее приращение H за единицу времени, равное

сумме флуктуационного и диссипативного приращений; $\overline{(\delta H)^2}$ - средний квадрат приращения, причем $\overline{\delta H_f} = \frac{1}{2} \frac{d}{dH} (\overline{(\delta H)^2})$, а

вероятности переходов равны:

$$W_{12} \approx 2\lambda \frac{a_1^2}{a_0^2} \exp\left(-\frac{a_1^2}{a_0^2}\right),$$

где a_0 - среднеквадратичная амплитуда колебаний частиц вследствие многократных процессов; a_1 - граничная амплитуда для перехода в область II (для оценки можно положить $a_1 \approx a_s$);

$$W_{21} \approx 2\lambda \frac{\Delta H_{max}}{\Delta H} \exp\left(-\frac{\Delta H_{max}}{\Delta H}\right),$$

где $\Delta H = \frac{\delta H}{2\lambda} = a_0^2 \left[a^2 \frac{d\Delta V_0}{da^2} + \frac{qB}{4a^2} - \frac{a^2}{q} \frac{d^2 B}{(da^2)^2} \right]_s$;

$$\Delta H_{max} \approx \frac{2}{q} B(a_s^2)$$

Таким образом, относительное число частиц на паразитной орбите равно:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{a_1^2}{a_0^2} \frac{\Delta H}{\Delta H_{max}} \exp\left(\frac{\Delta H_{max}}{\Delta H} - \frac{a_1^2}{a_0^2}\right)$$

Относительное число частиц, даваемое этой формулой, оказывается при некоторых условиях очень большим. Однако, она имеет, по-видимому, очень ограниченное применение: при малых a_s необходимо использовать точное решение уравнения Фоккера-Планка, а при больших a_s вероятности переходов определяются в основном однократными процессами.

Кроме того, появление сильной модуляции амплитуды колебаний частицы под действием встречного сгустка вблизи резонансов может существенно уменьшить эффективную апертуру камеры, уменьшая тем самым и время жизни частиц в накопителе.

У. Дополнительные замечания

1. Другие типы резонансов. Мы ограничивались рассмотрением резонансов одномерных колебаний. Для двумерных колебаний, возмущение со стороны встречного сгустка приводит к нелинейной связи Z и r - колебаний, так что средние частоты становятся функциями двух амплитуд: $\bar{\nu}_z = \nu_z(a_z, a_r)$, $\bar{\nu}_r = \nu_r(a_z, a_r)$. При этом могут проявляться резонансы связи

$$q_z \nu_z(a_z, a_r) + q_r \nu_r(a_z, a_r) = p$$

Рассмотрение индивидуального резонанса связи приводит, по-видимому, к эффектам, аналогичным одномерному резонансу. Можно показать также, что к похожим явлениям приводят и синхробетатронные резонансы.

2. Стохастичность. Как указывалось выше, рассмотрение индивидуального резонанса одномерных колебаний справедливо при условии $(\sqrt{\frac{1}{q} B \frac{d\nu}{da^2}} / \delta\nu) \ll 1$. В обратном предельном случае

$$(\sqrt{\frac{1}{q} B \frac{d\nu}{da^2}} / \delta\nu) \gg 1, \quad \text{согласно основному результату /3/},$$

движение системы (1,2) теряет устойчивость и становится стохастическим (при этом, конечно, разность $\delta\nu$ берется между резонансами, для которых величины B одного порядка). Этот критерий может быть, по-видимому, обобщен на двумерные колебания следующим образом: движение становится стохастическим, если суммарный фазовый объем областей автофазировки резонансов, действующих в данном участке фазового пространства, значительно превосходит объем участка. Описание движения в области стохастичности может быть только статистическим.

Наличие синхротронных колебаний у частицы, испытывающей возмущение со стороны встречного сгустка, может приводить к существенному облегчению возникновения стохастичности.

3. Неустойчивость равновесной фазы синхротронных колебаний. Рассмотрение влияния взаимодействия сгустков на синхротронные колебания (при пренебрежении бетатронными колебаниями) приводит к выводу, что для электрон-электронных сгустков, при достаточно больших токах, равновесная фаза становится неустойчивой.

При однократном "столкновении" со встречным сгустком полная энергия частицы изменяется на величину $\Delta E = \gamma c \Delta p_{||}'$, где $\Delta p_{||}'$ - изменение продольной компоненты импульса частицы в системе покоя сгустка. Это выражение можно преобразовать к виду

$$\Delta E = \gamma c \Delta p_{||}' = \gamma c \int_{-\infty}^{\infty} e \mathcal{E}'_{||} dt' = e \gamma \int \mathcal{E}'_{||} ds'_{||} = -e \gamma \int \mathcal{E}'_{\perp} ds'_{\perp} = -e \int \mathcal{E}_{\perp} ds_{\perp};$$

интегралы берутся по траектории частицы в поле сгустка. Если орбиты сгустков не совпадают, то при наличии разности фаз синхротронных колебаний частицы и центра сгустка, ΔE отлично от нуля, и потенциальная яма фазовых колебаний искажается. При этом для электрон-позитронных сгустков жесткость "возвращающей силы" всегда увеличивается, а для электрон-электронных уменьшается. Если при малых $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_s$ представить ΔE в виде $\Delta E = e V_{эфф} \Delta\varphi$, то влияние встречного сгустка будет эквивалентно изменению амплитуды напряжения на резонаторе V_0 на величину $V_{эфф}$.

В случае электрон-электронных сгустков при $|V_{эфф}| > V_0$ теряется устойчивость равновесной фазы φ_s . При этом возникают две новых устойчивых равновесных фазы, расположенные справа и слева от старой на расстоянии $\sim \frac{\ell}{R}$ (ℓ - длина сгустка).

Так, если орбиты пересекаются под углом β таким,

что $\beta l \gg b$ (b - наибольший поперечный размер сгустка),

$$|V_{эфф.}|_{кэв} \approx 10^{-9} N \frac{R}{l^2}$$

Для электронных орбит, лежащих в одной плоскости, неприятную роль может сыграть кривизна орбит в месте встречи; при этом

$$|V_{эфф.}|_{кэв} \sim 2 \cdot 10^{-9} N \frac{1}{b} \frac{x}{1+x^2}; \text{ где } x = \frac{l^2}{8bR}$$

Для электрон-позитронных сгустков, линейный эффект опасности не представляет.

Л и т е р а т у р а

1. Боголюбов Н.Н. и Митропольский Д.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. Физматгиз, 1963.
2. Орлов Ю.Ф. Диссертация, Ереван (1958)
3. Чириков Б.В. Диссертация, Новосибирск (1958).
4. Дербенев Я.С. "Некоторые эффекты электромагнитного взаимодействия частиц со встречным сгустком". "Ядерная физика" (в печати).

Подписи к рисункам

- Рис.1 Зависимость частоты от амплитуды для сгустка с распределением плотности $\epsilon(z,r) = (\pi R^2)^{-1} (1 + \frac{z^2+r^2}{l^2})^{-2}$
- Рис.2 Без подписи
- Рис.3 Без подписи
- Рис.4 Зоны действия резонансов ($E = 200 \text{ мэВ}$, $R = 150 \text{ см}$, $\theta_0 = 0,03 \text{ рад}$).

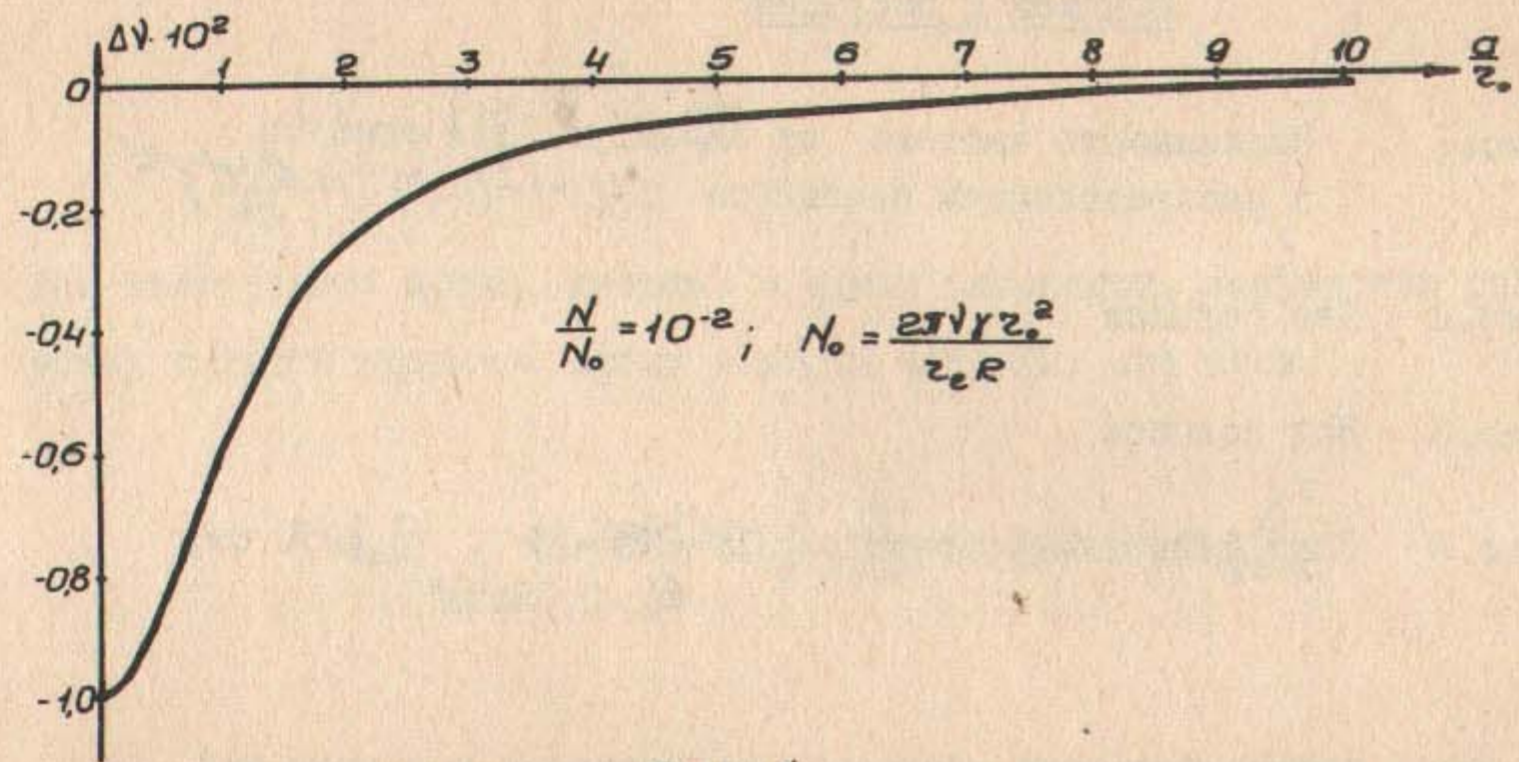


Рис. 1

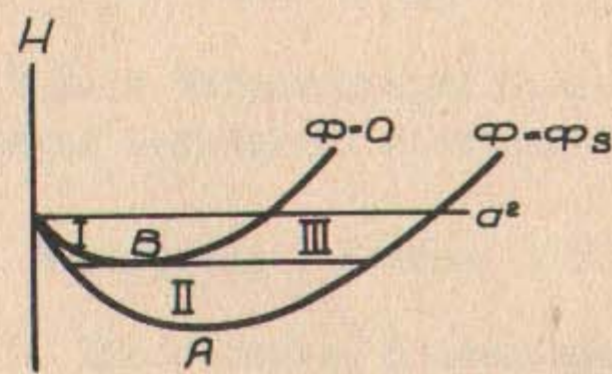


Рис. 2

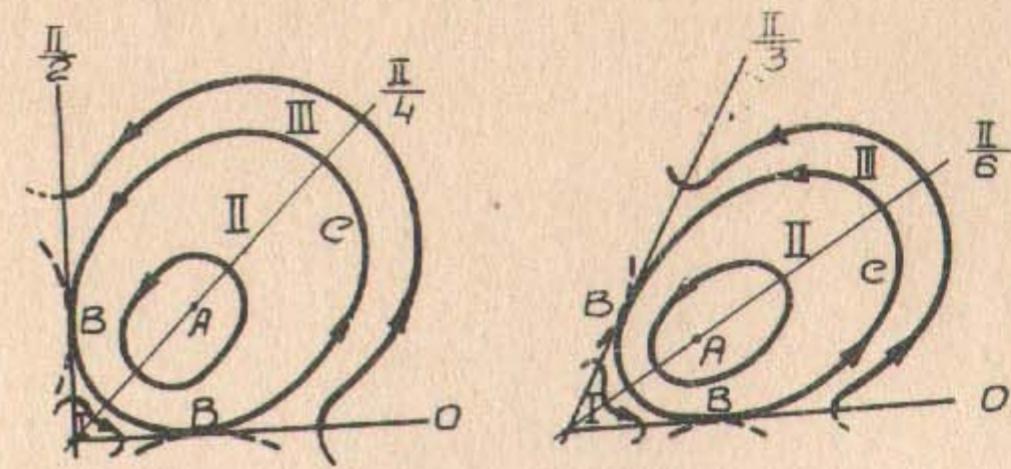


Рис. 3

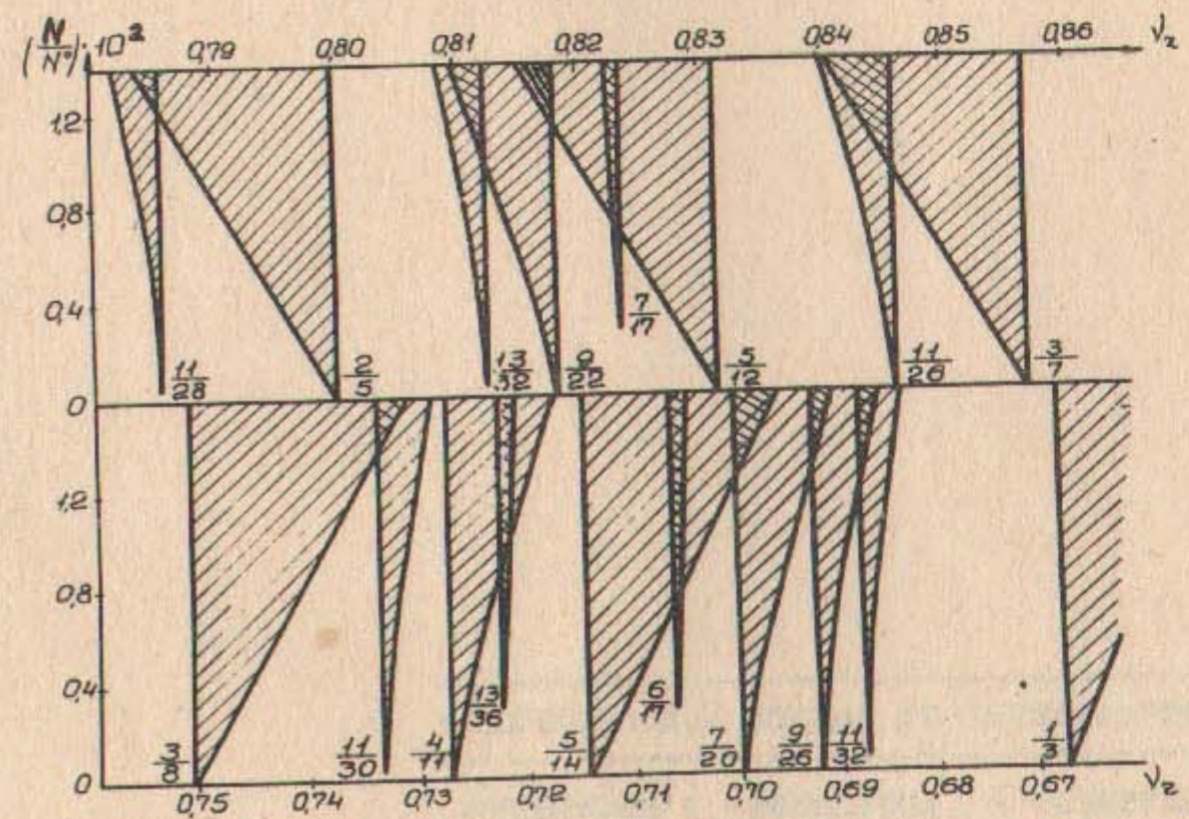


Рис. 4 Зоны действия резонансов ($E=200$ мег, $R=150$ см, $\theta_0=0.3$ рад)

Ответственный за выпуск В.Л.Ауслендер

Отпечатано на ротаприте в Институте
ядерной физики СО АН СССР, тираж 200 экз.